GENESIS DE LAS ESTRUCTURAS LOGICAS ELEMENTALES

CLASIFICACIONES Y SERIACIONES

jean piaget bärbel inhelder

teca pedagógica

guadalupe

Título del original francés:
"La genèse des structures logiques élementaires. Classifications et sériations".

Traducción: Mercedes Riani.

INDICE

PREFACIO

Consideramos nuestro primer deber el excusarnos ante nuestros lectores por infligirles un nuevo volumen. Sin embargo, confesamos que hace tiempo ya que veníamos incubando la idea de escribir esta obra. Por lo menos desde la época en que, a propósito de la formación de las nociones de número y de cantidad en el niño, las de espacio y azar, el razonamiento inductivo, etc., hablamos esporádicamente de la génesis de las operaciones lógicas elementales. Y sin embargo, aún no habíamos dedicado realmente ningún estudio directo al desarrollo de esas estructuras como tales. Por eso se imponía una investigación sistemática sobre la formación de las clasificaciones y las seriaciones. Es más: creemos que tal vez debimos haber comenzado por allí; pero a menudo no se aborda el análisis de los puntos de partida sino al terminar ese tipo de trabajos.

Tenemos otra excusa que ofrecer: muchas veces se nos ha acusado de escribir obras y construir teorías sobre 10 ó 20 casos individuales; pues bien, al menos esta vez nos interesaba proporcionar el detalle de nuestros cuadros estadísticos y del número de sujetos con quienes experimentáramos.

Una tercera excusa (en la que insistimos especialmente) estaría dada por el hecho de que en obras como las nuestras las ideas centrales no ocupan realmente sino un número restringido de páginas, ya que el resto está consagrado a ofrecer una documentación destinada a ser consultada, y no a ser leída in extenso *desde el primer momento. En el caso de este libro, pues, nos permitimos sugerir al lector que comience por las conclusiones, y que sólo después busque en los diversos capítulos los complementos de información que juzgue útiles para la justificación de las tesis que deseare discutir o retener. Finalmente (aunque sólo si se limita a una lectura de conjunto) podrá volver sobre la Introducción, cuyo objeto es el de proporcionar los datos previos a los análisis de detalle. A decir verdad, hasta estuvimos tentados de presentar las cosas así, colocando al principio las conclusiones y en apéndice la Introducción... Pero no hubiera faltado quien nos acusara de tener* in mente *ya esas conclusiones antes de proceder al acopio y escrutinio de los hechos, y lo cierto es que hemos necesitado ocho años de trabajo para dominarlos, y para llegar a las interpretaciones que hoy ofrecemos al lector.*

B. I. y J. P.

INTRODUCCION

Planteo de los problemas y cuestiones previas

Esta Introducción pretende indicar las cuestiones que abordaremos en este estudio, así como recordar algunos datos previos, ya analizados en otras investigaciones, de los que tendremos necesidad en lo que sigue, y volver a dar algunas indispensables definiciones.

En esta obra nos propusimos estudiar —a través de un interrogatorio que se realizó sobre un total de 2.159 niños— la formación de las operaciones de clasificación (cap. I-VIII) y de seriación (cap. IX-X), porque si bien conocemos ya en parte los estadios de desarrollo de esas estructuras operatorias, no sabemos nada, o casi nada, de los mecanismos formadores que dan cuenta de esta evolución, con cuyo estudio no hacemos sino prolongar las investigaciones que había comenzado nuestra amiga A. Szeminska.

En primer lugar, debemos destacar que aun cuando insistamos mayormente en las clasificaciones —que suscitan problemas mucho más complejos— no dejaremos de tratar simultáneamente el problema de las seriaciones. Si no consideráramos más que una de estas dos estructuras, nos expondríamos a sobreestimar el papel de algunos factores, o a cometer errores sistemáticos de interpretación. Por ejemplo, la acción del lenguaje parece mayor en el caso de las clasificaciones que en el de las seriaciones, mientras que la acción de los factores perceptivos parece mayor en el segundo caso: resultará pues ventajoso comparar las dos situaciones, para revelar mejor los mecanismos comunes, que sin duda corresponden a los mecanismos formadores esenciales.

Revelar el mecanismo causal de un génesis consiste, en primer lugar, en reconstituir lo que se presenta como dado en el punto de partida de esta génesis (ya que ningún desarrollo es posible sino a partir de ciertas estructuras previas a las que completa y diferencia) y, en segundo lugar, mostrar de qué manera y bajo la influencia de qué factores esas estructuras iniciales se van transformando en las que aquí nos interesan, y que se trata de explicar.

El problema que plantearemos en esta Introducción será, pues, el de determinar hasta dónde conviene hacer retroceder el análisis, para alcanzar las estructuras previas de las que deberemos partir, mientras que los capítulos ulteriores se enderezarán a mostrarnos de qué modo y por qué razones esas estructuras se van modificando. Pero va de suyo que, para no prejuzgar sobre un modo de explicación que sólo justificaría los análisis de los hechos,

no decidiremos anticipadamente (es decir, antes de recurrir a esos hechos) cuáles son los grupos de factores —lingüísticos, perceptivos, etc.— que vincularemos a las estructuras previas, y cuáles son aquéllos a los que atribuiremos la misión de convertir esas estructuras iniciales en estructuras operatorias. El único método legítimo consiste pues, por ahora, en hacer el inventario de los factores estructurales a los que será necesario que recurramos, ya a título de datos previos a partir de los cuales se desarrollan las estructuras de clasificación y seriación, ya a título de causas provocadoras de ese mismo desarrollo.

Nos hallamos, pues, ante cuatro hipótesis posibles (1 a 4), ordenadas de acuerdo con tres dicotomías sucesivas (I a III): I) O bien las estructuras de clasificación y seriación son impuestas por el lenguaje sólo (hipótesis 1), o bien dependen asimismo de operaciones subyacentes al lenguaje. En este último caso (II), o bien esas operaciones provienen de coordinaciones debidas a emergencias independientes del medio (hipótesis 2), que traducen, por ejemplo, una maduración tardía de ciertas conexiones nerviosas, o bien se constituyen a partir de estructuras anteriormente elaboradas. En este último caso (III), o bien su origen debe ser buscado en las estructuras perceptivas (hipótesis 3), o bien resultan de una diferenciación de esquemas sensomotrices (hipótesis 4). Toda otra fuente eventual —por ejemplo la capacidad de anticipar las clasificaciones o las seriaciones por medio de las imágenes mentales— se reduce a las precedentes, ya que al fin y al cabo la imagen misma[1] no podría apoyarse sino en la percepción, o en mecanismos sensomotrices más complejos.

El objeto de esta Introducción es pues el siguiente: hacer el inventario —en los distintos ámbitos ya enumerados— de las formas y estructuras capaces de servir como punto de partida a la construcción de las clasificaciones y seriaciones, y determinar cuál es la distancia existente entre cada una de esas fuerzas posibles y las estructuras finales que se trata de explicar. Sólo entonces podremos tratar —en los capítulos siguientes— de analizar el modo en que esa distancia es salvada, iluminando los hechos con referencias que hayamos extraído del examen de esas estructuras previas.

[1] En esta obra no podemos dedicar un examen detallado a la función de las imágenes, pero tenemos en preparación una serie de investigaciones sobre el tema, que pensamos reunir en nuestro próximo volumen.

1. EL LENGUAJE

En su sintaxis y en su misma semántica, el lenguaje comporta tanto estructuras de clasificación como de seriación. Es inútil insistir sobre las primeras, ya que todos los sustantivos y adjetivos recortan la realidad en clases que, o bien se transmiten al niño que aprende a hablar (por el hecho de que conferirá en adelante a esas palabras el mismo sentido que les confiere el adulto), o bien no se transmiten íntegramente, pero sí influyen en él, obligándolo cuanto menos a un principio de clasificación. En cuanto a las seriaciones, el lenguaje contiene muy pocas que vengan ya completamente elaboradas.[2] Pero a veces las sugiere, gracias a ciertas formas gramaticales como los comparativos, superlativos, etc.

Una primera hipótesis consistiría, pues, en atribuir al lenguaje la formación íntegra de las clasificaciones y seriaciones, mientras que el otro término de la alternativa consistiría en no atribuirle sino un papel auxiliar (de acelerador, etc.), o en todo caso un papel necesario para el acabado de esas estructuras, pero no un papel suficiente para su formación, y en explicar esta última por mecanismos operatorios independientes de su expresión verbal y subyacentes en las actividades lingüísticas.

Para decidir entre esas posibilidades podemos escoger entre tres métodos de control: el examen de los sordomudos, el análisis de los primeros esquemas verbales (o de los "preconceptos") y el examen de los esquemas operatorios ligados al lenguaje corriente.

En cuanto al primer punto, por lo que nos concierne no hemos hecho investigaciones pariculares, pero tanto la hermosa obra de P. Oléron[3] y los artículos de M. Vincent[4] sobre la evolución intelectual de los sordomudos, como las investigaciones de nuestra colaboradora F. Affolter sobre el desarrollo, en los sordomudos, de ciertas estructuras estudiadas por nosotros en los sujetos normales, nos han llevado a las conclusiones siguientes: a) la evolución de las seriaciones no difiere esencialmente en ambas situaciones; b) los sordomudos logran las mismas clasificaciones elementales que los sujetos normales, pero manifiestan un retardo en caso de que se les presenten clasificaciones más complejas (por ejemplo cuando se trata, para los mismos elementos, del paso de un criterio a otro). Lo esencial de nuestras operaciones se encuentra pues ya en los sordomudos, que, por lo demás, están en posesión de la función simbólica (lenguaje por ademanes, gestos, etc.). El lenguaje articulado, socialmente transmitido por educación, no pa-

[2] El ejemplo que aquí proponen los autores, "arrière-grand-père; grand-père; père; fils; petit-fils" no presenta el mismo sentido serial en castellano, que utiliza para "bisabuelo, abuelo, padre, hijo, nieto" términos que provienen de raíces diferentes. (Nota del traductor).

[3] P. OLERON, "Recherches sur le développement mental des sourds-muets", París, (C.N.R.S.), 1956.

[4] "Enfance", 1951 (4), 222-38; 1956, 1-20 y 1957, 443-64.

rece pues necesario para la formación de estructuras operatorias, aunque sí desempeña una indiscutible función coadyuvante, y constituye acaso la condición necesaria, aunque no suficiente, para el acabado total de esas estructuras.

El estudio de los primeros esquemas verbales o "preconceptos" del niño ha sido ya intentado por uno de nosotros,[5] y de él se puede concluir que si bien la adquisición del lenguaje acelera la formación de las categorías y permite tarde o temprano una transmisión de las clasificaciones colectivas, nada de esto se da desde un comienzo. En todos los niveles está el lenguaje semánticamente asimilado a las estructuras del sujeto, y si bien contribuye a modificarlas, no por eso deja de estar subordinado a ellas, al menos en cuanto a su interpretación. De ahí que un mismo significante (sustantivo o adjetivo) pueda ser entendido por el niño como si se aplicara a significados de muy diversa generalidad, por ejemplo desde la débil generalidad del esquema imaginado a la generalidad propiamente genérica. Dicho de otro modo, el hecho de llamar gato a un gato de ningún modo prueba aún que el niño de cierta edad esté ya en posesión de la "clase" de los gatos, ya que, por más que el nombre que aplica esté extraído del lenguaje del adulto (que sí comprende la clase de los gatos y la incluye en la de los animales, los seres vivientes, etc.) éste puede no designar aún sino un esquema imaginativo y a mitad de camino entre lo individual y lo genérico.

Por ejemplo, el niño de 3 a 5 años que describe el resultado del movimiento del abanico como formado "de viento" (este niño llamaba "de la mano" a la corriente de aire producida por una rama agitada con las manos, y distinguía "la mano blanca" o aire transparente y "la mano azul" del cielo...) no podrá decidir si ese "viento" es el mismo objeto individual que la brisa que agita las hojas de los árboles, o si se trata de dos términos análogos pero distintos, que simplemente pertenecen a la misma clase. Del mismo modo, el niño dirá que la sombra producida por una pantalla sobre la mesa proviene "de la sombra de los árboles", sin que pueda diferenciar entre lo individual (una misma sustancia desplazada) y lo genérico (una misma categoría de fenómenos). La vacilación que se encuentra frecuentemente en el niño para manejar las palabras "la luna" y "una luna" (o hasta entre "la" babosa y "una" babosa) refleja la misma indecisión fundamental.

Desde el principio, pues, el lenguaje favorece una serie de asimilaciones sucesivas que engendran otras tantas relaciones de semejanzas —y de diferencias— en función de los obstáculos opuestos a esas asimilaciones. Pero veremos transcurrir un tiempo todavía bastante largo antes de que esas relaciones se concreten en *reuniones actuales* que incluyan las relaciones de parte a todo o las inclusiones que son necesarias para la constitución de clases propiamente dichas. De ahí que el lenguaje, por importante que sea su función en la elaboración de las estructuras lógicas, no pueda ser considerado como un factor esencial en su formación, ni siquiera en el niño normal.

En los capítulos que siguen hemos procurado estudiar más de cerca esa función del lenguaje, analizando el desarrollo y la culminación final

[5] J. PIAGET, "La formation du symbole chez l'enfant", Delachaux et Niestlé.

de estos esquemas operativos vinculados al manejo de los cuantificadores verbales "todos" y "algunos" (ver cap. III), y que culminan en la cuantificación de la inclusión (si "todos los pájaros *A* son animales *B*", y si "no todos los animales son pájaros", existen entonces más animales que pájaros; luego $B > A$; ver cap. IV). No queremos anticipar detalles que serán proporcionados en los capítulos III y IV, pero conviene que anunciemos desde ya su principal resultado: no basta con que esos esquemas operatorios correspondan a enlaces inscriptos ya en el lenguaje corriente (adulto) para que quede asegurada *eo ipso* la asimilación inmediata de estos últimos; su comprensión y su empleo suponen, por el contrario, una estructuración y hasta una serie de reestructuraciones que dependen de mecanismos lógicos, que de ningún modo se "transmiten" sin más, sino que se apoyan en las actividades del sujeto.

Considerando estos tres tipos de datos, no nos hemos propuesto en esta obra abordar sistemáticamente el estudio de las relaciones entre las clasificaciones —o seriaciones— y el lenguaje, concebido éste como factor de aceleración y de culminación; puesto que, por un lado, todos reconocen la importancia de tal factor, y por otro, las condiciones de la génesis de las estructuras nos han detenido más que las de su culminación. Pero aun lo que concierne a esta culminación, el paralelismo y el sincronismo notables que observamos entre la evolución de las clasificaciones y la de seriaciones, constituyen por sí solos un argumento decisivo, nos parece, en favor de la intervención de un desarrollo operatorio, que utiliza el lenguaje, sí, pero que lo domina siempre, ya que si bien las estructuras de clasificación están ínsitas hasta cierto punto en las estructuras verbales, esta unión es mucho menos íntima en lo que concierne a las estructuras seriales, cuya culminación marca sin embargo un ligero avance sobre las precedentes.

2. LA MADURACION

Si el lenguaje no constituye la causa única de las estructuras operatorias (ni siquiera en lo que toca a las clasificaciones), y si éstas dependen de mecanismos más profundos y subyacentes a la utilización de la lengua, se podrían concebir estos mecanismos como ligados a coordinaciones nerviosas independientes del ambiente, y que irían llegando progresivamente a una maduración.

Nos encontramos aquí en presencia de uno de los problemas más difíciles de la psicología genética contemporánea, puesto que si se ha usado y abusado, en psicología, del concepto de maduración, extendiéndolo a todos los niveles del desarrollo, la neurología ha permanecido casi muda en lo que concierne a las etapas efectivas de esta estructuración endógena, salvo con respecto a los primeros meses de existencia.

Nos vemos pues obligados, por prudencia, a reservar una parte a la maduración, suponiendo por ejemplo que el viraje de los 7 a los 8 años —tan notable desde todo punto de vista en el desarrollo de las estructuras operatorias en nuestras sociedades llamadas "civilizadas" (en las que coincide con el comienzo de la enseñanza escolar)— corresponde sin duda a alguna transformación de las estructuras nerviosas.

Pero al fin y al cabo no sabemos nada de eso, y sobre todo, no conocemos ninguna estructura cognoscitiva de la que podamos demostrar que resulte exclusivamente de factores endógenos ligados a la maduración. La noción de maduración parece un poco más clara desde el punto de vista negativo, en el sentido que parece viable atribuir la ausencia de un comportamiento (por ejemplo, la ausencia de todo razonamiento hipotético-deductivo entre los dos y los cuatro años) al defecto de los aparatos nerviosos. En su aspecto positivo, la maduración del sistema nervioso se limita por el contrario a ampliar sin cesar el campo de las posibilidades accesibles a un sujeto; pero entre la posibilidad de un comportamiento y su actualización no falta sino hacer intervenir la acción del medio físico (ejercicio y experiencia adquirida) y, a más de este aprendizaje, todas las influencias educativas del medio social.

3. LOS FACTORES PERCEPTIVOS

Si las estructuras operatorias de clasificación y seriación no presentan un origen fácil de ubicar a partir del lenguaje o de las emergencias debidas a la maduración, no nos queda sino reconstruir su historia a partir de las estructuras cognoscitivas más elementales, que son las perceptivas y sensomotrices.

Mucho antes de aprender a clasificar y a seriar los objetos, el niño los percibe ya de acuerdo con ciertas relaciones de semejanza y diferencias, y uno podría sentirse tentado a buscar en esas relaciones perceptivas el origen de las clasificaciones y las seriaciones. En efecto, todos los autores están hoy de acuerdo en reconocer que la percepción capta relaciones y no sólo tér-

minos aislados cuya relación se establecería luego gracias a mecanismos ulteriores (asociaciones, juicios, etc.). Resulta pues indispensable que nos preguntemos hasta qué punto pueden estas relaciones perceptivas servir de punto de partida a las clasificaciones (que suponen relaciones de semejanza entre elementos de clases similares y relaciones de diferencias entre clases distintas) y a las seriaciones (que suponen encadenamientos de relaciones asimétricas, transitivas y conexas).

Pero antes de abocarnos a este examen, conviene que aclaremos que nada de esto implica que nos adhiramos a esa hipótesis tan corriente, según la cual la percepción estaría en la fuente de todos los conocimientos relativos a objetos. En efecto, dos interpretaciones bien distintas se presentan de entrada como posibles, y a pesar de que por el momento no tenemos por qué elegir entre ellas, es preciso que las tengamos bien presentes si no queremos falsear desde el vamos la búsqueda de eventuales analogías entre determinadas estructuras perceptivas y las estructuras de clasificación y seriación.

La primera de estas dos interpretaciones vendría a admitir la existencia de un conocimiento perceptivo anterior a todas las demás formas de conocimiento e independiente de ellas: en este caso el conocimiento perceptivo sería "elemental" (lo que no implica sin embargo un "atomismo" sensorial sino que puede muy bien entenderse en términos de "Gestalt"), y las variedades de estructuraciones inteligentes (inteligencia sensomotriz, conceptual, etc.) consistirían ya en extensiones, ampliaciones o flexibilizaciones de las estructuras perceptivas iniciales, ya en construcciones de nuevas estructuras, que extraerían su contenido de datos perceptivos ya estructurados anteriormente o integrados en estructuras anteriores.

La segunda de estas dos interpretaciones posibles viene a suponer, por el contrario, que en todos los niveles la percepción es solidaria de esquemas de acción de orden superior a ella, y susceptibles de influir en sus estructuras. En este caso, aun si se admitiera que la acción no es conocida más que gracias a sus indicios perceptivos (indicios propioceptivos en lo que se refiere a su ejecución, indicios exteroceptivos en lo que se refiere a las situaciones que la provocan, así como a sus resultados), no se podría considerar que el conocimiento de los objetos es "primero" perceptivo y "después" supraperceptivo: este conocimiento sería desde un principio relativo a los esquemas de acción a los que se asimila el objeto (y esto valdría tanto para los esquemas reflejos como para los que resultan del aprendizaje), y las estructuras perceptivas deberían ser concebidas desde un principio como solidarias de estructuras más amplias. De acuerdo con esta segunda hipótesis, habría todavía ventajas en comenzar nuestro estudio remontándonos a las estructuras perceptivas, pero sólo en tanto las consideramos más simples, no en tanto admitimos que sean "elementales".

Una vez sentado esto, si elegimos de entre las estructuras perceptivas las que permanecen más constantes con la edad, y por lo tanto las que presentan la mayor autonomía relativa —por ejemplo, las formas llamadas geométricas y todas las estructuras visuales que llamamos "primarias" por el hecho de que sus efectos se manifiestan ya en el interior de un solo campo

de centración—, constataremos la existencia de cierto número de tipos de enlace que interesan al desarrollo de las clasificaciones y de las seriaciones por la siguiente razón: se trata de formas de organización que puede considerarse que prefiguran ciertos aspectos de las estructuras operatorias de clases y relaciones, aunque sólo sea parcialmente y bajo ciertos aspectos; subsiste pues íntegro el problema de saber de qué manera estos tipos de enlace serán completados o coordinados de modo que permitan la construcción de las operaciones clasificadoras y seriadoras.

Para establecer esos tipos de enlace que nos interesan particularmente, no vamos a proceder a un inventario sistemático previo de las formas conocidas de organización perceptiva para luego seleccionar entre ellas lo que nos concierne, sino que nos contentaremos con la marcha inversa: partiendo de lo que nos enseñen los hechos registrados en este volumen, definiremos en primer lugar los enlaces más generales que están en juego en las clasificaciones y seriaciones, y trataremos luego de averiguar a qué son suceptibles de corresponder en las estructuras perceptivas.

A. *Las clases.* Comenzando por los conceptos que están en juego en las clasificaciones, los caracterizaremos a la vez por su "comprehensión" (para lo cual nos apoyaremos en el test de las definiciones de Binet y Simon) y por su "extensión" (basándonos para ello en las investigaciones que expondremos a continuación y que tratan del uso del "todos" y el "algunos", v. Cap. III y IV), tal como se nos manifiestan en el nivel de equilibrio de los 9-10 años.

Diremos pues que se puede hablar de clases a partir del momento (y sólo a partir de este momento) en que el sujeto es capaz 1) de definirlas en comprehensión por el género y la diferencia específica; y 2) de manipularlas en extensión de acuerdo con relaciones de inclusión y de pertenencia inclusiva, lo cual supone un control de los cuantificadores intensivos "todos", "algunos", "un" y "ningún".

Pero para mayor claridad, conviene que empecemos definiendo cada uno de esos términos[6]:

Df. 1: Dado un sistema de clases A, A' y B tales que $B = A + A'$ y $A \times A' = 0$ (A' es pues la complementaria de A sobre B, ya que A y A' son disyuntas), llamamos "comprehensión" de esas clases al conjunto de las cualidades comunes a los individuos de cada una de esas clases y al conjunto de las diferencias que distinguen a los miembros de una clase de los miembros de la otra.

Df. 2: Llamamos "relaciones de semejanza" (a para las A y b para las B) a las cualidades comunes a los miembros de una clase, aun cuando esta cualidad esté formulada como predicado no-relativo. Por ejemplo: "todos los yuyos (A) son verdes (a)" significa que se parecen en tanto son verdes y presentan por lo tanto la relación de "co-verdes".

Df. 3: Llamamos "alteridad" a' a las diferencias entre los miembros de la clase A' y los de la clase A cuando éstos se parecen bajo B: por ejemplo los

[6] Estas definiciones no comportan en sí mismas ninguna interpretación, y se limitan a precisar el sentido de la terminología que usaremos.

primos hermanos de los *A* son los nietos de un mismo abuelo (son pues *B*) pero que no tienen el mismo padre que los *A*, por lo tanto $a' = b$ no-a. Con otro ejemplo, los vegetales son seres vivos no animales (la alteridad estaría aquí constituida por la diferencia no-animal).

Df. 4: Definir por el género y la diferencia específica equivale a caracterizar a los miembros de una clase por la forma: "a la vez *b* y *a*" o "a la vez *a* y *b'*".

Df. 5: Llamamos "extensión" al conjunto de los miembros (o individuos) de una clase, definida por su comprehensión.

Df. 6: Llamamos cuantificación intensiva a la atribución a los miembros de una clase de los cuantificadores "todos", "algunos" (incluyendo "algún") y "ninguno". Si "todos los *A* son algunos *B*" sabremos pues que existen más miembros de *B* que de *A*, pero no sabremos nada de las relaciones cuantitativas entre *A* y *A'* (donde $A' = B - A$).

Df. 7: Llamamos inclusión de la clase *A* en la clase *B* a la relación que verifica las expresiones "todos los *A* son algunos *B*" y $A < B$ (distinguimos esas dos expresiones ya que para algunos individuos puede no realizarse la segunda, aun si parecen admitir la primera).

Df. 8: Llamamos "pertenencia inclusiva" (símbolo: épsilon = ε) a la relación entre un individuo *x* y una clase *A* de la que forma parte, tal que $(x)\ \varepsilon\ (A)$. Distinguimos esta relación de la "pertenencia partitiva", en la que un elemento *x* no es más que una parte espacial o un "pedazo" de un objeto total (como una nariz en relación con la cara), así como también de la "pertenencia esquemática" o identificación de un elemento *x* por asimilación recognitiva a un esquema perceptivo o sensomotriz.

Admitidas estas definiciones, veamos hasta qué punto encuentran estos enlaces sus equivalentes o sus análogos más o menos lejanos en la percepción. Ahora bien, estas equivalencias existen, en formas aproximadas que uno de nosotros ha llamado "isomorfismos parciales",[7] pero no se llegaría a medir su alcance sino precisando al mismo tiempo la diferencia esencial que separa los conjuntos o agregados perceptivos de las clases lógicas. Pues bien, en las clases lógicas hay correspondencia exacta entre los predicados o relaciones consideradas desde el punto de vista de la comprehensión y la distribución en extensión de los elementos así calificados; en cambio los agregados perceptivos no suponen ninguna correspondencia regular entre las cualidades percibidas en los elementos y sus agrupaciones en totalidades más o menos extendidas. Y esto porque la extensión de los conjuntos perceptivos se funda en un principio de proximidad espacial (percepción visual y táctilo-kinestésica) o temporal (audición), mientras que la extensión de las clases es independiente de todo factor de proximidad entre los elementos. Los tres puntos que deben destacarse son pues los siguientes (limitándonos a la percepción visual):

1) La percepción conoce las relaciones de pertenencia partitiva (por opo-

[7] J. PIAGET y A. MORF, *Les isomorphismes partiels entre les structures logiques et les structures perceptives*, in *Logique et perception* ("Etude d'Epistémologie génétique", fasc. VI), París (P.U.F.), C. II.

sición a pertenencia inclusiva, ver Df. 8) y las extiende incluso a las colecciones u objetos colectivos, fundándolas entonces sobre la proximidad espacial: en la fig. 1, por ejemplo, el elemento x no pertenece al conjunto sino en la medida en que está próximo a él, e igualmente en la medida en que

Fig. 1

Fig. 2

corresponde a una laguna de la figura de conjunto formada por la colección, mientras que si su lugar estuviera ocupado y él se encontrara a distancia, ya no pertenecería para nada al conjunto (cf. el elemento x en la fig. 2).

2) La percepción conoce también las relaciones de semejanza, ya sea por inspección de partes simultáneas de una misma figura (los lados de un cuadrado o los dos círculos negros de la fig. 2), ya sea por asimilaciones sucesivas: percibir el mismo objeto durante los movimientos de la mirada, o cuando se presenta muchas veces seguidas, o bien percibir una forma conocida gracias a las experiencias perceptivas anteriores. En este último caso la percepción de la semejanza va acompañada de una asimilación, origen de pertenencias esquemáticas (Df. 8).

3) Pero no existe ninguna correspondencia necesaria entre las pertenencias partitivas y las semejanzas. En la fig. 2 por ejemplo, los círculos negros forman parte de la colección principal, aunque no se parezcan a los demás elementos, mientras que el cuadradito exterior x no forma parte de ella, a pesar de que se parece a estos elementos.

De este punto 3) resulta que la percepción no conoce ni inclusiones (Df. 7) ni pertenencias inclusivas (Df. 8), ya que las relaciones comportan una coordinación de la comprehensión y de la extensión, mientras que éstas permanecen incoordinadas en el plano perceptivo. De lo cual se desprende que no puede hablarse de "clases perceptivas", y esto por idénticas razones.

Pero hay que prevenir aquí posibles malentendidos. Cuando J. Bruner[8] sostiene que la percepción es un acto de categorización, es decir que tiene por función esencial identificar un objeto incluyéndolo en una clase conocida (diciendo por ejemplo "esto es una naranja"), insiste, con razón, en el papel de las semejanzas sucesivas que hemos admitido en 2), pero esto no

[8] J. BRUNER, *Les processus de préparation à la perception*, in *Logique et perception*, cap. I ("Etudes d'Epistémologie génétique", vol. VI).

significa ni que la clase haya sido construida por la sola percepción, ni que el sujeto perciba la clase como tal (por ejemplo como la reunión de "todas las naranjas"), y ni siquiera que perciba una pertenencia inclusiva. La clase no ha sido construida por la percepción, ya que supone la intervención no sólo de abstracciones y generalizaciones sino también de operaciones aditivas que reglen las extensiones y las inclusiones. La clase no es jamás perceptible como tal, ya que generalmente es de extensión indefinida; no se percibe pues la clase sino la colección, que tiene una configuración espacial determinada, ya que constituye la reunión de los individuos. En cuanto a la pertenencia que juega en una identificación tal como "esto es una naranja", no se percibe directamente el enlace entre el objeto y la clase, pero este lazo se interpone entre dos de los esquemas perceptivos que derivan de esa forma de organización que E. Brunswik ha llamado "Gestalt empírica". La naranja es percibida como algo que presenta esta configuración familiar de un ovoide de piel rugosa y color amarillento, configuración dada por la experiencia perceptiva anterior, y ligada por señalización a un esquema sensomotriz de acciones que consisten en pelar el fruto, cortarlo, morderlo o exprimir su jugo. Sobre la base de estos esquemas (a la vez perceptivos y motrices) se funda la clase, enriquecida además por diversas comparaciones botánicas. Pero lo que el sujeto percibe antes de completarlo por el juicio "es una naranja" no es sino la "pertenencia esquemática" (Df. 8) y no la "pertenencia inclusiva", aunque gracias a la verbalización y al juicio conceptual que ésta hace posible, la primera de estas pertenencias conduzca a la segunda. En cuanto al esquema, no da lugar, por supuesto, a una percepción distinta, ya que procede por asimilaciones sucesivas en el tiempo y no por una coligación simultánea en extensión.[9]

En síntesis, en el ámbito de las clases, la percepción no proporciona sino semejanzas o pertenencias esquemáticas que se suceden en el tiempo, y configuraciones colectivas con pertenencias partitivas en el espacio. Pero a estas estructuras les falta totalmente una coordinación entre la comprehensión y la extensión: la pertenencia esquemática especialmente, no permite calificar los objetos sino en comprehensión, sin ligarlos a colecciones en extensión; en cambio, la pertenencia partitiva asegura este enlace, aunque de manera independiente de las semejanzas en juego en las pertenencias esquemáticas. La coordinación entre comprehensión y extensión, pues, irrealizable por medios puramente perceptivos, será obra de la clasificación conceptual, preparada por el esquematismo sensomotriz.

B. *Las relaciones.* Si no existe percepción de las clases como tales, puede sin embargo hablarse de una percepción de las relaciones; tanto de las relaciones simétricas (como las de semejanza, a las que acabamos de referirnos) como de las asimétricas (por ejemplo las diferencias de tamaño).

[9] Notemos, sin embargo, que los esquemas en cuestión no se originan en percepciones "primarias"; aun si, por influencia retroactiva, pueden reaccionar sobre los efectos de campo que caracterizan a estos efectos primarios: todo esquematismo resulta de una asimilación activa, en la que intervienen tanto la motricidad como la percepción, y que se sitúa, por tanto, en el nivel de las actividades perceptivas" y en general de las actividades sensomotrices.

Desde el punto de vista de las operaciones de seriación —de las que trataremos en esta obra, entre otros problemas— se plantea una interesante cuestión en cuanto a las relaciones que existen entre esta percepción de las relaciones y su organización operatoria. Se admite, en efecto, que una colección de elementos ordenados en serie (por ejemplo varillas de longitudes desiguales dispuestas en orden creciente) constituye una "buena forma", o por lo menos una forma tanto mejor cuanto más semejantes son las diferencias (C — B = B — A, etc. si A, B, C,... son los elementos de la serie). Es pues legítimo preguntarse qué agrega la seriación operatoria a la configuración serial perceptiva.

Tres cosas pueden responderse a esa inquietud. En primer lugar, que la seriación operatoria implica la transitividad ($C > A$ si $B > A$ y $C > B$), mientras que las configuraciones seriales perceptivas no comportan sino "pre-inferencias" fundadas en el esquematismo de la figura.[10] En segundo lugar, que la configuración serial afecta a la percepción sólo en la medida en que los elementos están ordenados en una colección figural; mientras que para el pensamiento operatorio una misma configuración no constituye a la seriación como tal, sino que sólo representa una figuración simbólica de ésta (a la manera de los círculos de Euler, que "simbolizan" las inclusiones entre clases). En tercer lugar, que la seriación operatoria se refiere especialmente a las manipulaciones y transformaciones (relativas al orden) que originan el encadenamiento de las relaciones asimétricas transitivas ($A < B < C < \ldots$, donde $a + a' = b$, etc. si $a = A < B$; $a' = B < C$ y $b = A < C$) y que lo engendran de manera reversible ($b - a' = a$; etc.); mientras que la percepción de las configuraciones seriales se refiere exclusivamente a los resultados de esas transformaciones, o a las transformaciones consideradas como desplazamientos visibles de elementos; pero de ningún modo integra las transformaciones y sus resultados en un sistema único de composición.

Por lo tanto (como lo veremos a continuación) se necesita un desarrollo aproximadamente tan largo y tan complejo para pasar de la configuración serial perceptiva a la seriación operatoria como para pasar de las colecciones figurales perceptivas a la clasificación operatoria, y esto a pesar de las facilidades que, especialmente desde el punto de vista de la anticipación, ofrecen al sujeto las configuraciones seriales perceptivas.

10 J. PIAGET y A. MORF, *Les préinférences perceptives* (cap. III del vol. VI de los "Etudes d'Epistémologie", París, P.U.F., 1958).

4. LOS ESQUEMAS SENSOMOTRICES

Parece así que hubiera una distancia considerable entre las estructuras perceptivas y las estructuras operatorias de clasificación y de seriación. Y esta distancia se acentúa si se tiene el cuidado de distinguir entre los diversos estadios de la percepción, y si se pone en duda la solución simplista de una evolución lineal que llevara desde el más elemental de esos estadios a la operación lógica, pasando sucesivamente por todos los demás (percepción primaria → actividades perceptivas → esquemas sensomotrices → representaciones preoperatorias → operaciones). Nada prueba, en efecto, que las acciones de campo propias a las percepciones primarias constituyan las formas más "simples" de organización cognoscitiva, ni que representen el punto de origen de las formas superiores; por el contrario, parece que desde un primer momento estuvieran integradas en estructuras más complejas consistentes en esquemas sensomotrices, esquemas cuyas actividades perceptivas irían surgiendo por diferenciaciones particulares. Es pues indispensable que reservemos la hipótesis según la cual las operaciones de clasificación y de seriación procederían del esquematismo sensomotriz, mientras que la evolución de este mismo esquematismo modificaría las percepciones y las elevaría hasta niveles que ya no pudieran sobrepasar, aunque por niveles que corresponderían a los de la inteligencia misma.

Si se examina, por ejemplo, la evolución de los esquemas perceptivos de los que depende una "buena forma" tal como el cuadrado (como en efecto lo ha intentado uno de nosotros),[11] resulta sorprendente constatar que la resistencia de esta buena forma evoluciona con la edad en lugar de permanecer constante, y aumenta en la medida en que la percepción primaria de un cuadrado es integrada en un esquema de actividad perceptiva. Este esquema conduce no sólo a reconocer inmediatamente al cuadrado como una forma familiar, sino sobre todo a analizarlo de modo sistemático controlando la igualdad de los lados y la de los ángulos: consiste pues en una trasposición de los movimientos de exploración, y, sin permitir la formación de un todo actualizado comparable a una clase (al faltar la actualización de una totalidad en extensión, en tanto colección) concluye sin embargo en la verificación, para cada objeto percibido, de las propiedades que constituyen la comprehensión de esta clase. Resulta pues claro que el esquema perceptivo constituye una de las fuentes de la clase, pero no en tanto descansa en percepciones primarias: al contrario, lo es en tanto que agrega a estas últimas un sistema de comparaciones activas, debido al carácter sensomotriz de las transposiciones y generalizaciones. En efecto, la semejanza de los diferentes cuadrados (fundada sobre la igualdad de sus lados, de sus ángulos, etc.) se hace entonces solidaria de la de las acciones de exploración que

[11] J. PIAGET, F. MAIRE y F. PRIVAT, *La résistance des bonnes formes à l'illusion de Müller-Iyer*, Arch. de Psychol., Rech. XVIII.

realiza el sujeto, y esto explica que la buena forma gane en resistencia (del doble al triple entre los 5 y los 9-10 años).

Tampoco hay que perder jamás de vista el hecho de que un sector perceptivo particular —el visual por ejemplo— no se organiza sino en un comercio constante con los demás sectores, especialmente con el táctilo-kinestésico. A partir del nacimiento, pero sobre todo a partir de las coordinaciones entre la vista y la prehensión (entre los 4 y los 5 meses) un objeto no es percibido visualmente más que en correspondencia con su percepción táctilo-kinestésica, y esta última nada significa sino en conexión con la acción íntegra. En la medida en que se organiza el esquematismo de la percepción, está desde un primer momento subordinado al de la acción, puesto que los esquemas sensomotrices son genéticamente tan elementales como las percepciones primarias. Ahora bien; no se podría explicar la construcción de esos esquemas por una composición de percepciones, aunque éstas desempeñen naturalmente un papel de señal —papel necesario, pero sólo parcial— en su funcionamiento (ya se trate de señales propioceptivas como de índices exteroceptivos). En efecto, los esquemas sensomotrices no constituyen un compuesto de percepciones exteriores y de percepciones de movimientos, sino un sistema de percepciones y de movimientos como tales; o lo que es lo mismo, que el sujeto no percibe por un lado los objetos y por otro sus movimientos, sino los objetos como pudiendo de entrada ser modificados por sus propias acciones, cuando no lo está ya desde un primer momento: un cubo, por ejemplo, es percibido como pudiendo ser manipulado y dado vuelta, o rodeado, de tal manera que sus partes invisibles —sensorialmente hablando— son tan visibles como las demás —perceptivamente hablando— por el hecho de que las percepciones están integradas en la acción (el esquema perceptivo del cubo, pues, está tanto o más ligado que el del cuadrado a las acciones de exploración del sujeto que a la percepción primaria). Percibir un sillón, decía P. Janet, es ver un objeto en el que uno puede sentarse; percibir una casa, decía aún más rotundamente von Weizsäcker, no es mirar una imagen que a uno le ha entrado en los ojos, sino reconocer un sólido en el que se va a entrar.

Para remontarnos a los orígenes de las clasificaciones y las seriaciones, pues, pensaremos sobre todo en verificar y utilizar la hipótesis última de un sistema de esquemas sensomotrices (comprendiendo también los esquemas perceptivos, aunque no poniéndolos de entrada e independientemente de aquéllos). Y en efecto, constatamos que desde antes de la constitución del lenguaje, el niño de 6-8 a 18-24 meses ya es capaz de conductas que anuncian estos dos tipos de organizaciones.

En lo que atañe a la clasificación, el niño reconoce inmediatamente, cuando se coloca un objeto en determinadas situaciones, sus caracteres de utilización posible, relativamente a los esquemas habituales de asimilación: balancear, sacudir, golpear, tirar al suelo, etc. Cuando se le presenta un objeto enteramente desconocido, le aplica sucesivamente estos diversos esquemas conocidos como si tratara de comprender la naturaleza de la cosa desconocida determinando si es algo para balancear, algo para hacer ruido sacudiéndolo, algo para frotar, etc. Estamos pues frente a una especie de cla-

sificación práctica[12] que recuerda a la definición por el uso, pero que procede por ensayos sucesivos y no por repartición en colecciones simultáneas. Por el contrario, se encuentra el esbozo de éstas en el apilar objetos semejantes o en el construir objetos complejos (que anuncian a los que encontraremos después de la constitución de la función simbólica; ver cap. I). Se encuentra el esbozo de las seriaciones en determinadas construcciones, por ejemplo superposiciones de cubitos colocados primeramente al azar, y luego ordenados según volúmenes decrecientes.

Pero si es indudable que en el nivel sensomotriz y preverbal del desarrollo se observan conductas que anuncian la clasificación y la seriación (lo cual basta para mostrar que las raíces de estas estructuras son independientes del lenguaje), no es menos claro que queda una gran distancia por recorrer entre esas organizaciones elementales y las estructuras operatorias correspondientes. En efecto; aunque un esquema constituya el equivalente funcional de un concepto, en tanto instrumento de generalización y de inteligibilidad, no le es idéntico desde el punto de vista estructural, ya que carece de una actualización simultánea de sus diversas aplicaciones posibles, y carece, por consiguiente, también de un ajuste recíproco actual entre la "extensión" y la "comprehensión".

En efecto, un esquema sensomotriz consiste en una coordinación de movimientos propios suceptibles —en tanto están coordinados de una manera estable y van acompañados de señalizaciones perceptivas igualmente esquematizadas— de ser aplicados a una serie de objetos nuevos igualmente análogos; por ejemplo, balancear objetos suspendidos o atraer hacia sí por el intermediario de un soporte (mantel, etc.) un objeto colocado sobre ese soporte. Como tal, el esquema supone:

1) En comprehensión, relacionar las propiedades del objeto a las cuales se aplica el esquema; por ejemplo, reconocer que un objeto puede ser balanceado si está suspendido, o atraído si está "colocado sobre" un soporte accesible y móvil.

2) En extensión, una serie de objetos y de situaciones a los que es susceptible de ser aplicado.

Pero al no darse la actualización de la extensión en colecciones simultáneas (materiales, por ordenamiento actual, o mentales, por reunión simbólica), no podría organizarse aún una correspondencia sistemática (desde el punto de vista del sujeto, por oposición al del observador) entre esta comprehensión y esta extensión. En efecto, si analizamos mejor los mecanismos 1) y 2), constatamos:

1a) Las propiedades en comprehensión consisten en primer lugar en relaciones internas del objeto percibido (relación de suspensión, de "colocado sobre", etc.).

1b) A eso hay que agregar las relaciones de semejanza entre el objeto percibido y aquéllos a los que el esquema ya ha sido aplicado.

[12] Cf. J. PIAGET, *La naissance de l'intelligence chez l'enfant*, p. 256-265.

En cuanto a la extensión, es preciso distinguir:

2a) La pertenencia partitiva de una fracción del objeto percibido al objeto total.

2b) La pertenencia esquemática del objeto actualmente percibido al esquema sensomotriz.

Ahora bien, constatamos que, si hay correspondencia entre 1a) y 2a), en el sentido de que las relaciones cualitativas en comprehensión 1a) son atribuidas en extensión a una estructura espacial con relaciones de partes a todo, no encontramos la misma correspondencia entre 1b) y 2b), porque, al faltar la función simbólica que permite evocar el conjunto de los objetos a los que se aplica el esquema, la semejanza entre el objeto percibido actualmente y aquéllos a los que el esquema ha sido ya aplicado (1b) no es sino una semejanza vivida y no evocable, y porque la pertenencia esquemática (2b) no se traduce todavía para el sujeto en la forma de una inclusión en la extensión, sino que permanece ligada a la atribución de la relación (o del predicado) en comprehensión. En otras palabras, la pertenencia del objeto al esquema (2b) no se acompaña de la evocación o de la construcción material de una colección actual, de tal manera que esta pertenencia esquemática tiene que ver más con la comprehensión que con la extensión, o al menos se muestra casi completamente indiferente con respecto a ellas.

El esquematismo sensomotriz permanece así muy alejado de la diferenciación y de la coordinación reunidas de la extensión y de la comprehensión que caracterizan a las clases lógicas. En cuanto a la seriación, aunque se encuentra más próxima de la seriación operatoria de lo que lo están las configuraciones seriales perceptivas, difiere de éstas en su movilidad reversible y su método sistemático de construcción, fundado en esta reversibilidad (en la coordinación de las relaciones de mayor y menor).

El punto en el que el esquematismo sensomotriz se acerca más, sin duda, a las estructuras lógicas, es en la diferenciación siempre posible de los esquemas en subesquemas y en la organización jerárquica que se establece así, y que anuncia las futuras jerarquías operatorias. Por ejemplo, el esquema de atraer a sí un objeto por intermedio de un soporte puede ser diferenciado, en el caso de un soporte rígido (tabla, etc.), en un esquema que consista en hacerlo girar. En este caso, se constatará en el sujeto la existencia de un esquema general (utilizar un soporte en el que está colocado un objeto deseado), subdividido en dos subesquemas, uno que consiste en tirar sin más del soporte, y otro que consiste en hacerlo girar o deslizar, etc. Pero también aquí se trata de encasillamientos puramente prácticos; y, al faltarle la actualización en colecciones (materiales o mentales) simultáneas, el sujeto no elabora a partir de ellos ningún sistema de clases propiamente dicho.

Terminando con esta Introducción, constatamos así que por debajo del nivel en el que, gracias al lenguaje y a la función simbólica (condiciones necesarias pero no suficientes) se hace posible el pensamiento, discernimos ya la existencia de raíces de las cuales procederán las futuras clasificaciones y seriaciones. En especial, encontramos bajo una forma muy primitiva un juego de relaciones de semejanzas y de diferencias que constituirán la ma-

teria de las "comprehensiones" de esos sistemas ulteriores. Pero en lo que toca a la extensión, no la encontramos sino bajo la forma infralógica de la distribución en el espacio de las partes de un mismo objeto único o colectivo, pero no todavía bajo la forma prelógica o lógica de colecciones no figurales o de clases. ¿No consistiría pues en diferenciar y coordinar progresivamente la extensión y la comprehensión el problema central de la clasificación? Ya desde los primeros capítulos de esta obra tendremos ocasión de ver cuán laboriosa es en realidad tal empresa, y de qué interacción de factores depende el éxito. Si el problema se plantea en efecto en términos de acción desde un primer momento; ¿por qué caminos construirá poco a poco el sujeto las operaciones necesarias a su solución? Eso es precisamente lo que examinaremos desde más cerca en lo que sigue.

Capítulo I

LAS COLECCIONES FIGURALES[1]

Nuestro problema consiste en averiguar cómo se constituye una clasificación, si a partir del esquematismo sensomotriz en general o si a partir de estructuras perceptivas. Para esto, conviene tratar de explicar una reacción bastante generalizada en los niños, y que por sí sola es muy instructiva en cuanto al modo como se forman las clasificaciones: el niño que pertenece a un primer estadio no dispone los elementos en colecciones y subcolecciones fundadas sobre semejanzas y diferencias aisladas, independientemente de la configuración espacial de tales conjuntos, sino que los reúne en "colecciones figurales" que están a mitad de camino entre un objeto espacial y una clase.

§ I. DEFINICION DE LAS "COLECCIONES FIGURALES" Y PLANTEO DE LOS PROBLEMAS

Como lo hemos admitido ya en nuestra Introducción, una clase supone dos tipos de caracteres o relaciones, ambas necesarias, y que bastan para su constitución:[2]

1. Las cualidades comunes a sus miembros y a aquéllos de las clases de las que forma parte, así como las diferencias específicas que distinguen a sus propios miembros de los de las demás clases (comprehensión).

[1] Con la colaboración de G. Noelting y S. Taponier, que han examinado aproximadamente 200 casos para este capítulo y para el siguiente.
[2] Se notará que la definición que sigue no se aplica sino a una clase incluida en otras, y no a una clase aislada; en efecto, no creemos que existan clases aisladas.



2. Las relaciones de parte a todo (pertenencias e inclusiones) determinadas por los cuantificadores "todos", "algunos" (incluyendo a "algún") y "ninguno" aplicados a los miembros de la clase considerada y a los de las clases de que forma parte, pero en tanto están calificadas bajo 1 (extensión de la clase).

Los gatos, por ejemplo, tienen en común muchas cualidades que poseen "todos" los gatos, y de las cuales algunas son específicas, mientras que otras pertenecen también a otros animales, etc.

Pero en esta definición de la clase (que se aplicará a las clasificaciones de los niños a partir de cierta edad) no interviene ninguna propiedad o relación que se refiera a una configuración espacial: los gatos pueden estar agrupados o dispersos en el espacio de cualquier modo sin que esto cambie nada en las propiedades 1 y 2 de esta clase. Sin duda que las relaciones de inclusión caracterizadas en 2 pueden dar lugar a una estructuración de naturaleza topológica, y por tanto espacial; en este caso podemos utilizar el isomorfismo para establecer un paralelismo entre la estructura algebraica de las inclusiones y ciertas estructuras topológicas de abarcamiento, sin que la intervención de un espacio sea para nada necesaria en la descripción completa de las clases.

Por el contrario, hablamos de "colecciones figurales" cuando el niño dispone los elementos a clasificar agrupándolos según las configuraciones espaciales que comportan un significado desde los puntos de vista de las propiedades 1 ó 2. Por ejemplo, el niño pondrá un triángulo encima de un cuadrado, por estimar que esas dos formas están emparentadas en tanto el triángulo evoca el techo de una casa y el cuadrado el cuerpo del edificio; en este caso, el triángulo debe ser puesto encima del cuadrado y no en otra parte, lo que confiere un significado a la configuración espacial desde el punto de vista de las relaciones 1. En otros ejemplos, el "algunos" y el "todos" dependerán de la configuración espacial de las colecciones yuxtapuestas o reunidas, etc., configuración que adquirirá así una significación desde el punto de vista de las relaciones 2.

Dos cuestiones previas se plantean de entrada: primero, la de saber si el niño ha comprendido bien la consigna, que es la de clasificar objetos según sus semejanzas y no la de servirse de ellos para construir conjuntos significativos o agregados cualesquiera; segundo, la de saber si las configuraciones espaciales utilizadas no tienen sino un sentido simbólico o si intervienen efectivamente en la constitución de la "colección figural" considerada como forma elemental de la clase.

Acerca de la comprensión de la consigna, no es éste el lugar de discutir cuáles son las fórmulas más apropiadas para ser propuestas al niño ("poner junto lo que se parece", o "lo que va junto", etc.); digamos simplemente —sin perjuicio de justificarnos luego— que aunque no pueda todavía comprender lo que es una clasificación en el sentido que adquirirá esta noción desde los 7-8 años, el niño de 2-5 años interpreta nuestras consignas de acuerdo con el significado que, en el nivel de edad considerado, se acerca más a lo que él capta de esta estructura operatoria.

En cuanto a la significación simbólica o efectiva de las configuraciones espaciales que intervienen en las colecciones figurales, es preciso despejar un posible equívoco. Resulta claro, en efecto, que toda representación simbólica que un adulto (sea o no lógico de profesión) se forma de una clasificación, de una manera u otra recurre al espacio, ya sea en forma de "árboles" taxonómicos, ya de simples círculos de Euler. Cuando se traduce, por ejemplo, una relación de inclusión $A < B$ por dos círculos, uno (el B) que contiene al otro (A), se está recurriendo a una figura espacial: por un lado, el círculo A está situado en el interior de B para expresar el hecho de que A forma parte de B, y, por otro, B está representado como siendo más grande que A porque lo comprende, pero además comprende a otros B no-A. Del mismo modo, cuando un niño de un nivel que puede ser superior al de las colecciones figurales representa sus clases por "montones" o grupos cualesquiera, esos montones son exteriores unos a otros, los "submontones" son interiores a los montones, y cada objeto pertenece a uno de los montones o sub-montones en tanto es interior a él, etc.: puede tratarse entonces de simple representación simbólica, con traducción de los círculos de Euler en conjuntos variados.

En lo que concierne a los enlaces espaciales que intervienen en las colecciones figurales, la cuestión que se plantea es la de saber qué es lo que en ellas depende del simple simbolismo y qué es lo que constituye enlaces que presentan un significado para la clasificación misma (propiedades 1 ó 2 de la clase). En el caso de los árboles taxonómicos o de los círculos de Euler, está claro que la figura espacial no sirve sino de símbolo al conjunto; además, no simboliza sino las inclusiones o las pertenencias como tales (por ende, sólo las extensiones o relaciones 2 distinguidas al comienzo de este capítulo), y esto por isomorfismo entre las relaciones consideradas entre conjuntos y las correspondientes relaciones topológicas de abarcamiento. Por el contrario, en las colecciones figurales: a) las relaciones espaciales son constitutivas y no simbólicas, y la prueba está en que b) interesan a los enlaces entre objetos (por ende, a las relaciones 1 distinguidas al comienzo de este capítulo) y no sólo a las inclusiones o pertenencias inclusivas; además, y por eso mismo, estas últimas relaciones no existen todavía en estado independiente en el nivel de las colecciones figurales (ya que falta una diferenciación suficiente entre las relaciones 1 y 2).

En una palabra, la colección figural constituiría una figura precisamente en virtud de los enlaces entre sus elementos como tales, mientras que las colecciones no figurales[3] y las clases serían independientes de toda figura, incluyendo también los casos en las que están simbolizadas por figuras, y a pesar de que puedan también dar lugar a isomorfismos con estructuras topológicas.

Si admitimos eso, podemos formular la siguiente hipótesis concerniente a

[3] Llamaremos "colecciones no figurales" a las que no constituyen todavía clases, ya que les faltan las inclusiones, pero que tampoco comportan una figura definida ligada a las propiedades 1 ó 2 (ver cap. II).

la formación de las colecciones figurales, y nuestro problema consistirá en confirmarla o refutarla:

a) Las clases (y la clasificación) suponen una coordinación de los enlaces de parte a todo (propiedades 2 del comienzo de este capítulo, extensión de la clase) con las relaciones de semejanzas o de diferencias (alteridades) que determinan la "comprehensión" correspondiente (propiedades 1).

b) Ahora bien; en el nivel en que comienzan las colecciones figurales, las relaciones de semejanzas y diferencias existen ya, pero no son aplicables sino a objetos sucesivos o a parejas sucesivas de objetos, sin conexiones con las relaciones de parte a todo. Esas semejanzas o diferencias dependen, en efecto, de esquemas de acción, sensomotrices o verbales, pero sin llevar a la formación de sistemas simultáneos como serían los conceptos correspondientes a una extensión determinada.

c) En el mismo nivel de desarrollo, existen igualmente relaciones de parte a todo, pero que no se aplican todavía a colecciones o conjuntos discontinuos (inclusiones o pertenencias inclusivas) y permanecen subordinados a las configuraciones perceptivas, y por consiguiente limitadas al ámbito de las partes y totalidades continuas o espaciales (partición de un objeto o de una figura y recomposición de la totalidad de uno solo de esos conjuntos, a partir de esos segmentos).

d) Así pues, a falta de una coordinación suficiente entre las relaciones de semejanzas, etc. (propiedades 1 de la clase) —que actúan en orden temporal sucesivo y no simultáneo— y las relaciones de parte a todo (propiedades 2 de la clase) —que siguen siendo espaciales—, el sujeto construye una colección figural: cuando se le dan al niño objetos para clasificar, los agrupa según semejanzas variadas, pero reuniéndolos bajo la forma de totalidades espaciales, ya que aún no dispone de inclusiones o de pertenencias inclusivas (precisamente por falta de una coordinación posible entre las semejanzas ordenadas temporalmente y las relaciones de parte a todo, que siguen siendo espaciales), y se contenta por lo tanto con pertenencias partitivas.

e) En síntesis, la colección figural constituiría el comienzo de la coordinación entre los enlaces de parte a todo proporcionados por la percepción bajo una forma espacial (y no inclusiva) y las relaciones de semejanzas-diferencias proporcionadas por los esquemas perceptivos (sensomotrices, imaginativos y los primeros esquemas verbales) pero bajo una forma temporal sucesiva y no simultánea.

Dicho esto, los dos resultados genéticos principales a que hemos llegado en lo que concierne a las colecciones figurales son los siguientes:

a) Existe un estadio de las colecciones figurales que dura más o menos tiempo según el material empleado y las consignas dadas, pero que precede siempre al nivel de las colecciones no figurales (colecciones fundadas únicamente sobre las semejanzas o diferencias, con pertenencias inclusivas pero sin inclusiones), y *a fortiori* el de las clases (con encajes inclusivos).

b) Por el contrario, nos ha resultado imposible distinguir, en el seno de ese estadio de las colecciones figurales, sub-estadios que cuenten con un orden de sucesión regular; y no hemos conseguido sino disociar ciertos ti-

pos más o menos constantes de reacciones, que se enciman unos con otros de diversas maneras, según los dispositivos y las técnicas de interrogación. Los tres tipos principales son:

1. Los alineamientos (de una sola dimensión), continuos o discontinuos.

2. Los objetos colectivos: colecciones figurales de dos o tres dimensiones, formadas por elementos semejantes y que constituyen una unidad sin interrupciones y de estructura geométrica.

3. Los objetos complejos: iguales caracteres, pero colecciones formadas de elementos heterogéneos. Dos variedades: estructuras geométricas y formas de significado empírico.

2. DESCRIPCION DE LOS TIPOS DE REACCIONES, Y PRIMER GRUPO DE EJEMPLOS CON UN MATERIAL CONSTITUIDO POR FORMAS GEOMETRICAS (BIDIMENSIONALES)

Utilizando material formado por superficies circulares, cuadradas, triangulares, de anillos y de semi-anillos, de madera o material plástico y de colores diferentes (con eventual agregado de letras del alfabeto igualmente

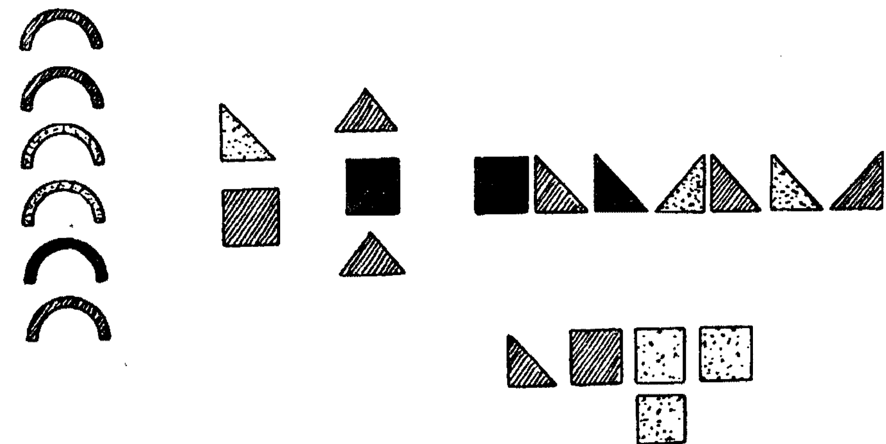


Fig. 1

coloreadas), hemos observado una gran abundancia de colecciones figurales de todos los tipos entre los 2 y medio y 5 años, seguidas (a veces desde los

4 años y medio, pero en general después de los 5 años y medio) de colecciones no figurales, y (desde los 7-8 años) de clases propiamente dichas. La consigna es "poner junto lo que se parece".[4]

Vamos a dar brevemente algunos ejemplos de los tipos de reacciones características del primero de estos estadios:

I. Pequeñas alineaciones parciales. Se trata de reacciones muy primitivas cuyo carácter esencial reside en que el sujeto no trata de clasificar todos los objetos presentados, sino que se contenta con construir algunas colecciones no exhaustivas y sin relaciones entre sí. Pero el interés de esas colecciones parciales estriba en que toman una forma lineal, cuya significación se trata de precisar:

Viv (2; 6) mira primero el círculo azul, luego el rojo, luego el amarillo, y dice "igual que eso" (semejanzas sucesivas sin figura). Construye entonces una fila con todos los círculos, despreciando todas las demás figuras. Se le pregunta con qué va el triángulo amarillo, y muestra el círculo amarillo, después el cuadrado azul (figura con ángulos). Coloca entonces el triángulo y el cuadrado en una pequeña fila vertical. Por fin coloca (igualmente en fila vertical) una serie de cuadrados (chatos sobre la mesa) diciendo "una torre".

Jos (3; 1) pone en fila primero seis semicírculos (2 azules, 2 amarillos, uno rojo y uno azul); luego pone un triángulo amarillo sobre un cuadrado azul, luego un cuadrado rojo entre dos triángulos azules, colocando contiguos los 3 elementos de esta fila. Construye luego otra fila con casi todos los cuadrados y triángulos (entrecruzados, sin relaciones de color y tocándose), luego pone en fila un triángulo y tres cuadrados, y mientras lo va haciendo decide que es una casa; continúa entonces agregando un cuadrado por encima de los tres otros, lo que transforma esta reacción en una del tipo de los "objetos complejos" (ver fig. 1).

Nel (3; 1). Empieza por armar una fila (inclinada) de círculos contiguos, alinea después cuadrados y triángulos no contiguos, y finalmente pasa a un objeto complejo (ver III) y a los alineamientos totales (tipo II).

Esos alineamientos parciales constituyen las formas más simples de conjuntos clasificadores, lo cual no significa en modo alguno que se trate de un sub-estadio elemental, puesto que otros sujetos comienzan por objetos complejos, etc.

1. El sujeto comienza por establecer semejanzas entre el primer elemento elegido y el siguiente, luego entre el segundo y el siguiente, etc., pero sin

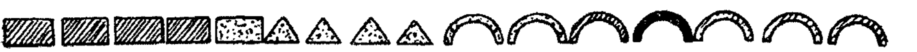


Fig. 2

plan preestablecido ni intenciones de agotar todos los elementos. Eso es lo que hace Viv antes de tocar los círculos, y Jos y Nel manipulándolos, y

[4] No hay que tener miedo de modificar la consigna para hacerse entender: "poner los mismos", "colocar aquí los que se parecen y allá los que también se parecen, pero que no son iguales a los de aquí", etc.

luego lo que hacen los tres agrupando cuadrados y triángulos a causa de sus ángulos (independientemente del número de éstos).

2. Pero esos elementos, ligados por semejanzas sucesivas y establecidas entre elementos próximos, no están aún agrupados en una totalidad anticipada y ni siquiera construida como conjunto total, ya que cuando el sujeto liga el tercer elemento al segundo nada lo obliga a ocuparse todavía del primero, si las semejanzas se establecen sucesivamente. El sujeto se limita pues a hacer corresponder las semejanzas próximas con relaciones de pertenencia partitiva susceptibles de ser ellas mismas originadas una a una: sin plan preestablecido de alineamiento, pues, coloca el segundo elemento al lado del primero, el tercero al lado del segundo, etc., construyendo así, por vecindades unidimensionales sucesivas, una serie lineal que constituye la más simple de las formas de pertenencia partitiva y espacial.

3. Este alineamiento así comenzado, por síntesis de semejanzas sucesivas, se impone entonces, pero como estructura de conjunto, y constituye, por eso mismo, un esquema con poder de generalización y de transferencia, lo que puede llevar al tipo II de reacción.

II. Alineamientos continuos, pero con cambio de criterios. La generalización del alineamiento a todos los elementos encontrados desemboca en una sola fila total, en la cual se manifiestan sub-series, no previstas por el sujeto y probablemente ni siquiera notadas conscientemente por él, ya que provienen nada más que del hecho de que, al proceder con los elementos uno a uno, el niño olvida los términos precedentes y sin quererlo va cambiando el criterio de semejanza en sus aproximaciones sucesivas:

Ala (3; 11) pone un triángulo azul al lado de otro, lo hace seguir de un cuadrado azul, luego de uno amarillo (pasaje del criterio de color al criterio de forma) y de cuadrados rojos, amarillos y azules. Como este último está precedido de uno amarillo, el niño lo hace seguir (sin duda por simetría) de un triángulo amarillo, y éste provoca entonces la elección sucesiva de 6 triángulos más; dos rojos, después dos amarillos y después dos azules. Luego Ala retorna a los alineamientos parciales (verticales) y pasa a los objetos complejos.

Chri (4; 10) comienza alineando 5 rectángulos; el último, amarillo, atrae 4 triángulos amarillos, seguidos de 2 semicírculos amarillos también. Estos provocan entonces la elección de 5 semicírculos sucesivos de colores varios (ver fig. 2).

Gamb (5; 8) comienza por alinear letras; como la última es amarilla provoca la presencia de un círculo amarillo; de ahí parte una serie de círculos de varios colores.

Estos cambios de criterio propios de los alineamientos continuos manifiestan claramente las dificultades de la coordinación entre las relaciones de semejanza y las de parte a todo.

1. En efecto, en este nivel las semejanzas no pueden ser establecidas sino por sucesivas relaciones establecidas en el tiempo, y esto precisamente porque falta la capacidad de construir totalidades inclusivas simultáneas, que serían independientes de toda figura espacial y no se basarían sino en la cuantificación (extensión) de los elementos determinados por esas semejan-

zas (y por las diferencias). Recíprocamente, los enlaces de parte a todo permanecen siendo ellos mismos necesariamente sucesivos y espaciales, al no poderse apoyar en un conjunto actualizado de semejanzas y diferencias. El alineamiento constituye entonces —como se ha visto en I— la síntesis de esas semejanzas por sucesión temporal, y la de esas pertenencias partitivas por sucesión espacial. Pero en la medida en que el alineamiento es continuado en series totales en lugar de proceder por pequeñas series parciales (I) su mismo principio de sucesión espacial (pertenencia partitiva) y temporal (semejanzas) lo torna incapaz de figurar las jerarquías, es decir los sistemas de sub-clases y de clases totales que exigiría la multiplicidad de las semejanzas y diferencias en juego, ya que una jerarquía supone un conjunto de encajes y no una pura sucesión.

2. Los cambios de criterio marcan pues la primacía de la sucesión espacio-temporal sobre la jerarquía simultánea: cuando se agotan los elementos que satisfacen al criterio de semejanza que ha tomado como punto de partida, el sujeto continúa alineándolos de acuerdo con otra semejanza, de donde la aparición de un segundo criterio. Pero esto se acompaña de un olvido del primer criterio, porque el comienzo de la fila está alejado a la vez en el tiempo (memoria) y en el espacio (percepción), y porque al proceder uno a uno, el sujeto se contenta con relacionar cada elemento nuevo con el que lo precede inmediatamente.

3. No podría decirse pues que en el momento de su formación el alineamiento continuo represente un progreso lógico sobre los alineamientos parciales: no se trata sino de dos métodos equivalentes para destacar un cambio de la semejanza utilizada en las comparaciones uno a uno, y ambos traducen la misma incapacidad de coordinar la comprehensión de las colecciones (semejanzas y diferencias) con su extensión (pertenencias partitivas), de donde la incapacidad para dominar las relaciones de inclusiones.

4. Con todo, una vez construida, la serie total obtenida por alineamiento continuo puede dar lugar, por inspección simultánea posterior de esta figura en su conjunto, a retoques que se orientan hacia el estadio II, es decir hacia las colecciones no figurales yuxtapuestas. De este modo, uno de nuestros sujetos (Wal 4; 10),[5] que comienza con una alineación continua con cambios de criterio (primero cuadrados, luego figuras amarillas, luego semicírculos, y como los últimos son azules, luego cuadrados azules, de tal modo que cada uno de los primeros elementos de esos segmentos está ligado al último del anterior por una nueva semejanza), termina por desplazar los cuadrados finales para agregarlos a los del principio, obteniendo así tres segmentos homogéneos (cuadrados, triángulos y semicírculos), que son todavía lineales, pero que anuncian ya las colecciones no figurales.

III. Intermediarios entre los alineamientos y los objetos colectivos o complejos. Los objetos colectivos o complejos son colecciones figurales de más de una dimensión. Hay dos tipos de intermediarios entre los alineamientos y estas otras formas de colecciones: a) los alineamientos múltiples, en los

[5] Ver cap. II, par. 2, p. 63.

que una de las líneas está orientada en distinta dirección que la primera (por ejemplo en ángulo recto), y b) figuras que comienzan como alineamientos y que después se completan como superficies. También se pueden considerar como formas intermediarias los alineamientos propiamente dichos, pero que son retocados durante la operación, o reordenados al terminar, de acuerdo con simetrías internas de colores o de formas, todo lo cual confiere a la figura un carácter de objeto simultáneo total, que ya no es la pura sucesión que presentan en cambio los alineamientos simples.

Ala (3; 11, ya citado en II) construye una serie de 5 cuadrados, en la que el del medio es rojo, el 2º y el 4º azules y los de los extremos amarillos (doble simetría).

Pons (4; 6) construye una serie de letras; las primeras son a (azul) y b (amarilla), y las últimas b (amarilla) y a (azul), simetría que parece expresamente buscada.

Pat (4; 0 a 4; 5) presenta a los 4; 0 un alineamiento simétrico de rectángulos coloreados que se prolonga en cada extremidad por un rectángulo azul en ángulo recto con respecto a los de la línea central. A los 4; 5 construye una gran escuadra, reuniendo los elementos ya por su forma, ya por sus colores.

Mic (5; 0) alinea verticalmente rectángulos, continúa en ángulo recto con círculos y cuadrados mezclados, a veces por la forma, a veces por el color, para terminar con letras (en línea horizontal).

Nel (3; 1, ya citado en I) después de alineamientos parciales pone un triángulo amarillo al lado de un cuadrado amarillo y coloca un triángulo rojo bajo el amarillo y un cuadrado rojo bajo el amarillo, lo que da una figura de conjunto cuadrada, que podría tomarse por una tabla de doble entrada, pero la prueba de que no se trata de eso reside en que inmediatamente el niño reemplaza el cuadrado amarillo por uno azul, con lo que evidencia que se trataba simplemente del paso de un alineamiento a un objeto colectivo cuadrado. Otro ejemplo de este pasaje: Nel construye una larga fila continuada, que empieza y termina por cuadrados entre dos semicírculos; declara entonces que "es un puente".

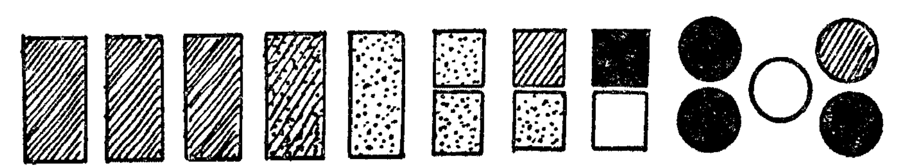


Fig. 3

Pat (4; 5), después de las reacciones de simetría y de figura en ángulo recto que hemos visto más arriba, rehace una línea continua comenzando por grandes rectángulos casi pegados por sus lados mayores, y seriados por colores: tres azules, uno verde y uno amarillo. Al querer continuar con superficies amarillas y no encontrar más rectángulos, Pat superpone dos cuadrados amarillos (lo que

equivale a un rectángulo), y luego de nuevo dos cuadrados, uno amarillo y uno azul, luego dos más (blanco y rojo), luego dos círculos, y termina con tres círculos: el alineamiento inicial se continúa así como figura bidimensional (ver fig 3). Empieza después una figura del mismo tipo, a mitad de camino entre un alineamiento y una superficie estirada, que llama "un largo trolebús" (ver fig. 4).

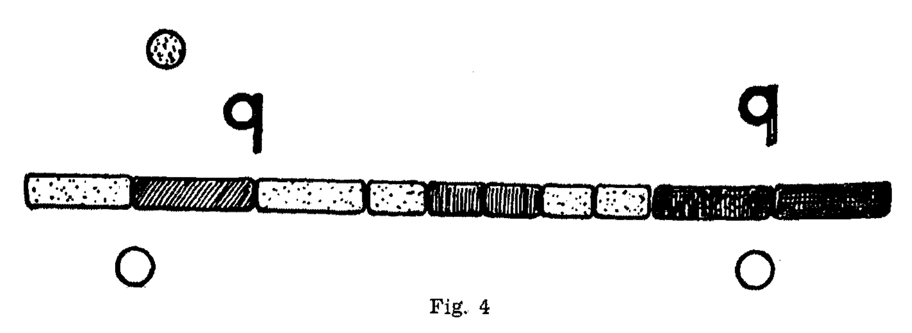


Fig. 4

Bor (4; 9) comienza por parejas de semicírculos de los mismos colores alineados unos frente a otros (a manera de círculos cortados horizontalmente), luego pasa a un largo alineamiento de semicírculos simples y termina disponiendo los cuadrados en una figura bidimensional.

Hemos proporcionado así ejemplos de simetrías unidimensionales (de Ala a Pat 4; 0), de figuras en ángulos rectos (Pat 4; 5 y Mic) y de pasaje de figuras lineales a figuras de superficie (Nel, Pat y Bor).
El proceso que caracteriza estos pasajes parece ser el siguiente: El alineamiento no constituye sino una síntesis inestable entre las semejanzas y las pertenencias partitivas, ya que ambas siguen siendo sucesivas y no enlazan sino de a uno a cada elemento con el que le sigue. El frágil equilibrio así obtenido dará lugar pues a una doble tendencia a consolidar esta síntesis, reforzando, por un lado, las semejanzas entre elementos alineados, y por otro, su pertenencia al todo; es decir, tratando, en ambos casos, de sustituir con una totalidad simultánea la simple sucesión. Sólo que los dos tipos de enlaces no pueden ser reforzados a la vez, ya que reforzarlos juntos equivaldría a hacer corresponder la "comprehensión" de las colecciones (= las semejanzas y diferencias cualitativas entre los elementos) y su "extensión" (= las relaciones de parte a todo), lo cual resolvería de un plumazo el problema de la formación de las clases y de las clasificaciones jerárquicas. La semejanza sólo puede pues ser reforzada a expensas de la pertenencia y la pertenencia a expensas de la semejanza; habrá pues que reforzarlas por turno, y eso por las razones que ya hemos expuesto.
De este modo, puede primar el refuerzo de las semejanzas, pero en ese caso sin modificación de la pertenencia, que permanece por ende espacial y unidimensional: se observa entonces un esfuerzo para perfeccionar los alineamientos introduciendo en ellos pequeñas series homogéneas (lo que se observó en el tipo II con los alineamientos continuos con cambios de criterio) o bien simetrías que constituyen otras tantas relaciones de semejanza entre parejas o sub-conjuntos de elementos de la serie total.

O bien, lo reforzado es la pertenencia de los elementos al todo, lo que queda destacado por el pasaje de la pertenencia unidimensional (vecindades sucesivas) a la pertenencia a las totalidades bidimensionales actuales (sistemas simultáneos) que constituyen los objetos colectivos o complejos. Pero en este caso, el refuerzo de la pertenencia, es decir de la cohesión de las partes en el seno de un todo único y no sucesivo, corre el riesgo de hacerse a expensas de las semejanzas entre los elementos, en la medida en que el objeto colectivo adquiere sus caracteres propios como totalidad íntegra, caracteres que hacen pasar a segundo plano su función de instrumento de clasificación. Es por eso que el objeto colectivo (formado de elementos homogéneos) es inestable.

Apenas constituido, pues, el objeto colectivo puede dar lugar a dos tipos de desviaciones posibles, que debilitan la búsqueda de semejanzas entre sus elementos. En primer lugar, la figura construida puede tender a tomar una forma geométrica autónoma, que lleva al sujeto a perder de vista los grupos fundados sólo en la semejanza de las partes entre sí (objeto complejo geométrico): eso es lo que se ve ya en la larga superficie rectangular de Pat, y que encontraremos más claramente en las reacciones del tipo V. En segundo lugar —esto es más corriente—, el niño puede conferir a su agrupamiento el significado de un objeto empírico, y olvidar momentáneamente las necesidades de la clasificación de los elementos como tales: lo que ocurre en el caso del "puente" de Nel, del "largo trolleybus" de Pat, y lo que encontraremos en las reacciones del tipo VI.

IV. Los objetos colectivos. Por definición, el objeto colectivo estaría formado por una agrupación de dos o tres dimensiones de elementos semejantes, pero que forman juntos una figura unida (cf. el objeto colectivo cuadra-

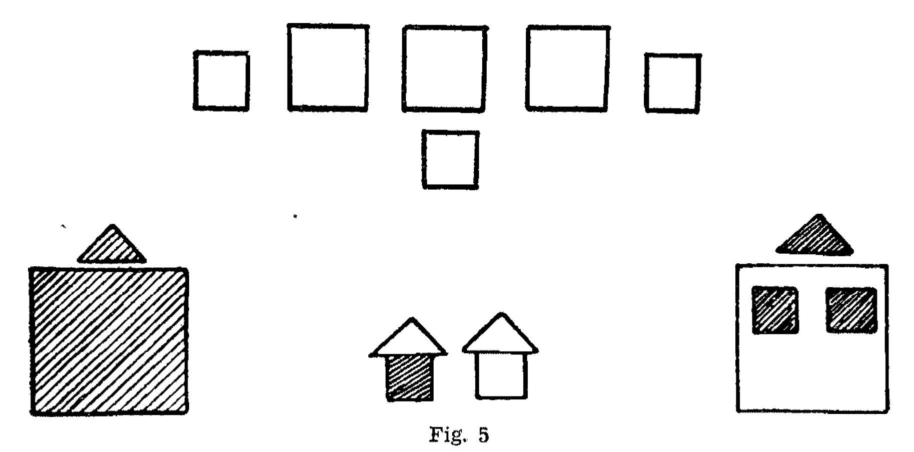


Fig. 5

do de Nel y de Bor, en III, así como las parejas de semicírculos que se miran de Bor, en III). Como tipo de reacción, el objeto colectivo presenta tres límites: uno superior y dos laterales. Su límite superior está situado en

el pasaje siempre posible desde el objeto colectivo a la colección no figural (formada asimismo de elementos equivalentes), desde el momento en que el sujeto renuncia a conferir a sus elementos reunidos una forma de conjunto definida. Los dos límites laterales unen al objeto colectivo por un lado a los segmentos homogéneos (formados por elementos semejantes) de los alineamientos —segmentos que constituyen objetos colectivos unidimensionales—, y por otro a los objetos complejos.

Ahora bien, cuando el niño asigna una forma a su colección, no hay motivos para que no agregue a los elementos semejantes otros heterogéneos para completar la forma; de ahí la inestabilidad de los objetos colectivos, que por lo demás son menos frecuentes que los objetos complejos. He aquí nuevos ejemplos de lo mismo, que se agregan a los de Nel y Bor, ya citados en III:

Pic (4; 6) construye una especie de tabla de doble entrada (como Nel en III) pero cruzada: un gran cuadrado azul coronado con un pequeño cuadrado azul, y debajo, un gran redondel azul coronado con un redondelito azul; en la columna de la derecha, un gran redondel amarillo coronado con un redondelito amarillo, y debajo un gran cuadrado amarillo coronado por un redondelito del mismo color. "*Son los mismos cuadrados y los mismos redondeles*", dice.

Blu (5; 3) oscila sin cesar entre el objeto colectivo (gran rectángulo formado por 6 cuadrados, 3 azules y 3 amarillos, pero entrecruzados) y el objeto complejo (un cuadrado rodeado de 4 triángulos, que forman en conjunto un gran cuadrado parado en una punta; en cada uno de sus ángulos va además un cuadradito). Oscila también entre el alineamiento (serie de cuadrados del mismo tamaño) y un comienzo de objeto colectivo: serie de cuadrados y cuadraditos que se alternan, y al final una línea de cuadrados grandes coronada con una línea de cuadraditos.

Buc (5; 3) presenta las mismas oscilaciones. Un objeto colectivo (3 grandes cuadrados en fila, y sobre 3 de los lados del rectángulo así formado, tres cuadraditos pegados) es seguido por un objeto complejo (reunión de cuadrados y de triángulos): ver fig. 5.

V y VI. Los objetos complejos de formas geométricas y empíricas: Desde el momento en que los elementos son agrupados por el sujeto bajo una forma multidimensional (ya sea que ésta haya sucedido a un alineamiento o ya haya sido introducida desde un comienzo) hay, como se vio en III, refuerzo de la pertenencia de esos elementos a la totalidad, ya que ésta pasa a constituir entonces un conjunto cerrado. Pero, por oposición a los alineamientos —que presentan todos la misma forma lineal— la colección puesta en forma de superficie o de volumen adquiere entonces una configuración de conjunto variable que asume por sí misma interés para el sujeto, a costa de las relaciones internas de semejanzas y diferencias entre los elementos. Dicho de otro modo, la colección no forma aún (como ocurrirá en el estadio II) una simple reunión de objetos en el espacio (un agregado o un "montón"), ya que los objetos se agrupan por sus semejanzas, y el agregado inicial se subdivide en tantos montoncitos como semejanzas particulares se quieren destacar. La colección sigue siendo "figural", es decir que cada

elemento está colocado en relación con otros tomados como partes de un conjunto organizado desde el punto de vista de su forma total, lo que lleva a una primacía de las relaciones de pertenencia por oposición a las de semejanza, y por tanto, a un pasaje desde el objeto colectivo al objeto complejo.

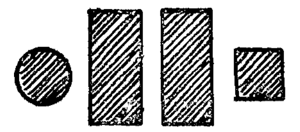


Fig. 6

Dos variedades pueden entonces presentarse, a más de los intermediarios que pueda haber entre ellas. La variedad V consiste en imprimir a la colección una forma geométrica, lo cual permite mantener ciertas semejanzas internas entre los elementos, pero por el intermediario de las simetrías de la figura.

Ala (3; 11) dispone por encima y por debajo de un cuadrado azul dos semicírculos amarillos, y por debajo de un cuadrado amarillo dos semicírculos azules.

Jax (4; 0) coloca en el centro de su figura una cruz amarilla, y hace partir de ese centro 4 rayos formados por 3 rectángulos (dos azules y uno amarillo) y un cuadrado azul.

Fra (4; 0) acomoda 4 rectángulos verdes y azules en una especie de muralla cuadrada, bajo la que dispone una segunda muralla formada por 5 cuadrados azules, blancos y amarillos.

Cur (5; 0) adosa verticalmente por los lados mayores dos rectángulos azules, y coloca a su derecha un círculo azul y a su izquierda un cuadrado azul (ver fig. 6).

Observando estas reacciones, que son innumerables, tenemos la impresión de que el sujeto ha perdido de vista el propósito inicial de clasificación y que interpreta la consigna "poner junto lo que se parece" en el sentido de que se le pide que haga una construcción cualquiera. Pero igual se observan todas las transiciones entre el alineamiento y el objeto complejo V de forma geométrica (ver en III), y sobre todo se encuentran todos los pasajes entre el alineamiento y los objetos complejos, y entre las colecciones figurales.

La cuestión se plantea *a fortiori* en el caso del tipo VI de reacción, o sea en el caso de los objetos complejos de forma empírica. Claro que es difícil trazar una frontera entre estos últimos y los precedentes, en primer lugar porque no se sabe nunca qué significación empírica no formulada puede atribuir un niño a una forma geométrica, y en segundo lugar porque muchas veces, mientras está construyendo una forma geométrica, de pronto le atribuye un nuevo sentido imprevisto que lo orienta a completarla como forma empírica:

Fra (4; 0), después de haber construido su doble muralla de rectángulos y cuadrados, le coloca bruscamente tres círculos por debajo y dice: "*es la torre Eiffel*". Ya vimos más arriba (III) el caso de Pat y su trolebús.

Es inútil que sigamos agregando ejemplos, ya que los retomaremos en el parágrafo 4. Destaquemos tan sólo desde ahora que, si bien se puede dudar de la naturaleza clasificatoria de estas construcciones infantiles, idénticos pasajes se observan entre los objetos complejos empíricos y las colecciones no figurales y entre los objetos complejos de forma geométrica y esas mismas colecciones. Ahora bien, la verdadera razón de esas filiaciones, y la razón por la cual consideramos a las colecciones figurales como el punto de partida de las clasificaciones es la de que, en el nivel de este estadio I, al faltar las operaciones apropiadas que describiremos en lo que sigue como necesarias para la formación de los encajes inclusivos, no podrían existir fronteras entre una colección y un objeto. En efecto, mientras la pertenencia de un elemento a una colección siga siendo de naturaleza infralógica —es decir espacial o partitiva— y no alcance el nivel de las pertenencias lógicas o inclusivas, una colección seguirá siendo un objeto; resulta pues natural que, cuando este objeto deja de ser unidimensional, como los alineamientos, el niño le confiera una forma geométrica o empírica.

§ 3. BUSQUEDA DE FILIACIONES, Y SEGUNDO GRUPO DE EJEMPLOS CON UN MATERIAL DE FORMAS GEOMETRICAS

Una vez que hemos pasado revista a los seis principales tipos de reacción, tratemos de orientar el análisis en el sentido de una reconstrucción de las filiaciones. Lo haremos desde dos puntos de vista distintos:

1. Los hechos precedentes parecen indicar que la "comprehensión" de las colecciones figurales construidas por el sujeto no consiste exclusivamente en relaciones de semejanza y diferencias, como la comprehensión correspondiente a las clases lógicas, sino que engloba igualmente (con sus correspondientes intermediarios entre ambos extremos) relaciones de afinidad o de conveniencia, tales como la relación entre dos círculos colocados a cada lado de un rectángulo y ese rectángulo mismo (para hacer una figura geométrica), o como la relación entre un triángulo y el cuadrado sobre el que está colocado (para hacer una casa con su techo). Para explicar tales hechos son posibles tres hipótesis: a) habría indiferenciación entre las relaciones de semejanza y las de afinidad o conveniencia, y esto antes de que esté construida toda la colección: esta indiferenciación provendría, en este caso, del carácter plástico de la asimilación sensomotriz, ya que un objeto puede ser asimilado a un esquema de acción de acuerdo con una gama de relaciones que se extiende precisamente entre la semejanza pura (entre este

objeto y los que han provocado anteriormente la misma acción) y la conveniencia utilitaria. b) A pesar de que distingue bien las relaciones de semejanza y de conveniencia mientras no se trate de construir colecciones de objetos, el niño recaería o caería en una indiferenciación relativa entre esos dos tipos de relaciones apenas tratara de juntar los objetos en colecciones, y eso por la siguiente razón: mientras que en una clase lógica la "extensión" está únivocamente determinada por la "comprehensión", en el caso de las colecciones figurales, por el contrario, habría a veces determinación de la extensión por la comprehensión (mientras el sujeto continuara acumulando "los mismos" elementos), a veces determinación de la comprehensión por la extensión (cuando la colección adquiriera una figura que influyera sobre las elecciones de elementos), con lo cual esos dos tipos de determinaciones seguirían siendo en sí mismos indiferenciados en parte, c) El niño distinguiría en todos los niveles las relaciones de semejanza de las de conveniencia, pero pasaría de las primeras a las segundas por incompresión de las consignas, o cuando el interés por un objeto complejo fuera más fuerte que el interés clasificador (en esta tercera hipótesis, las colecciones figurales no constituirían un estadio auténtico de las clasificaciones, sino más bien una especie de desviación al margen del estadio I).

2. Esta última hipótesis nos devuelve al problema central, sobre el que se nos hace indispensable un suplemento de información: ¿constituyen acaso las colecciones figurales un estadio necesario en la formación de las clasificaciones, o bien encontramos desde un principio una mezcla de colecciones figurales y no figurales, en la que las primeras constituirían la verdadera fuente de las clasificaciones ulteriores, aun si después se observaran transiciones entre los objetos colectivos o complejos y las formas ulteriores, por una especie de reintegración de las colecciones figurales en las colecciones no figurales?

Para resolver estos dos problemas, hemos retomado una serie de experiencias a base de formas geométricas que pueden dar lugar a la construcción de dos grandes clases (curvilíneas y rectilíneas) y a una serie de pequeñas subclases o sub-colecciones (cuadrados, triángulos, semicírculos, círculos, etc.). Y hemos además tratado de llevar lo más lejos posible (hasta un año y 11 meses), nuestra investigación, por medio de una serie de consignas verbales muy simples, "poner juntos los parecidos", etc., y por medio de ejemplos a imitar (comienzos de clasificaciones, etc.).

En los ejemplos que siguen distinguiremos dos tipos de reacciones: unas (I) espontáneas —sin consigna o con consigna verbal general, que pueda ser interpretada de modo original—, y otras (II) imitadas de acuerdo al modelo provisto por el experimentador (en este caso la imitación demuestra una cierta comprensión por la acción) o impuestas por una consigna verbal especial:

Mon (1; 11). Primero ponemos en manos de la niña cada uno de los elementos, para que se vaya familiarizando con ellos.

I 1. Toma dos anillos, luego hace un montoncito de círculos, al que agrega un cuadrado grande, un anillo grande y uno chico, y un cuadrado pequeño.

I 2. Apila cuatro círculos de tamaño decreciente.
I 1. Vuelve a hacer un montón con dos anillos y un círculo, pero lo deshace para jugar con los elementos.
I 3. Junta semicírculos.
I 4. Superpone un triángulo y un cuadrado, parecidos a una casa.
II 1. Le mostramos un círculo: "Pon esto con algo que vaya bien", le decimos. Pero ella se limita a amontonar al azar.
II 2. "Pon dentro de estas cajas". La niña amontona un semicírculo, un círculo, un anillo, un cuadradito, etc., al azar.
II 3. No imita el modelo de alineamiento.

Des (2; 2). II. 1. "Dame uno como éste" (anillo): nos da el mismo anillo. "Ahora uno como éste" (círculo): nos da círculos y semicírculos, y después triángulos. Toma un cuadradito, pero lo retira enseguida: "*No, este no*", dice.
II 2. Tomamos el mismo cuadradito: "Dame unos como éste". El niño entrega tres cuadraditos, y luego de una vacilación, dos círculos.
I 1. Después toma un gran cuadrado y lo coloca. "*¡Ahí está!*". Toma luego dos cuadrados medianos, que trata de parar sobre el borde, y que después coloca junto al cuadrado grande, lo que constituye un alineamiento o un objeto colectivo. "¿Y bien?". "*Ya no hay más*", contesta. En realidad quedan cuadrados todavía.
II 3. Cuando el niño toma un triángulo, le pedimos: "Danos uno como ése". Nos da un semicírculo, y luego un triángulo. "Otro más", le decimos; y él no encuentra más, aunque quedan muchos.
II 4. Le mostramos un círculo: "Danos otro como éste". Nos da tres, y luego informa que no hay más (aunque sigue habiendo círculos).
II 4. "Ahora uno como éste (cuadrado)". Apila seis cuadrados en su mano, y se le caen. "Pon en esta caja". Alinea dos cuadrados, un triángulo y otro cuadrado.

Mic (2; 4). II 1. Toma un cuadrado. "Coloca juntos los iguales a ése". Superpone dos cuadrados grandes, dos pequeños, uno mediano y otro pequeño.
II 2. Mezclamos todo. Igual consigna. Mic toma siete cuadrados de tres tamaños distintos, un circulito, el octavo (y último) cuadrado y un gran círculo.
II 3. Le damos dos cajas, diciéndole solamente: "En ésta pon los mismos; después pondrás los otros en ésta". Pone un gran círculo en el medio de la caja, y lo rodea de casi todos los cuadrados, diciendo: "*¡Cerrado!*" (= figura compleja topológica).
II 4. Ponemos dos anillos uno sobre otro y dos semicírculos sobre un círculo. Mic toma entonces un anillo y se lo pone en un dedo, luego se lo saca y encaja todos los anillos entre sí, colocando el circulito en el medio.
II 5. "Dame uno como éste (círculo)". Nos da varios círculos, mientras va diciendo "*los mismos*".
II 6. *(Idem)* (cuadrado). Nos da varios cuadrados.
II 7. *(Idem)* (triángulo). Fracaso.
II 2. Alinea espontáneamente los cuadrados: tres chicos, uno grande, uno chico y uno mediano, todos seguidos. "*¡Qué lindo!*", dice.
II 8. "Dame uno como éste (triángulo)": nos da un cuadrado chico y uno grande.

Pas (2; 9). "Coloca juntos los que son iguales". Alinea primero 2 cuadrados pequeños, luego 2 grandes, luego un cuadrado y un triángulo (pegados), luego 3 cuadrados en forma de escuadra.

Alinea enseguida redondeles. Pone un cuadrado pequeño entre dos grandes, colocando un redondel sobre cada uno. Termina por apilar todos los círculos sobre uno de los cuadrados grandes, algunos cuadraditos sobre el cuadrado mediano, y una mezcla de cuadraditos y de triángulos sobre el segundo cuadrado grande. Luego mezcla todo y lo apila sobre los dos cuadrados grandes.
Comienza a armar un objeto colectivo: dos cuadrados grandes seguidos de uno mediano (pegados). y algunos cuadraditos en un ángulo de uno de los cuadrados grandes.
Termina haciendo una pila de círculos.

Mar (2; 11). Igual consigna. Apila primero círculos, después pone en fila varios cuadrados, y continúa con semicírculos y círculos.
Termina con un alineamiento de formas cualesquiera: "*¡un tren, chuf, chuf...!*".

Jou (3; 0). Después que le mostramos cómo, separa en dos cajas los elementos rojos y los negros (2 errores corregidos), y luego separa los azules y los amarillos (2 errores no corregidos).
Siempre a ejemplo nuestro, logra poner en una caja los cuadrados, y en otra los triángulos y rombos (un error).

Ube (2; 9 y 3; 2). A los 2; 9, ante la consigna "danos los que son iguales a éste", nos da, cuando le mostramos un círculo, 3 círculos, y luego todos los semicírculos. No sabe qué hacer cuando le decimos "coloca juntos los que son iguales", pero cuando ponemos un rombo en una caja, agrega todos los rombos y los triángulos. Después endereza todos los triángulos uno a continuación del otro.
A los 3; 2 (igual consigna), comienza por juntar en sus manos los anillos, los círculos y los semicírculos. "Puedes dejarlos sobre la mesa. Toma de ahí los que son iguales": toma semicírculos y triángulos, y luego apila aparte cuadrados. Termina con una superposición de triángulos, otra de círculos y otra de semicírculos.
Volvemos a empezar varias veces, y siempre llegamos a colecciones análogas, con dos novedades: una serie decreciente en los cuadrados (8 elementos) y una alineación de casi todos los elementos, en forma de escuadra. En general, salvo algunas excepciones, los elementos semejantes se siguen los unos a los otros.

Pou (3; 4) pone espontáneamente todos los elementos grandes (rombos, triángulos, cuadrados) en una misma caja, pero continúa con elementos cualesquiera. "¿Vas a poner los grandes aquí y los chicos allá?" Pou no comprende. "Así (ponemos 3 de cada uno en cada caja, como ejemplo)". Entonces él sigue correctamente, pero sin ninguna anticipación, vacilando en cada caso al elegir la caja antes de ver su contenido, y llegando hasta a colocar un elemento en la caja equivocada, para retirarlo enseguida.

Chri (3; 5) comienza por objetos complejos de 6-8 elementos. Le damos dos cajas, pidiéndole que ponga juntos "los iguales". La niña amontona todo en la primera caja, con ciertas aproximaciones por semejanza. Insistimos: "los iguales juntos", mostrándole las dos cajas. Logra entonces dos colecciones mezcladas, con mayoría de cuadrados en la primera y de elementos curvilíneos en la segunda.

Nos hemos detenido especialmente en la multiplicación de ejemplos para que se pueda juzgar con conocimiento de causa sobre las razones de nuestra interpretación.

A) Comenzando por el segundo de los problemas planteados al comienzo de este parágrafo, la dificultad de decidir si las colecciones figurales constituyen una etapa necesaria de la clasificación, o si los pequeños son capaces desde un comienzo de construir colecciones no figurales, proviene del hecho —que parece evidente en las reacciones de nuestros sujetos más jóvenes— de que el niño está primeramente centrado sobre la acción misma de juntar o de amontonar antes que interesado en la colección como tal. Más precisamente, conviene distinguir dos tipos de reacción entre los pequeños, una que consiste en buscar y elegir los elementos (por lo tanto en asimilarlos en función de ciertos esquemas) y otra que consiste en construir la colección. Mic, por ejemplo, cuando se le pide que "ponga juntos los iguales", a veces (II 2) amontona 8 cuadrados y 2 círculos en su mano, de tal modo que su elección sucesiva agota su acción, y a veces (II 1 y II 3) construye una pila de cuadrados (objeto colectivo) o un objeto complejo que se caracteriza por su cerrazón topológica. Igualmente, Mon junta a veces semicírculos, sin hacer nada con ellos (I 3), a veces apila círculos (I 2) o superpone formas angulares (I 4). Des, a veces construye objetos colectivos (I 1) o alineamientos (II 5). Ahora bien, constatamos que la actitud del niño no es en modo alguno la misma en estos dos tipos de reacciones, desde el punto de vista figural o no figural de la colección: mientras el sujeto elige objetos y los acumula sin más fin que el de encontrar "los iguales" o prepara una colección ulterior, no intervienen factores figurales, y el sujeto parece (con razón o sin ella) ser capaz de constituir colecciones no figurales; desde el momento en que se interesa por la colección como tal, en cambio, ésta se transforma en figural.

La interpretación que parece pues más satisfactoria es la siguiente:

1. Es preciso notar en primer lugar que esas reacciones elementales (1; 11 a 2; 11) permanecen a mitad de camino entre las asimilaciones sensomotrices, esencialmente sucesivas (en el tiempo) y la representación de colecciones simultáneas (en el espacio), sin que el sujeto sea capaz de anticipar en el curso de sus acciones un resultado que se haya propuesto obtener (cf. Pou a los 3; 4, inclusive en su imitación de la clasificación en dos cajas).

2. Cuando predomina el factor de asimilación sucesiva, el sujeto no piensa pues en ninguna colección figural, y se limita a amontonar los objetos en función de las semejanzas que establece de a uno en uno. Desde el punto de vista del observador, esos amontonamientos parecen constituir colecciones no figurales, pero se trata sin duda de una ilusión, ya que desde el punto de vista del mismo niño, que continúa centrado sobre las asimilaciones sucesivas, no existe una colección propiamente dicha, buscada y representada.

3. Cuando por el contrario el sujeto se interesa por la colección misma, le da una forma de conjunto; y se ven entonces aparecer los principales tipos de colección figural: alineamientos (chatos, o pilas), objetos colectivos y objetos complejos.

4. En cierto sentido, pues, el niño es capaz desde un comienzo de construir colecciones figurales, pero sólo a título de resultado de los amontona-

mientos o de las acumulaciones debidos a las asimilaciones sucesivas, y sin saber utilizar esas colecciones con fines de clasificación. Con todo no está lejos de ella, ya que basta provocar por el ejemplo dos o tres reparticiones en montones para ser inmediatamente seguido por el sujeto. Pero no lo logra por sí mismo.

5. Desde el punto de vista de las filiaciones pues, es preciso sostener simultáneamente que las colecciones figurales son necesarias para la formación de las clasificaciones ulteriores, y que las colecciones no figurales están esbozadas desde un comienzo: la razón reside en que solamente la estructura figural permite al niño constituir una "extensión", mientras que el esbozo de las colecciones no figurales no traduce sino la "comprehensión" como expresión de las asimilaciones sucesivas. Dicho de un modo más simple, el estadio I estaría ante todo caracterizado por su indiferenciación entre las estructuras lógicas y las infralógicas,[6] y esta indiferenciación se marcaría por un conjunto de grados intermediarios entre el más y el menos figural en las colecciones constituidas; por el contrario, el estadio II se manifestaría por un comienzo de diferenciación, y por la búsqueda de otras síntesis entre la comprehensión y la extensión, distintas de las aseguradas por las estructuras figurales de las colecciones de ese nivel.

B) Si encaramos ahora el primero de los dos problemas enunciados al comienzo de este parágrafo, la solución se clarifica con lo que antecede.

6. A partir de las asimilaciones sucesivas (en buena parte sensomotrices aún, entre 1; 11 y 2; 11) observamos en nuestros sujetos, junto a relaciones de pura semejanza (un círculo por un círculo, etc.) una gama de equivalencias cada vez más amplias (un triángulo por un semicírculo o por un cuadrado, etc.), que varían, naturalmente, según el móvil de la acción y según la consigna dada. Mon, por ejemplo, apila círculos tanto con precisión (I 2) como al azar (cuando se le pide que ponga un elemento con "algo que vaya bien"); en este caso, la relación "ir bien", que se debe a una asimilación de la acción misma de amontonar, resulta tanto de la conveniencia o afinidad empíricas como de la semejanza propiamente dicha.

7. Pero si bien ya desde las asimilaciones sucesivas se observan ciertos pasajes entre la semejanza y la simple conveniencia, a pesar de los intermediarios que los enlazan, esos dos tipos extremos de reacciones son sin duda diferenciables para el sujeto. Por el contrario, en el terreno de las construcciones figurales, la indiferenciación parece reforzada por la razón ya dicha, la de que la conveniencia está entonces determinada por la extensión de la colección: cuando Mic rodea de cuadrados un círculo (II 3), y cuando encaja anillos colocando un circulito en el medio (II 4) es dudoso que diferencie la conveniencia de los círculos y los cuadrados (II 3) de la semejanza entre los anillos y el círculo (II 4), ya que en ambos casos las relaciones que

[6] Recordemos que llamamos "infralógicas" a las operaciones de partición (isomórficas con respecto a las clasificaciones) y de acomodación (isomórficas con respecto a las seriaciones) que se refieren al continuo (por oposición a los conjuntos discontinuos).

establece le vienen impuestas por la forma de conjunto (en extensión) de su objeto complejo o colectivo, y no por el mero parentesco (en comprehensión) debido a las asimilaciones sucesivas independientes de toda colección figural.

§ 4. "SEMEJANZA" O "CONVENIENCIA", Y TERCER GRUPO DE EJEMPLOS CON UN MATERIAL AHORA CONSISTENTE EN OBJETOS CUALESQUIERA (HOMBRECITOS, ANIMALES, PLANTAS, CASAS, UTILES, ETC.).

Los hechos precedentes dejan subsistir dos tipos de dudas: a) el material geométrico, ¿no lleva al niño a sustituir las clasificaciones con colecciones figurales, por lo mismo que son espaciales? b) ¿no dependerán acaso de las consignas empleadas las colecciones figurales y las relaciones de "conveniencia"? Por todo esto, conviene ahora que controlemos lo que precede haciendo variar el material y las técnicas de interrogación.

Notemos en primer lugar que si un material formado sobre todo por superficies sugiere naturalmente al niño la construcción de objetos colectivos o complejos de formas en general geométricas, un material cualquiera lo llevará por el contrario a objetos complejos de formas sobre todo empíricas.[7] Cuando el sujeto asocie, por ejemplo, una muñeca y una cuna, en lugar de clasificar al bebé con personajes y a la cuna con muebles, nos encontraremos en presencia del mismo problema que encontraba ya Binet con su test de definiciones, cuando los pequeños le respondían "una mamá es para preparar el almuerzo", o "para querernos", en vez de recurrir al género y la diferencia específica, "una mamá es una señora que tiene hijos". Y este problema es también el de la estructura de los preconceptos utilizados por el niño: si la pertenencia del elemento al agregado preconceptual no es aún inclusiva (puesto que falta la abstracción operatoria), y por tanto sigue siendo partitiva y aun espacial, ¿de qué modo se efectuará la síntesis entre las semejanzas o diferencias que caracterizan la "comprehensión" y las pertenencias que dependen de la "extensión"?

Ahora bien, este problema nos remite al de la relación entre "semejanza" y "conveniencia": la cuna "conviene" al bebé y no se le parece, así como "hacer la comida" conviene a una mamá, sin caracterizarla necesariamente por

[7] Es por eso que hemos terminado recurriendo a las superficies, después de haber comenzado por objetos cualesquiera.

una semejanza con todas las demás mamás. Es cierto que se podrían considerar todas las "conveniencias" como semejanzas, si bien accidentales y no esenciales, erróneamente juzgadas como esenciales por el sujeto, y esto precisamente por faltarle una coordinación suficiente entre la extensión y la comprehensión. La hipótesis atribuiría entonces al niño juicios de esta forma: una mamá tiene en común con las demás mamás el que hace la comida, un bebé tiene en común con los demás bebés el ser puesto en una cuna. En este caso, definir por el uso se reduciría simplemente a un control insuficiente del "todos" y el "algunos", mientras que clasificar por la conveniencia empírica una cuna en la misma colección que un bebé, significaría además no sólo reunir dos elementos similares (por semejanza) sino un elemento (el bebé) y uno de sus atributos más o menos constantes (la cuna). Ahora bien, esta reunión constituye una relación entre las partes de un objeto total, y por tanto una pertenencia partitiva y no inclusiva, lo cual nos remite nuevamente a las constataciones que hicimos a propósito de las formas geométricas.

Vale la pena pues llevar adelante ese paralelo entre las clasificaciones elementales de objetos cualesquiera y las clasificaciones de formas geométricas, ya que tanto las diferencias como las analogías entre las reacciones ante esos dos tipos de material serían instructivas desde el punto de vista de las relaciones de la extensión con la comprehensión, es decir de las relaciones que parecen dominar todo el problema de los comienzos de la clasificación en el niño.

Hemos utilizado juegos variados de objetos reales, así como varios tipos distintos de consignas, y resultaría fastidioso que informáramos sobre el detalle de cada una de esas experiencias. Nos limitaremos pues a describir sumariamente dos tipos de investigaciones. El primero (I) consistió en presentar al niño una serie de objetos (7 personajes, 8 casas, 9 animales, 6 pinos, 7 cercas, bancos, fuentes, autos, 2 bebés, 2 cunas, etc.) susceptibles o bien de ser clasificados por semejanza, o bien de ser agrupados empírica y aun topográficamente como una aldea. Las consignas fueron respectivamente a) poner orden, a bis) poner más orden, b) poner junto lo que va junto, y c) poner junto lo que se parece. El segundo tipo de experiencias (II) consistió (en presencia de un material análogo) en insistir sobre las semejanzas, pidiendo al niño que colocara a) "los mismos" objetos, y b) "los más o menos iguales", sobre hojas de papel separadas, que se podían reunir luego para analizar cómo se forman las colecciones.

I. El interés de la primera técnica, aplicada de 2 a 9-10 años, fue el de poner en evidencia una ley de evolución de la que conviene decir algunas palabras, a guisa de introducción, aun si su descripción trasciende el marco del estadio I, del que nos ocupamos actualmente. En efecto; hemos observado un doble proceso de desarrollo: por un lado, una diferenciación progresiva de las estructuras infralógicas (construcción aditiva o partición de un objeto espacial total) y de las estructuras lógicas (colecciones y clases), pero también, por otro lado, una especie de complementaridad, en cada uno de los estadios, entre esas conductas cada vez más diferenciadas. Ahora bien, el conocimiento de este doble proceso de diferenciación y de comple-

mentaridad crecientes permite disipar muchos posibles malentendidos en lo que toca al estadio I. En la concepción corriente de las estructuras lógicas, que las hace descansar sobre un juego de conceptos y de aserciones de naturaleza esencialmente verbal, no existe ninguna relación entre una clasificación —considerada como una operación solidaria del lenguaje— y una estructuración espacial dependiente del continuo y la intuición geométricos. Por el contrario, para la concepción según la cual las operaciones lógicas derivan de la coordinación de acciones anteriores al lenguaje y que son más profundas que éste, no hay ninguna razón para admitir que las relaciones jerárquicas de parte a todo (aditivas o multiplicativas), así como las diversas estructuras de relaciones, son privativas de la construcción de conjuntos discontinuos (clases y relaciones entre términos discretos), y no se aplican a la construcción de conjuntos continuos (partes y todo de un sistema espacial o espacio-temporal), es decir a lo que llamamos las operaciones infralógicas ("infra" no significa anterior a la lógica, sino referente a elementos de "tipo" inferior al objeto individual, que es de tipo 0 en la jerarquía de los tipos desde el punto de vista de las clases). Ahora bien, la significación psicológica de esta distinción entre estructuras infralógicas y lógicas (que no presenta ningún interés lógico, ya que gracias al lenguaje y al simbolismo, se puede siempre describir en términos lógicos lo infralógico, que le es isomórfico) consiste precisamente en permitir el establecimiento de dobles series genéticas con diferenciación y complementaridad crecientes. En el caso del presente material, sólo en el estadio III (a partir de los 7-8 años) es capaz el niño, por un lado de clasificaciones con inclusiones jerárquicas, y por otro, de construcciones espaciales de conjunto, de acuerdo con un plan anticipado (topografía de la aldea). Durante el estadio II (5 a 7-8 años, término medio) ya hay diferenciación neta entre las dos estructuras, pero con interferencias variadas debidas a defectos de la anticipación: las colecciones clasificadoras no son ya figurales, pero ignoran todavía las inclusiones jerárquicas, y las construcciones topográficas evidencian coordinaciones y particiones distintas de la clasificación, sin alcanzar aún las estructuras de conjunto, y limitándose a pequeños conjuntos yuxtapuestos (en correspondencia con las pequeñas colecciones no figurales yuxtapuestas). Finalmente, en el estadio I hay indiferenciación casi completa entre las dos especies de estructuraciones: la consigna "poner junto lo que va junto" parece dar una ligera ventaja a las relaciones de semejanza, pero sin excluir las conveniencias partitivas, y la consigna "poner junto lo que va junto" refuerza algo más estas últimas, aunque sin excluir tampoco a las primeras. Veamos ejemplos de reacciones de ese estadio I:

Viv (2; 6) se divierte en jugar con los objetos, sin comprender la consigna neutra "poner orden". Cuando le decimos "coloca junto lo que va junto", toma una señora, encuentra otra, y luego un hombrecito, y otro más, y otro, por asimilaciones sucesivas. "¿Y esto?" le preguntamos mostrándole un caballo. La niña toma tres caballos, y luego un pino (acostado), al que le superpone otro, y termina poniendo encima un caballo.

Ixe (3; 0), igual consigna, junta los objetos por parejas: dos pares de caballos, a los que agrega dos conejos, luego dos señoras, mientras grita con un verdadero

tos dos ratones, dos hombrecitos, el bebé en la cuna, y después pasa a construir filas de casas, de caballos, de pinos, una serie que comprende gatos, mujeres y hombres, y termina por alineamientos de alineamientos, por pasaje de las asimilaciones sucesivas a la figura simultánea.

Jos (3; 10). "Poner junto lo que se parece": comienza por un alineamiento continuo que comprende dos muñecas en una cuna, dos carretas, un caballo (que al final pone en una de las carretas) y una serie de animales. "¿Qué hay parecido a esto (un gato)?" Nos da gatos, conejos, pavos. "¿Y a esto (un caballo)?" Nos da todos los animales, un bebé y dos pinos. Luego pone juntas las casas, un gallo, etc.

Nic (4; 0) construye alineamientos por semejanza: casas azules y autos azules, "*porque también son azules*", los pinos en fila "*porque son del mismo color*", después los hombrecitos, "*no son del mismo color pero son todos hombrecitos*"; y después —siempre con la misma consigna de "poner junto lo que se parece"— coloca una cerca para llenar un espacio vacío, "*porque es casi del mismo tamaño que el lugar*"... Los alineamientos de semejanzas y los ajustes de tamaños forman en total un conjunto que no es ya la representación de una aldea sino una especie de objeto complejo.

Yve (4; 8). "Poner junto lo que se parece": pequeñas colecciones unas veces por semejanza (dos cercas), otras por conveniencia empírica: una señora al lado de un pino, un banco contra una casa, una iglesia con un árbol y un auto, todo sin plan, en desorden pero no al azar.

Ber (4;8) agrupa segmentos de alineamientos o pequeños conjuntos: 2 pavos, 4 caballos, 2 gallinas, 2 conejos y un perro, etc. Le damos 5 hojas para clasificar "los parecidos". pone juntos los caballos, después los carros, etc., pero pone los cochecitos con los conejos "*porque duermen en los manubrios*", y las señoras con los conejos "*porque los están mirando*", y los gatos, caballos y patos "*porque son lo mismo*", etc.

En cuanto a las reacciones a la consigna "poner junto lo que va junto", estos son los resultados:

Cur (4; 2) alinea casas, pone la iglesia aparte, y junta todo lo que sigue diciendo "*una señora que lleva a todas las vacas, las ovejas, los caballos y las gallinas*". Coloca los corderos alrededor de los personajes sentados (a los que toma por fuentes), y "*un señor al lado de los corderos para que no se vayan*", y "*el banco en el medio y los árboles alrededor, como en casa de mi abuela*".

Boj (4; 6) alinea las casas, los hombrecitos, los pinos por su tamaño (seriación correcta de 4 elementos), etc. "*Son animales, después gente, casas, pinos, después un banco, y esta cosa (una cerca)*".

Aeb (4; 6), *ídem*, pero por colores.

Encontramos así todos los fenómenos observados a propósito de las formas geométricas, con la única diferencia de que los objetos complejos, si se constituyen, toman una estructura empírica.

1. Si la consigna "poner junto lo que se parece" lleva más bien a agrupar por semejanzas, y la consigna "poner junto lo que va junto" a reunir por

conveniencia empírica, esto no se verifica en todos los casos: también la primera consigna engendra conveniencias empíricas (una señora al lado de un pino, en Yve; conejos en los manubrios en Ber, una carreta con un caballo en Jos, etc.), y la segunda provoca agrupaciones por semejanza (Boj y Aeb, por colores).

2. La agrupación por puras semejanzas se encuentra en los casos muy primitivos por asimilaciones sucesivas (Viv), y le inspira a Ixe su profundo pensamiento "¡Iguales los iguales!".

3. Pero, como ya vimos en el parágrafo 3, la agrupación de las semejanzas no excluye una figuración espacial de la colección, desde el momento en que el sujeto se centra de la asimilación sucesiva en la totalidad simultánea: Viv desemboca en una superposición de dos pinos y un caballo, e Ixe en alineamientos de alineamientos.

4. Al respecto encontramos alineamientos parciales y continuos, así como objetos colectivos (éstos siempre inestables) y complejos.

5. Esos objetos complejos, que son pues aquí de naturaleza empírica, presentan el interés particular de marcar continuos deslizamientos desde las relaciones de semejanza a las de conveniencia (todos los casos que van de Jos a Ber); el niño no llega a diferenciarlas en el seno de la noción, para él global, de lo "parecido".

6. En fin, no existe ninguna diferenciación neta entre las estructuras lógicas (colecciones figurales que anuncian las futuras clases) y las estructuras infralógicas (aquí topográficas); casi todos los sujetos pasan de una a otra bajo las distintas consignas (cf. 1).

II. Ahora se trata de controlar y analizar más de cerca (como lo hicimos en el parágrafo 3 con relación a los datos presentados en el parágrafo 2) los resultados precedentes, afinando la técnica de interrogación e imponiendo al niño la obligación de separar sus colecciones en cajas o en hojas de papel distintas (técnica anunciada al comienzo de este parágrafo 4). Comenzamos la investigación con 16 objetos; 4 animales, 4 seres humanos (bebé negro, hombrecito, niña blanca, cowboy), 4 utensilios de cocina y 4 muebles, pidiendo la clasificación en cajas abiertas bajo la consigna "poner junto lo que va mejor junto". Los resultados fueron: a) en los pequeños (antes de la clasificación por cajas), series de alineamientos, etc., o (por cajas) agregados heteróclitos, pero con figuras de conjunto más o menos netas, que no nos enseñan nada nuevo; b) hacia los 4-5 años acomodamientos por cajas, que comienzan con notables indiferenciaciones entre la semejanza y la conveniencia, y que se orientan luego por progresiones continuas hacia las colecciones no figurales. Volveremos sobre esto en el cap. II, pero citaremos aquí algunos casos elementales, ya que son instructivos en lo referente a las relaciones entre la semejanza y la conveniencia:

Pie (5; 0): Caja A: "Bebé + silla + silla". ¿Por qué? (Pone el bebé sobre una de las sillas, agrega un hombrecito, y dice: "*El hombrecito se sienta con el ne-*

ne". Agrega un chanchito. "*El nene se divierte con el chanchito*". Agrega una olla. "*Es para que el chanchito coma*". Agrega otro hombrecito: "*El señor cuida al chanchito*".

Caja B: "Hombrecito + mono". "*El señor mira al mono*". Un pájaro: "*El pájaro y el mono juegan*", etc. "*El pájaro toma agua en la olla; el señor se sienta en la silla*"; (un pez) "*y después pesca un pez*"; (mono + olla) "*el mono hace equilibrio en el borde de la olla*", etc. No hay pues sino conveniencias empíricas (salvo las 2 sillas de la caja A que marcan una tendencia hacia la semejanza), cada vez más arbitrarias.

Ger (5; 6) esboza un progreso en el sentido del equilibrio entre conveniencias y semejanzas. Caja A: tres hombrecitos, un mono y un cerdo. "*El señor cuida al chanchito*". Caja B: Dos bebés, una silla; "*para sentar al nene*", tres ollas, "*para cocinar y para ir a buscar la leche*". Caja C: Dos hombrecitos y un mono. Caja D: Dos sillas, un bebé y un pez.

Chri (5; 2) marca el extremo opuesto en la serie de casos que pueden ser incluidos en forma continua entre Pie y ella, pasando por Ger. Caja A: Una olla y dos cacerolas: "*Aquí se lava*". Caja B: pone sillas como alrededor de una mesa: "*esto va junto porque todo va en el comedor*". Agrega un cuarto recipiente a la caja A, y dice "*Todo esto va en la cocina*". Caja C: Un hombrecito y un cerdo: "*el señor se pasea y tiene un jardín con chanchitos*" (agrega el mono y un pájaro) "*ellos están allí también*".

Estos hechos sueltos proporcionan casi sin agregarles nada la clave del problema de semejanza y conveniencia. En efecto, distinguimos en ellos:

1. Algunas relaciones de simple semejanza: dos sillas (Pie), tres hombrecitos y un mono, dos ollas y dos sillas (Ger), etc.

2. Algunas relaciones de simple conveniencia utilitaria (que forman objetos complejos, pero de significado empírico): un bebé en su silla, un chanchito que come en la olla, un hombrecito que "cuida" al chanchito, un mono que hace equilibrio en el borde de la olla, etc.

3. Pero encontramos también formas intermedias entre los dos: el hombrecito que se sienta con el bebé (Pie), ¿está asociado a él por conveniencia o por semejanza? ¿Y el mono que mira al hombrecito? ¿Y el mono y el pájaro que juegan? En esos casos hay simultáneamente semejanza y relación empírica de conveniencia.

4. La síntesis propiamente dicha la encontramos en Chri: las sillas alrededor de la mesa o los utensilios de cocina están a la vez dispuestos en conjuntos espaciales que constituyen objetos complejos empíricos, y definidos por "comprehensión", como presentando la cualidad común de ser "todo para el comedor" o "para la cocina". Y lo notable de estas fórmulas es que aseguran una correspondencia entre esta comprehensión (fundada sobre la semejanza, pero sobre una semejanza que traduce ella misma relaciones de conveniencia) y la extensión de la colección, que se expresa por la palabra "todo". Desde el punto de vista de las definiciones de Binet y Simon, hay pues aquí simultáneamente una definición por el uso ("para" la cocina o el

comedor) y una definición por el género ("todo"), al que no faltan sino las relaciones inclusivas entre ese género y las subclases con sus diferencias específicas.

En síntesis, parece que las relaciones de conveniencia (paralelas a las definiciones por el uso) así como los objetos colectivos o complejos empíricos que contribuyen a formar, no representan simplemente una forma aberrante de las clasificaciones primitivas infantiles, sino que marcan la indiferenciación inicial que existe entre las estructuras lógicas y las infralógicas, con todo lo que esta indiferenciación comporta de dificultades prelógicas, en lo que toca a coordinar la comprehensión de las colecciones con su extensión (puesto que el éxito de Chri es excepcional, aunque tanto más revelador como índice de las posibilidades inherentes a esas reacciones elementales, y que se desarrollarán de un modo más regular en el ámbito ulterior de las colecciones no figurales).

Pasemos ahora a la técnica II, que retoma un material inspirado en la aldea, pero introduciendo en él las tres fases: a) de una libre manipulación previa,[8] b) de una clasificación por hojas separadas y finalmente c) (por reducción del número de hojas) de una reunión de las pequeñas colecciones así formadas. El interés del pasaje de las clasificaciones por hojas (b) a las reuniones más extensas (c) reside, en efecto, en que después de haber mostrado hasta qué punto sabe identificar "los mismos" elementos por parejas en las hojas separadas, el niño construye colecciones no figurales y pasa así al estadio II, o bien (si permanece en el nivel de las reacciones del estadio I) reúne los objetos en conjuntos empíricos, sustituyendo así insensiblemente las relaciones de conveniencia a las de semejanza que estaban en juego en sus asimilaciones sucesivas iniciales:

San (4; 2) comienza por alineamientos parciales o continuos, del modo que ya conocemos. Le damos las hojas: (A) tres árboles; uno es un pino. —¿Es igual? —*Sí, es lo mismo* (agrega una casa). —¿Todo eso es igual? —*Arboles y una casa...* —¿Y es igual? —*Sí.* (B) —¿Qué vas a poner aquí? —*Dos señores y dos señoras* (agrega también dos bebés, una cuna y un carro). —¿Es lo mismo? —... —*Yo quiero que sea lo mismo.* (San quita el carro y lo coloca en la hoja (C) con los árboles, y coloca entonces una casa junto a los hombrecitos y las señoras). —¿Esta casa rosada es igual que las señoras? (cambia la casa rosada por una roja). —¿Por qué pones eso? —*Hay hombres en la casa.* —Pero hay que poner las mismas cosas... (Coloca las dos casas juntas, pero sobre la hoja B). El niño toma la cerca. —¿Con qué vas a ponerla? —*Con los árboles.* —Quiero que la pongas con lo que sea igual. (Toma dos cercas, pero las vuelve a poner junto a los árboles. Toma un caballo. —¿Dónde vas a ponerlo? —*Solo.* —¿No hay nada que se le parezca? (Lo pone con los conejos: "*porque está solo y se aburre*"). Pone una flor en la hoja de las damas y las casas, "*porque queda lindo*", etc. Después de eso, San ya no puede concentrar esas pequeñas colecciones sino sobre el modelo de los objetos complejos empíricos, ya que cada una mezcla las conveniencias con las semejanzas. No quiere saber nada de clases del tipo "todos los vegetales (árboles y flores)". "*No, así no está bien* (los pone como antes), *así es más lindo*", dice.

[8] Esta fase 1 no ha sido empleada sino para un grupo particular de sujetos.

Hes (4; 9), por el contrario, comienza por poner un objeto aislado en cada hoja. Le recordamos que en cada hoja tiene que haber "todos los que se parezcan". Los reúne entonces correctamente por parejas de semejanzas, pero con algunas relaciones de conveniencia como el bebé y la fuente, una cerca con los pinos y el carro con los caballos. Pero cuando se trata de concentrar las colecciones, o bien procede por arreglos de conveniencias (la fuente con los pinos, la mamá con el bebé), o bien rehusa las clases más generales como "los animales" (conejos y caballos) "*porque los conejos comen pasto*". —"¿Y los caballos no?" —"*No...*".

Tahi (5; 2), con un material en el que no hay parejas exactas de objetos ni hojas como punto de partida, comienza por un alineamiento de todos los objetos, pero dejando un pequeño espacio entre los segmentos de "cosas iguales": un pino y otro árbol (espacio), un caballo grande y (vacila) un conejo, que después cambia por un caballo pequeño (espacio), hombrecitos (espacio), una cerca, una carreta con una flor adentro (espacio), una cuna y un bebé, etc. Cuando le pedimos que junte las colecciones, reúne los animales en una sola línea, y después "*un chico, un señor y un abuelo*", y después "*una señora y otra señora, un abuelo, un músico* (es un gendarme), *un bebé y la cuna*", las flores y la fuente, etc.

Vemos así que:

1. Durante la clasificación por hojas separadas, o bien el niño introduce ya (como San) un cierto número de relaciones de conveniencia mezcladas a las de semejanzas, o bien adopta una actitud rígida, temiendo no encontrar exactamente los mismos elementos, y termina a veces (como Hes) por no poner sino uno por hoja.

2. Cuando nos abstenemos de presentar hojas, pero manteniendo la misma consigna de juntar "los mismos", observamos los alineamientos habituales, por semejanzas y conveniencias mezclados, como en Tahi, en quien se presenta además una nueva variedad de alineamiento continuo que introduce espacios entre los segmentos.

3. Cuando pedimos que se concentren las colecciones por reducción del número de hojas, encontramos, aunque acentuada, la mezcla de semejanzas y conveniencias, a más del rechazo de clases más generales fundadas sobre la sola semejanza.

En síntesis, esta técnica que permite captar más de cerca el modo de asimilación por semejanzas de que es capaz el niño, proporciona exactamente los mismos resultados en el terreno de los objetos cualesquiera que la técnica del parágrafo 3 en el de las formas geométricas. En ambos casos constatamos que la semejanza depende ante todo de las asimilaciones sucesivas del comienzo, aunque éstas engloben ya algunos lazos de conveniencia empírica; y además, notamos que la constitución de las colecciones simultáneas refuerza su carácter figural y empírico cuando la atención se separa del acto de asimilar y se detiene sobre sus resultados bajo la forma de agregados estadísticos. La única diferencia reside en que el objeto complejo geométrico está aquí reemplazado por el objeto complejo empírico, es decir que

las conveniencias funcionales del tipo bebé + cuna se sustituyen naturalmente, dada la naturaleza del material empleado, a las conveniencias de formas del tipo triángulo sobre cuadrado, aunque estas últimas evoquen muchas veces también un significado empírico (una casa y su techo).

§ 5. CONCLUSION: LAS COLECCIONES FIGURALES COMO ESBOZOS DE LA SINTESIS ENTRE LA COMPREHENSION Y LA EXTENSION

Una vez llegados al final de esta descripción sumaria de las colecciones figurales (sumaria porque constituye un resumen extremadamente reducido de los ensayos múltiples que se han hecho para explorar todos sus aspectos), vemos decantarse algunas grandes líneas que nos servirán de hilo conductor en el análisis de las etapas ulteriores de la serie genética de las clasificaciones infantiles.

Un sistema de clases lógicas está, como hemos admitido, fundado en primer lugar en un conjunto de relaciones de semejanzas y diferencias que constituyen las comprehensiones de las diversas clases incluyentes o incluidas (los predicados como "verde" o "sólido" no consisten sino en cualidades comunes, es decir también en relaciones de semejanza: "co-verde" o "co-sólido"). Los elementos o individuos así calificados por estas relaciones, son, por otra parte, cuantificados por medio de los cuantificadores intensivos "todos", "algunos" (incluyendo "un") y "ninguno", y a las comprehensiones corresponden así extensiones unívocamente determinadas por ellas. Una vez que la comprehensión y la extensión están construidas, dan lugar a una correspondencia tal que conociendo una se puede reconstruir a la otra y recíprocamente.

Muy distinta es la situación inicial de la que proceden las colecciones figurales. El niño es capaz, por cierto, ya desde el nivel sensomotriz, de asimilaciones sucesivas que constituyen las semejanzas (y por consiguiente las diferencias). Pero, por un lado, esas semejanzas pueden deslizarse hacia la contigüidad, ya que ésta proporciona el principio de una afinidad más amplia, que le viene de la forma de conjunto geométrica; no hay nada que permita aún al sujeto cuantificar su resultado y atribuirle una extensión reuniendo en un todo simultáneo "todos" los elementos a los que se aplican (ni *a fortiori* "algunos" de ellos en tanto subclases). El problema reside pues en constituir un sustrato cualquiera que pueda servir de extensión a esta comprehensión proporcionada por las asimilaciones sucesivas.

Ahora bien, como lo hemos visto repetidas veces, los modelos perceptivos sugieren en esta situación utilizar conjuntos espaciales como los alineamientos y los objetivos colectivos o complejos de dos o tres dimensiones. Es entonces que se produce el fenómeno específico que nos parece constitutivo de las colecciones figurales: tratando de construir la colección correspondiente a sus asimilaciones sucesivas, pero sin poseer todavía los instrumentos operatorios que le permitirán traducir éstas en "todos" y "algunos" que aseguraran el control de las extensiones correspondientes, el sujeto procede ora de la comprehensión a la extensión, ora de la extensión a la comprehensión, y no de acuerdo con un principio de correspondencia unívoca y recíproca, sino por simple indiferenciación (y por una indiferenciación que prolonga, reforzándolas considerablemente, las de la semejanza y la contigüidad, que ya operan en las asimilaciones iniciales). En efecto, a veces el niño pone "los mismos" con los mismos —y ahí la comprehensión determina a la extensión, como ocurrirá en el terreno de las clasificaciones lógicas ulteriores—, pero también a veces agrega un elemento, para completar la colección esbozada en el sentido de su forma de conjunto, es decir de su extensión naciente, y en este caso es la extensión lo que determina a la comprehensión. Esta determinación puede entonces presentarse en dos variedades distintas, aunque equivalentes: o bien se trata de la forma geométrica de la colección, en cuyo casco un elemento vendrá a completar a otros con vistas a esa forma de conjunto, sin que por eso haya semejanza propiamente dicha entre los elementos (objeto complejo geométrico); o bien se trata de objetos cualesquiera, en cuyo caso un elemento será escogido para completar a los demás con vistas a constituir una totalidad coherente, de tal modo que por esta vez la semejanza será olvidada en provecho de una conveniencia empírica extraída de la experiencia anterior vivida por el sujeto. Pero en ambos casos, al no estar ya la extensión controlada únicamente por el juego de las semejanzas y diferencias, puede extenderse o restringirse indefinida y arbitrariamente: sólo la forma de conjunto de la colección le proporciona sus condiciones, y en ese sentido, lo que determina la comprehensión es esta extensión plástica y autónoma.

A esta indiferenciación de la extensión y de la comprehensión, que existen ya, pero que no están todavía ni enteramente disociadas la una de la otra, ni correctamente ajustadas entre sí, se agrega una segunda forma de indiferenciación, en parte independiente, pero que interfiere constantemente con la primera: la de las estructuras lógicas (o prelógicas) fundadas sobre la manipulación de los conjuntos discontinuos y de las estructuras infralógicas (o pre-infralógicas) que se refieren a la reunión o a la partición de los elementos de un todo continuo. Esta segunda indiferenciación tiene un origen en parte independiente de la primera: desde el nivel sensomotriz el niño manipula tanto colecciones discretas (montones, pilas, etc.) como objetos totales en los que puede disociar o reajustar las partes, y, bajo la influencia de las configuraciones perceptivas, atribuye una figura de conjunto a las colecciones discontinuas, que se prolongará durante todo el presente estadio. Pero es evidente, por otra parte, que la única manera de diferenciar las colecciones discontinuas de los objetos totales será la de atribuir a

las primeras una estructura estable independiente de las configuraciones espaciales: pues bien, esta estructura supone precisamente la coordinación de una extensión y de una comprehensión bien diferenciadas. En este sentido, la indiferenciación de la comprehensión y de la extensión, favorecida por la de las estructuras infralógicas y lógicas, se mantiene a su vez, lo que constituye una segunda razón de indiferenciación. Tenemos pues ahí dos factores distintos, pero que interfieren sin cesar en ambos sentidos.

Esta situación compleja, pues, nos parece muy apta para explicar las colecciones figurales, y lo comprenderemos todavía mejor retrospectivamente, siguiendo las dificultades que experimenta el niño del estadio II para construir colecciones no figurales, y sobre todo para ajustar unas a otras sus extensiones y sus comprehensiones, de acuerdo con un control que, de hecho, no se constituirá en forma coherente y operatoria sino en el estadio III, con la construcción de las inclusiones propiamente dichas.

Capítulo II

LAS COLECCIONES NO FIGURALES[1]

Entre el primer estadio —caracterizado por las colecciones figurales— y el tercero —que será el de las operaciones lógicas constitutivas de las clasificaciones jerárquicas con encajes inclusivos— se extiende un segundo estadio en el que no se puede todavía hablar sino de "colecciones" y no de "clases" propiamente dichas, ya que falta toda jerarquía inclusiva, pero en el que esas colecciones no son ya figurales, sino que consisten en pequeños agregados fundados sobre las solas semejanzas, y que siguen yuxtapuestos los unos a los otros, sin estar aún incluidos o encajados en clases más generales. Como hemos visto en el capítulo I, esas colecciones no figurales ya están esbozadas y en cierto modo virtualmente dadas a partir de las asimilaciones sucesivas, que engendran las semejanzas entre elementos manipulados uno a uno; pero no se actualizan sino excepcionalmente durante el estadio I, y siempre al margen de las colecciones figurales, mientras que durante el estadio II dominan progresivamente sobre estas últimas, bajo la influencia de factores que trataremos de determinar. Por ahora digamos simplemente que el proceso central que asegurará esta victoria deriva esencialmente de una diferenciación parcial y de un comienzo de ajuste recíproco entre la comprehensión y la extensión. Este proceso es incluso tan esencial que consagraremos un capítulo íntegro (el III) a los problemas del todos y el algunos y a esta naciente cuantificación de la inclusión. En este capítulo en cambio nos limitaremos a describir las reacciones clasificadoras globales, y a plantear los problemas que sólo el análisis ulterior intentado en el cap. III podrá resolver.

[1] Con la colaboración de Vinh-Bang, G. Noelting y S. Taponier.

§ 1. PLANTEO DE LOS PROBLEMAS Y CRITERIOS PARA UNA CLASIFICACION (ADITIVA)[2]

El primer problema que tenemos que resolver es el de saber cómo distinguir las reacciones de este estadio, que son casi clasificadoras, de las del estadio precedente (de las que hubiéramos debido preguntarnos si eran pre- o para-clasificadoras), y de las del estadio siguiente, que presentan todos los criterios de una clasificación lógica. Partamos pues de esos criterios, no por supuesto como de normas *a priori*, sino como de normas a las que el sujeto mismo se conformará espontáneamente apenas se encuentre en posesión de las operaciones reversibles y las aplique a la clasificación. Desde ese punto de vista, las propiedades de una clasificación parecen ser las siguientes:

1. No existen (en el material a clasificar) elementos aislados o sin clase. Esto significa que habrá que clasificar todos los elementos, y que si existiera uno (x) que fuera el único de su especie, dará entonces lugar a una clase específica (aunque singular): $(x) \ \xi \ (Ax)$.

2. Tampoco existen clases aisladas, es decir que toda clase específica A caracterizada por la propiedad a, se opone a su complementaria A' (caracterizada por no-a)[3] bajo el género más próximo B, tal que $A + A' = B$.

3. Una clase A comprende a "todos" los individuos de carácter a.

4 Una clase A no comprende sino los individuos de carácter a.

5 Las clases del mismo rango son disyuntas: $A \times A' = 0$; o bien $An \times Am = 0$.

6. Una clase complementaria A' comprende sus caracteres propios ax (luego $A' = Ax$), que no posee su complementaria A: los individuos de carácter a son pues no-ax, como los individuos de carácter ax son no-a.

7. Una clase A (o A') está incluida en toda clase superior que comprenda todos sus elementos, comenzando por la más próxima B: sea $A = B - A'$ (o $A' = B - A$) y $A \times B = A$, lo que quiere decir que "todos" los A son "algunos" B.

8. Simplicidad en extensión: reducir las inclusiones 7 al *mínimo* compatible con los caracteres en comprehensión.[4]

[2] Aditiva por oposición a las clasificaciones multiplicativas o "tablas de doble entrada" (ver cap. VI).

[3] Recordemos que llamamos "alteridad" a una diferencia no-a bajo la semejanza más próxima b: por ejemplo un primo hermano es un nieto (b) del mismo abuelo, pero que no es un hermano (no-a). La alteridad es pues la relación de diferencia entre los individuos de A y los de A', que tienen en común la propiedad b de B.

[4] "Para hacer menos montones", como dijo un sujeto de 5; 11.

9. Simplicidad en comprehensión: iguales criterios (por ejemplo colores) para distinguir clases del mismo rango.

10. Simetría en las subdivisiones: Si la clase B_1 está subdividida en A_1 y en A'_1 de acuerdo con un criterio que se vuelve a encontrar en B_2, entonces B_2 estará subdividida en A_2 y A'_2.

Este cuadro nos permite entonces distinguir el estadio II de los estadios I y III. Notamos en primer lugar que ninguno de esos caracteres está representado en el estadio I de modo general, ni siquiera los dos primeros. En efecto, el niño orientado sólo hacia las colecciones figurales no experimenta la necesidad ni de utilizar todos los elementos (cf. 1) ni de hacer varias colecciones (cf. 2): puede muy bien no construir sino un solo objeto complejo, desdeñando algunos elementos, considerados entonces como no clasificados, y sin que este objeto complejo suscite otros, en especial por vía de negación o de complementaridad: cf. 2. Ni aun el objeto colectivo, que no comprende sino elementos del mismo carácter a (cf. 4), está obligado ni a contenerlos a todos (cf. 3) ni a constituir en un mismo sujeto el único principio de clasificación: pues bien, el objeto complejo —que linda casi siempre con el objeto colectivo— no obedece a la condición 4. En cuanto a las propiedades 5 a 10, no significan nada para los sujetos del estadio I.

Las colecciones no figurales que caracterizan el presente estadio II, por el contrario, presentan ya algunas de las propiedades que fija este cuadro, y por eso hemos esperado este capítulo para construirlo. Pero no las abarca a todas, y eso es lo que nos permitirá distinguir el estadio II del III: de una manera general, se encuentra en el curso del estadio III una aplicación progresiva de cada uno de esos caracteres, con una excepción de importancia considerable, que es la ausencia de inclusión (cf. 7).

Veremos en efecto que los sujetos del estadio II se obligan a clasificar todos los elementos del material que se les presenta (cf. 1) que lo reparten siempre en dos o más colecciones (cf. 2) que contiene cada una todos los elementos semejantes (cf. 3) y sólo a ellos (cf. 4). Observaremos también complementaridades al menos parciales (cf. 2 y 6), con disyunciones de las colecciones del mismo rango (cf. 5), y con búsqueda de simplificación (8 y 9) y simetrías (cf. 10). Y sin embargo, el carácter distintivo de esas colecciones no figurales del estadio II, en relación con las clases propiamente dichas del estadio III, será el de ignorar la inclusión.

El primer problema que se plantea es pues el de proporcionar un criterio acerca de la inclusión, y un criterio que no esté extraído *a priori* de la lógica sino que corresponda psicológicamente al desarrollo genético espontáneo. Supongamos por ejemplo un sujeto que clasifica en dos cajas separadas cuadrados (B) y círculos (B'), y que reparte los cuadrados B en rojos (A) a la izquierda y azules (A') a la derecha, colocando todo en la primera caja, y haciendo lo mismo para los círculos, en la segunda caja: aplica así las propiedades 1 a 6 y 8 a 10, pero ¿aplica también el carácter 7? Aparentemente sí, y ateniéndose a los criterios de la lógica adulta (o a la del estadio III), se dirá que evidentemente está construyendo colecciones de estructura $A + A' = B$ (y $A_2 + A'_2 = B'$ o B_2), concibiendo para eso los cuadrados

rojos (A) y azules (A') como subcolecciones "incluidas" en la clase de los cuadrados. Pues bien; vamos a suponer, por el contrario, que no es necesariamente así, y que es preciso distinguir (aunque no siempre sea fácil hacerlo) entre las colecciones diferenciadas en subcolecciones y la inclusión propiamente dicha, que enlaza subclases a una clase.

La diferencia esencial es la siguiente: En el caso de la inclusión, la clase abarcadora B continúa siendo abarcadora, y se conserva así como tal, tanto si las partes abarcadas $A + A'$ están actualmente reunidas (en una colección de elementos próximos o por un acto de "coligación" abstracta) como si están disociadas bajo la forma $A = B — A'$(en el espacio o por abstracción). Por el contrario, lo propio de una colección, por oposición a una clase, es el no existir sino por una reunión de sus elementos en el espacio (aun si esta reunión no es ya figural), y por lo tanto de dejar de existir como colección desde que sus sub-colecciones son disociadas: de ahí que cuando las subcolecciones están reunidas bajo la forma $A + A'$ el sujeto las asimila bien al todo B (sea $A + A' = B$), pero apenas se las disocia (en el espacio o simplemente en el pensamiento), el niño ya no las asimila a la colección total, y se muestra pues incapaz de la operación $A = B — A'$. Siendo una operación reversible por definición, concluimos de ahí que si la operación inversa $A = B — A'$ es aún inaccesible al sujeto, la reunión $A + A' = B$ no constituye aún en el estadio II una operación directa, sino simplemente una reunión intuitiva por diferenciación momentánea de la colección B en las subcolecciones A y A'.

Pero se ve de entrada que no será fácil decidir en cada caso si cuando un sujeto diferencia una colección en sub-colecciones variadas y aun a veces sutilmente jerarquizadas, hay o no inclusión, es decir conservación del todo B y posibilidad de la inversión $A = B' — A'$. Es por eso que la descripción de los hechos que se proporcionará en este capítulo II deberá ser completada por dos tipos de contrapruebas, hechas igualmente sobre este estadio II, y que se encontrarán en los capítulos III y IV (este último se refiere a la vez a los estadios II y III). La primera de estas contrapruebas tendrá por objeto la noción que el niño tiene del "todos" y el "algunos" (cf. criterio 7 de la clasificación): aun sin destruir la reunión $B = A + A'$, diremos que el niño comprende la inclusión si es capaz de captar que "todos" los A son "algunos" B, y no habrá inclusión si los sujetos asimilan (y ya veremos que éste es precisamente el caso) el enunciado "todos los A son B (o b)" —por ejemplo "todos los círculos son azules"— a la forma "todos los A son todos los B" (el niño negará así que todos los círculos sean azules "porque hay también cuadrados azules": ver cap. III). La segunda contraprueba consistirá simplemente en pedir, en el caso de $A + A' = B$, si hay "más de A" o "más de B", o dicho de otro modo, si el todo es mayor que la parte. Ahora bien, cuando los A son más numerosos que los A', el hecho de disociar por el pensamiento los A de los A' destruye el todo B, y el niño responde que hay más de A que de B (reduciendo entonces los B a los A'), lo cual resulta evidentemente incompatible con la noción de inclusión (ver cap. IV).

§ 2. LAS COLECCIONES NO FIGURALES REFERIDAS A OBJETOS DE FORMAS GEOMETRICAS

Como primer grupo de ejemplos vamos a analizar las reacciones que siguen, en el orden genético, a las (colecciones figurales) descriptas en los parágrafos 2 y 3 del cap. I a propósito del material de formas geométricas.

En primer lugar hay que notar que existen, naturalmente, intermediarios entre las colecciones figurales y las no figurales, ya que las segundas siguen estando, como colecciones, subordinadas a la condición de la proximidad espacial de los elementos, y no se liberan sino de esta otra condición, según la cual su reunión debe constituir una figura definida (por oposición a un "montón" o un agregado cualquiera). Existen pues todas las transiciones entre la "pertenencia partitiva" —que constituye la colección figural— y lo que llamamos la "pertenencia inclusiva" o asimilación de un elemento a una colección sin figura (recordemos que la pertenencia inclusiva no es una inclusión, ya que una pertenencia es siempre por definición una relación entre un elemento x y una colección o una clase A, tal que $(x) \in (A)$, mientras que una inclusión es una relación entre una clase A y otra B tal que $A < B$).
Comencemos pues por describir algunos de esos casos intermedios, empezando por algunos casos de pasaje de los alineamientos a colecciones segmentarias todavía a medias figurales:

Raph (4; 9) comienza por dos alineamientos superpuestos, en los que cada uno contiene triángulos, cuadrados y semicírculos, y de los cuales el alineamiento inferior comporta simetrías: los cuadrados en el medio, triángulos a su izquierda y a su derecha y semicírculos en las extremidades, parados sobre una punta, de modo de formar como límites. Después, Raph junta todos los semicírculos (tomados en las dos líneas), todos los triángulos (a medias superpuestos, "*esto es una escalera*") y todos los cuadrados alineados ("*esto es mi nombre*"). Estamos pues a mitad de camino entre los "objetos colectivos" y las colecciones no figurales, ya que ambos están fundados en la sola semejanza, pero como podemos ver, el sujeto cae sin cesar en lo figural.

Wal (4; 10) parte de un gran alineamiento continuo en el que las formas están mezcladas, para dividirlo en segmentos fundados sobre las solas semejanzas: desplaza así los cuadrados azules de un extremo para juntarlos a los del otro, etc.

Sim (5; 3) hace dos alineamientos superpuestos como Raph, pero el superior es íntegramente azul y el inferior íntegramente rojo, colocando las formas de modo que se miren: dos cuadrados azules sobre dos cuadrados rojos, dos redondeles azules sobre dos rojos, etc.
La segunda forma de transición es el pasaje de varios objetos colectivos o complejos a pequeñas colecciones que tienden a perder su estructura figural en provecho de la sola semejanza. Pero en este caso hay que tener en cuenta naturalmente las consignas, ya sea que el niño construya las colecciones espontáneamente u obedezca a la sugestión de "poner juntos los que se parecen", y según

que clasifique todos los elementos y que cada colección contenga todos los elementos semejantes, etc.

Dan (4; 5): "Trata de poner orden" (con el material de formas geométricas y letras coloreadas). En primer lugar se da un alineamiento general que comienza por letras, luego de las "p" pasa a los círculos pequeños, de ahí a los rectángulos, a los cuadrados y a los círculos grandes. "¿Puedes ordenarlos todavía mejor?". Dan disocia entonces los segmentos ya diferenciados de su alineamiento para construir siete colecciones discontinuas, en línea inclinada: 1) letras variadas, 2) las "p", 3) los círculos pequeños, 4) los rectángulos, 5) una "F" mayúscula, 6) los cuadrados, y 7) los círculos grandes. "¿Ahora puedes poner juntos los que son exactamente iguales?". Dan forma tres colecciones por alineamientos horizontales: a) las letras, salvo las "p", b) las "p", c) los círculos, rectángulos y cuadrados.

Pat (4; 8), examinado ya en el cap. I, parágrafo 2, a los 4; 5 años. "Poner orden, juntar todos los que se parecen". construye cinco colecciones (cada una por alineamiento) de acuerdo con los colores; 1) los amarillos (letras y cuadrados), 2) un solo rectángulo blanco *("voy a ponerlo solo porque no hay otros así"),* 3) los verdes (letras y un rectángulo), 4) los azules (letras, redondeles, cuadrados y rectángulos, y 5) los rojos (círculos y letras).

Cur (5; 2): "Poner orden": construye 12 pequeñas colecciones, una es un objeto complejo, las demás no tienen forma o son alineamientos. Todo queda clasificado, pero varias colecciones se interfieren (azules o amarillas en dos lugares, *ídem* los rectángulos).

Zim (5; 9), con el material del parágrafo 3 del cap. I, "poner juntos los que se parecen", toma inmediatamente los anillos uno por uno ("*esto es un redondel, otro redondel...*", etc.) y los junta en un montón (sin forma), después pone los triángulos sobre los cuadrados ("*esto es una casa*", etc.), y finalmente junta los semicírculos, diciendo "*barquitos*". Tenemos pues dos colecciones no figurales (un "montón" de redondeles y un "montón" de "barquitos") y una colección de objetos complejos.

Eng (4; 4), a pesar de ser más joven, empieza —para el mismo material— con objetos complejos, y termina (sin más consigna que la de "poner orden") por tres colecciones no figurales: 1) los cuadrados, 2) los anillos, arcos y semicírculos, 3) los triángulos.

Esos dos tipos de intermediarios, que pasan de los alineamientos a las colecciones segmentadas, o de los objetos colectivos o complejos a las pequeñas colecciones yuxtapuestas, son innumerables entre los 6; 6 y los 5; 6; y podríamos citar cientos de casos para todas las combinaciones. Pero estos casos bastan para justificar las dos conclusiones que nos hacen falta, ya que con todos los dispositivos y todas las consignas observamos a) pasajes de las colecciones figurales a las colecciones no figurales, b) vueltas parciales desde las segundas a las primeras, y c) mezclas de los dos tipos de estructura:

1. Estos hechos verifican pues retrospectivamente la hipótesis según la cual las colecciones figurales constituyen formas elementales de las clasificacio-

nes, ya que las colecciones no figurales proceden de éstas por filiación, y ya que encontramos entre las dos todas las transiciones.

2. Pero de ahí se sigue también que las colecciones no figurales no podrían resultar de un salto brusco de la estructura figural a la estructura de "clases", y que si bien marcan la victoria del principio de semejanzas y diferencias sobre el de la figura de conjunto, conservan de las colecciones figurales un factor de proximidad espacial. Ese factor, que opone de un modo general las colecciones a las "clases", hará sentir sus efectos incluso durante todo el estadio II, es decir, mientras el mecanismo de la inclusión no sustituya esta cohesión todavía espacial, heredada de las colecciones figurales del estadio I, por una fundada sobre la sola cuantificación de los "todos" y los "algunos".

Examinemos ahora las variedades de las colecciones enteramente no figurales a partir de sus formas elementales de yuxtaposiciones no exhaustivas, hasta llegar a sus formas diferenciadas y jerarquizadas, que imitan a la inclusión:

1. El tipo más simple es el de las pequeñas colecciones yuxtapuestas, sin criterio único, y con un residuo heterogéneo:

Jud (5; 7) construye seis colecciones: 5 rectángulos, 4 cuadrados, 3 letras a, 3 letras del mismo color (m, p, f), 4 círculos grandes y uno pequeño, pero deja un residuo formado por letras variadas de diferentes colores.

Pic (5; 6): 3 rectángulos, 5 cuadrados, 4 a y n, 5 d, 4 círculos grandes y un residuo formado por letras variadas y un círculo pequeño. La letra n aparece en el residuo como también en el tercer grupo.

2. Un tipo algo superior es el de las pequeñas colecciones sin criterio único, pero sin residuo ni intersecciones:

Fon (5; 6) construye nueve colecciones: los círculos, los cuadrados, los rectángulos, las n, las a y b, una x, las p, una g, las m y t.

Mar (5; 7): ocho colecciones análogas.

3. Un tipo aun más elevado retiene los progresos de 2 y les agrega un criterio único de clasificación:

Pat (4; 8), ya citado en los intermediarios, llega a cinco colecciones por el color.

One (4; 6) comienza por clasificar el material del parágrafo 3 del cap. I por colores, en cuatro cajas: azules, amarillos, rojos y verdes. Después toma tres cajas, y sin usar la tercera, pone todos los cuadrados y triángulos en una, y todos los círculos, arcos, semicírculos, etc., en la otra.

Bec (4; 8). Material similar. "Coloca en las cajas, donde quede mejor": a) cuadrados, b) redondeles, c) sectores, d) triángulos. Agregamos más material, y pone los cuadrados grandes en a), los arcos y círculos pequeños en b), los anillos en c), los semicírculos, sectores y triángulos en d).

Jac (5; 11) comienza por seis colecciones, y luego las clasifica por colores.

4. El tipo más evolucionado consiste en partir como en (3), pero agregando diferenciaciones interiores que subdividan las colecciones de orden B en subcolecciones de orden $A + A'$:

Pib (5; 10) comienza por una superposición de montoncitos, y cuando le damos cajas, toma tres y pone en a) los círculos, sectores, arcos y triángulos, en b) los cuadrados seriados en tres colecciones de elementos iguales, ordenados en forma creciente, y en c) los anillos, semicírculos y círculos. Después de una serie de nuevos ensayos y tanteos, llega a una dicotomía: a) todos los elementos curvilíneos, con dos subcolecciones (anillos aparte, etc.), y b) todos los elementos rectilíneos, con dos subcolecciones: cuadrados en tres pilas seriadas y triángulos superpuestos.

Gil (6; 4), tres colecciones: a) todas las letras, salvo p y q, b) las p y q, c) las formas geométricas, pero con tres subcolecciones: 1) los rectángulos superpuestos, 2) los cuadrados superpuestos, y 3) los círculos superpuestos.

Ker (6; 4) comienza por 13 montones, uno con todos los cuadrados. Luego de varios tanteos termina por utilizar dos cajas, poniendo en una las formas rectilíneas (cuadrados y triángulos en dos grupos) y en otra las curvilíneas (círculos aparte, sectores aparte, etc.) y un triángulo perdido entre los sectores.

Vemos que estos sujetos llegan a formar tres o hasta dos colecciones, subdivididas en subcolecciones de acuerdo a las formas particulares, lo que da lugar a clasificaciones de la forma $(B_1 = A_1 + A'_1) + (B_2 = A_2 + A'_2)$, etc., que son parcialmente isomórficas con respecto a los sistemas de clases incluidas en lo que concierne a la operación directa, pero que ya no les corresponden desde el punto de vista de la operación inversa $(A = B - A')$. Sin entrar, por el momento, a analizar los sistemas de control basados en el "todos" y el "algunos", o en el de la relación cuantitativa $A < B$ (ver cap. III y IV), citemos simplemente, para comparar, algunos casos del estadio III, observados gracias a los mismos procedimientos, y tratemos de determinar si existen algunos índices generales que permitan distinguir las colecciones diferenciadas en subcolecciones (con inclusiones sólo aparentes) de los sistemas de clases con inclusiones propiamente dichas:

Baer (7; 11), con el material de las formas geométricas y las letras, reparte de entrada las primeras de un lado y las segundas de otro. Después subdivide la clase de las letras en 5 subclases: las b, las a, las d, las n y las m+t+x, y subdivide la clase de las superficies en rectángulos, cuadrados y círculos.

Chen (8; 6), material similar. Hace tres grandes clases: los rectángulos y cuadrados (subdivididos en dos subclases), los círculos (subdivididos en grandes y pequeños) y las letras (subdivididas según sus variedades).

Mob (8; 2), con el material del parágrafo 3 del cap. I, comienza por cuatro clases: a) los círculos, semicírculos y sectores, b) los triángulos, c) los cuadrados, y d) los anillos. Luego reúne b y c diciendo: "*todos los cuadrados y triángulos*" (que separa en la caja de los rectilíneos), y a y d, "*todos los redondos*" (= curvilíneos), que subdivide en variedades.

Siguiendo los progresos marcados por los cuatro tipos de reacciones que terminamos de distinguir en las colecciones no figurales del estadio II (sin

hablar de los intermediarios entre los estadios I y II), a más de la incursión por el estadio III, experimentamos de entrada la impresión de una continuidad completa; tan completa al parecer, que casi resultaría artificial trazar una frontera entre el tipo 4 del estadio II (colecciones diferenciadas en subcolecciones) y las reacciones del estadio III (clases incluidas, en Baer, Chen y Mob).

Sin embargo, independientemente de los criterios de cuantificación, (cap. III y IV) que son los únicos decisivos, existe una discontinuidad relativa en el comportamiento mismo de los sujetos, que se manifiesta en el pasaje entre el estadio II y el III, y que parece presentarse de la manera siguiente: Los sujetos del estadio II proceden clasificando los elementos de a uno, y comienzan su clasificación sin ningún plan de conjunto; el tipo 1 (sin criterio que le sirva de punto de partida, y con residuo final no clasificado) presenta esas características en el más alto grado. Pero aun comenzando así, los sujetos llegan rápidamente, por correcciones sucesivas y retroactivas, a corregir sus posiciones iniciales y a agotar el material (tipo 2). Esos tanteos con retroacciones les permiten luego ciertas anticipaciones parciales, que se manifiestan en el camino, y que los llevan a descubrir un criterio dominante o único (tipo 3) y finalmente a subdividir las colecciones así formadas (tipo 4). En síntesis, el progreso que se presenta en el estadio II puede ser caracterizado en términos de retroacciones y anticipaciones, por lo tanto de regulaciones graduales inherentes a los tanteos: es por este método que algunos sujetos (Pib a los 5; 11, Ker a los 6; 4) llegan a dicotomías de conjunto, pero después de ensayos y errores. El término de esta evolución consiste pues naturalmente en que las anticipaciones esbozadas en función de las retroacciones lleguen no sólo a producirse desde un comienzo, sino que terminen por afectar a las transformaciones mismas, y es allí que se marca la discontinuidad relativa que caracteriza los comienzos del estadio III: los tres sujetos citados de ese nivel difieren, en efecto, de los precedentes, en el hecho de que tienen un plan desde el comienzo (o lo encuentran rápidamente), y en que ese plan les permite pasar del todo a la parte y viceversa, y combinar con movilidad los procesos ascendentes de reunión y los procesos descendentes de subdivisión. Sentaremos pues desde ya una hipótesis, que desarrollaremos en lo que sigue: la de que la inclusión de las clases está ligada a un esquema anticipador (el mismo que domina el pasaje de las operaciones directas $B = A + A'$ a sus inversas $A = B - A'$, de tal modo que estas últimas constituyen una retroacción que se convierte en operatoria), y que tal esquema es necesario, no sólo para el ejercicio de la reversibilidad, sino también para el control del "todos" y el "algunos", así como para la comprensión de las relaciones cuantitativas de tipo $B > A$. Por lo tanto, si los sujetos del estadio II permanecen al nivel de las colecciones no figurales, aun diferenciadas, y no consiguen dominar el mecanismo de la inclusión de las clases, es porque les falta lograr una anticipación suficiente.

§ 3. LAS COLECCIONES NO FIGURALES QUE SE REFIEREN A OBJETOS CUALESQUIERA

Conviene que verifiquemos si lo que hemos constatado para las formas geométricas se reencuentra en las clasificaciones de formas empíricas. Este es precisamente el caso, de modo que insistiremos menos en el detalle de ese paralelismo de lo que hemos hecho en el cap. I (par. 4, comparado a los par. 2 y 3).

Veamos primero algunos ejemplos de transiciones entre los estadios I y II. Recordemos que el objeto complejo reviste en el estadio I la forma de totalidades de "conveniencias empíricas" cuando se trata de elementos cualesquiera no geométricos. Los casos intermediarios que citaremos, pues, consiste en casos de sujetos que comienzan por conjuntos de conveniencias empíricas, y se orientan luego más o menos decididamente hacia semejanzas y diferencias puras (colecciones no figurales):

Eli (5; 6) empieza con una mezcla de objetos complejos con algunas semejanzas: tres hombrecitos, un negro, una niña, un cerdito y un cuervo, acompañados de explicaciones diversas para explicar las vecindades (aunque guardando ciertas semejanzas parciales de formas y colores). Pero luego se fija sólo en las semejanzas: el pez con los pájaros, etc., "*porque todos son bichos*", después las personas, las ollas, etc., "*porque son todas cosas para preparar la comida*".

Viv (6; 6) empieza como Eli: un taburete con un bebé encima + una marmita + una silla pequeña + una palangana + un pez, etc. "*El banco es para sentar al nene, la marmita para preparar su comida, la palangana para bañarlo, el pescadito para que juegue...*". —"¿Podrías poner todo de otra manera?" —"*Sí*". Y pone juntos los animales y el hombrecito, que luego saca. "*Así están todos los bichos juntos*", luego todas las ollas, etc. Pero deja junto al bebé unos cuantos objetos enlazados por conveniencia empírica.

Gin (5; 6), con el material de la aldea, comienza por un alineamiento continuo que comprende todos los objetos, pero con diferenciaciones por semejanzas. Le damos pues cinco hojas para "poner orden": Gin empieza por pequeñas colecciones: 1) las casas y los hombrecitos, que saca: "*No, éstos tienen piernas y las casas no tienen piernas*"; 2) dos hombres; 3) dos mujeres; 4) los bebés; 5) las cunas. Pide más hojas, y cuando se las negamos, pone los hombres con los bebés "*porque tienen también dos piernas*"; y las señoras con los cochecitos de bebé. —"¿Está bien eso?" le preguntamos". —"*No* (las coloca con los hombres y los bebés), *todos tienen dos piernas*". Pone luego los pinos con los demás árboles, pero precisa: "Son pinos. No es lo mismo, hay árboles que son en punta y árboles que son redondos". Después "*aquí todos los bichos*".

Estos hechos dan lugar a las mismas observaciones que los casos intermediarios citados en el parágrafo precedente. Notemos sólo que el objeto complejo de conveniencias empíricas parece más resistente que los objetos complejos geométricos, lo cual se comprende por analogía con las definiciones

por el uso (para esta analogía, ver el comienzo del parágrafo 4 del cap. I). En el nivel de los casos bien típicos del estadio II, encontramos los cuatro modos de reacción que habíamos distinguido a propósito de las formas geométricas (par. 2). Es pues inútil que insistamos en cada uno; nos limitaremos a citar juntos algunos casos, comenzando por los de simples colecciones yuxtapuestas, para terminar con los de colecciones diferenciadas:

Mon (5; 3) comienza con todos los muebles. —¿Algo más con eso? —*No.* —Sigue. Pone juntos hombres, bebés y un mono, y en otra colección las marmitas y ollas y finalmente todos los animales. —Esto (señalamos los bebés y el mono) va bien? —*Sí, para jugar.* —¿Y si no es para jugar? —*Entonces el mono va con los animales.*

Ed (5; 6) construye rápidamente colecciones similares a las de Mon, aclarando "*esto (1) es todos los hombrecitos, esto (2) es todo para sentarse, esto (3) es para echar cosas adentro* (los recipientes), *y esto (4) son todos bichos*". —Muy bien. Podrías hacerlo de alguna otra forma?. —*Sí, todo esto* hace un montón) *es de madera, y todo esto no* (junta el resto).

Van (6; 3) con un material compuesto por 15 hombrecitos, comienza por 8 pequeñas clases yuxtapuestas: 1) dos niños que van a la escuela, 2) dos niñas, 3) dos señoras, 4) dos señores, 5) dos hermanitos, etc. "*Hay sólo cuatro montones*". 1) un gendarme, un señor de frac y tres señoras; 2) un payaso; 3) dos escolares y cuatro niñas; 4) una esquiadora, un niño corriendo y un niño que remonta un barrilete. "Ahora haz dos montones": 1) los niños y niñas, 2) todo el resto. —¿Se podría hacer de otro modo? —*Sí, poner los señores y los niños juntos, y las niñas con las señoras.* Van construye pues esas dos colecciones, subdividiéndolas en adultos y niños.

Bac (6; 3), personajes, animales, plantas, edificios y vehículos: —¿Qué cosas parecidas podemos juntar? —*Todos los señores, todos los coches, aparte todas las casas, la iglesia no porque no es una casa, y después las flores, los árboles, los cochecitos, los bichos.* Procede así por pequeñas colecciones, distinguiendo entre otras "pájaros" y "bichos", etc., colocando todo en bolsitas. Le damos entonces bolsas más grandes en las que puede reunir las pequeñas: Bac agrupa entonces los personajes adultos y los niños bajo la rúbrica "gente", luego los pájaros con los animales, "*porque los pájaros también son bichos*", y luego los pinos y los demás árboles, y les agrega las flores "*porque un árbol es también algo como las flores... plantas que crecen*", y finalmente junta los vehículos con los cochecitos, "*porque son cosas que ruedan*".

Cla (7; 0). Igual proceso de yuxtaposición inicial y de reducciones: dos autos, una locomotora y dos cochecitos, "*porque todo eso rueda*"; dos caballos, dos lechuzas y dos pollitos,[5] "*porque son todos animales*". —¿Si tuviéramos que escribir qué son éstos —le decimos—, ¿qué pondríamos? —*Seis...* (vacila en poner "pollitos", luego se retracta) *animales, porque son todos animales y no hay seis pollitos.* —¿Hay más animales o más pollitos? —*Más animales, porque... ¡no, más pollitos!* —¿Por qué? —*Porque ahí hay tres pájaros* (olvida una perdiz), *sí, aquí también* (cuatro entonces). —¿Entonces, hay más animales o más polli tos? —*Más pollitos.*

[5] Aclaremos que se trata de juguetes de madera y no de figuras.

En total, la evolución de esas colecciones que se refieren a objetos cualesquiera es exactamente la misma que la de las clasificaciones de formas geométricas. No insistiremos pues en el proceso que consiste, a partir de una multitud de pequeñas colecciones yuxtapuestas, en agruparlas progresivamente reduciendo su número por una serie de comparaciones a la vez retroactivas y parcialmente anticipadoras, hasta obtener algunas grandes colecciones diferenciadas en subcolecciones coordinadas (cf. Van, Bac y Cla). Pero lo que sorprende en esas reducciones progresivas es el empleo cada vez más frecuente del cuantificador "todos" (cf. Ed, Van, Bac al principio, Cla para los vehículos y sobre todo para los animales). Parece pues —lo cual se diría que lógicamente va de suyo— que a medida que las colecciones se van diferenciando y las pequeñas colecciones se integran como subcolecciones en otras más grandes, se va dando un progreso en el sentido de la coordinación entre la "comprehensión" y la "extensión", lo que quedaría confirmado por este empleo del "todos" como delimitación de los conjuntos así formados.

Pero se nos plantea una vez más el problema de saber si estas colecciones diferenciadas no constituyen ya clases incluidas, y si por lo tanto no es artificial la frontera entre los estadios II y III. Pues bien; el caso de Cla, que citamos a título de transición con los capítulos III y IV responde elocuentemente a esas preocupaciones, planteando a la vez el problema de la significación de ese "todos" y el de qué tiene que ver con la relación cuantitativa entre una subcolección A y la colección total B: en efecto, por más que declara dos veces que los caballos, las lechuzas y los pollitos son "todos animales", y que dos caballos, dos lechuzas y dos pollitos hacen "seis animales" y no seis pollitos, Cla concluye lo mismo que en esta colección de seis animales hay más pollitos que animales, ¡porque hay allí cuatro pájaros! Tenemos pues que tratar de comprender esas relaciones entre el "todos" y el "algunos", y las modificaciones cuantitativas que marcan el pasaje de las subcolecciones del estadio II a la inclusión del estadio IV, a lo que dedicaremos los dos capítulos siguientes.

Capítulo III

EL "TODOS" Y EL "ALGUNOS" Y LAS CONDICIONES DE LA INCLUSION[1]

Lo que hemos visto hasta aquí, especialmente lo que se refiere a las dificultades del pasaje entre las colecciones no figurales y las clases, nos ha llevado a suponer que el problema esencial de la construcción de las clases era el de la coordinación entre la extensión y la comprehensión. Trataremos pues de examinar esta cuestión en sí misma, y de imaginar algunas experiencias susceptibles de arrojar luz sobre las etapas de la inclusión como tales, es decir sobre este enlace fundamental que une una subclase caracterizada por la extensión "algunos" y su clase abarcadora, caracterizada por la extensión "todos", estando al mismo tiempo esos "todos" y "algunos" determinados por cierto número de cualidades o relaciones en "comprehensión".

La cuestión clave que deberemos plantearnos será entonces la que el lógico Hamilton llamaba de la cuantificación del predicado, y que no puede ser resuelta psicológicamente más que por un ajuste recíproco adecuado entre la comprensión (predicado) y la extensión (cuantificación de los términos a que se aplica ese predicado), es decir justamente por esa coordinación que nos ha parecido que faltaba en los sujetos del estadio II. Que "todos los *X* son *y*" —decía Hamilton— "significa que todos los *X* son algunos *y*", lo cual supone una inclusión en extensión de la clase de los *X* en la de los *Y* calificados por *y*. Nos bastará pues con traducir este enlace abstracto en una relación concreta a la manera de los pequeños de 4 a 7-8 años para ver si las dificultades de la inclusión propias a las colecciones no figurales se refieren efectivamente a las del control del "todos" y el "algunos". Esto es lo que hemos tratado de analizar por diferentes métodos, y —digámoslo desde ya— eso es lo que hemos hallado, aunque de una manera bastante más natural de lo que el lector podría temer después de esta introducción. En efecto, basta con preguntar a los sujetos

[1] Con la colaboración de A. Etienne, B. Matalon, A. Morf, H. Niedorf y S. Taponier.

si "todos los *X* son *y*", por ejemplo si "todos los círculos son azules", en una colección mezclada en la que se encuentran, a más de círculos azules, cuadrados azules y círculos rojos, para constatar que los pequeños admiten muchas veces una falsa cuantificación del predicado extendiendo el "todos" al predicado mismo, lo cual confirma entonces directamente la hipótesis según la cual las dificultades propias a la inclusión están ligadas a las del control del "todos" y el "algunos" en función de la "comprehensión" de los términos a cuantificar.

§ 1. EL "TODOS" Y EL "ALGUNOS" APLICADOS A LAS FORMAS Y A LOS COLORES[2]

Presentamos al niño una serie (I) de 8 a 21 fichas formadas de cuadrados rojos y círculos azules, y se agrega a esos elementos algunos cuadrados azules (lo que da por resultado la serie II).[3] Se pueden plantear entonces muchos tipos de preguntas. Por un lado, en presencia de las filas directamente percibidas, una serie de juicios: "¿Todos los cuadrados son rojos?", "¿todos los azules son círculos?" etc. Por otra parte, para disociar la percepción de la simple lectura perceptiva, se pueden plantear las mismas preguntas pero de memoria, después de haber mostrado las filas, y constatando, después de haberlas escondido, si el niño recuerda exactamente su composición. En ese caso, se pide al niño que reproduzca las hileras una

Fig. 7

vez que están ocultas, ya sea eligiendo directamente las fichas que necesita, ya designando, entre cuatro clases de cajas (de cuadrados y círculos azules y rojos) las que se necesitan para esa reproducción. Esas cuestiones de reproducción, directa o por intermedio de las cajas, no nos dan por supuesto

[2] Esta investigación había sido ya empezada en 1939-40 con la colaboración de Käthe Wolf, durante la estadía de ésta en Ginebra.
[3] Para la serie II, ver la fig. 7.

ninguna indicación sobre la manera en que el niño comprende la inclusión, ya que puede reproducir la hilera con precisión sin sobrepasar el nivel de las colecciones o subcolecciones yuxtapuestas. Pero nos permiten verificar si el niño ha llegado a aprender de memoria, si así puede decirse, la constitución de la hilera, sin dominar por eso los juicios sobre "todos" y "algunos". Este método clínico, cuyos resultados están consignados en el Cuadro I, ha sido completado luego por un método sistemático que comporta una reproducción directa de los conjuntos presentados, una reproducción de memoria (sin mayores diferencias significativas con la reproducción acompañada de percepción) y finalmente una estandarización (con material a la vista) cuyos resultados se encuentran en el Cuadro I bis. He aquí en primer lugar algunos ejemplos del estadio I, en el que hasta la serie I (círculos azules y cuadrados rojos) da a veces lugar a dificultades:

Pie (5; 0), 5 círculos azules con intercalación de 3 cuadrados rojos aislados: —¿Qué cajas necesitas para hacer de nuevo esto? —*Redondeles rojos y redondeles azules.* —¿Estás seguro? —*Sí.* —Esto, ¿qué es? —*Aquéllo* (cuadrados rojos). —¿Y qué más? —*Redondeles azules.* —Mira bien; ¿todos los redondeles que hay aquí son azules? —*Sí... no.* —¿Por qué? —*Porque hay rojos.* —¿Dónde? —*Hay cuadrados rojos y redondeles azules.* —¿Todos los cuadrados son rojos? —*Sí.*

Serie II (tres cuadrados rojos, dos azules y dos círculos azules): —¿Todos los redondeles son azules? —*No, no hay más que dos.* —¿Todos los cuadrados son azules? —*No.* —¿Y todos los redondeles son azules? —*No, hay azules y rojos.* —¿Cómo son los rojos? —*Cuadrados.*

Tin (5; 1). Serie I: —¿De qué cajas necesitas? —*Cuadrados rojos y cuadrados azules.* (Disociamos en parte las dos colecciones desplazando ligeramente los redondeles azules hacia lo alto). —¿Y así? —*Redondeles rojos y redondeles azules.* (Disociamos completamente la colección poniendo los cinco círculos azules a la derecha de la hilera y los tres cuadrados rojos a la izquierda). —¿Y así? —*Cuadrados rojos y redondeles azules.* —¿Y ahora? (los ponemos alternados irregularmente, como antes). —*Cuadrados rojos y redondeles azules.* —Muy bien. Lo sacaste. Escucha ahora: ¿todos esos cuadrados son rojos? —*No* —¿Por qué? —*No sé. Porque hay también azules* (= otras fichas que son azules sin ser cuadradas). —¿Y todos los redondeles son azules? —*Sí* (no hay dificultad porque son mayoría). —¿Y todos los cuadrados son rojos? —*¡No!* (con decisión).

Ire (5; 5). Serie I: —¿Son rojos todos estos cuadrados? —*No lo sé.* —¿Por qué? —*Hay también redondeles.* —Pero los cuadrados ¿son todos rojos? —*Sí.* (Agregamos un cuadrado azul, con lo cual queda un comienzo de serie II). —¿Y todos estos cuadrados, son rojos? —*No, porque hay uno azul.* —¿Y todos los azules son redondos? —*Sí.*

He aquí ahora ejemplos del estadio II, donde las dificultades iniciales no intervienen más (salvo en forma residual, como en el caso de Jac, 5; 8):

Bar (5; 0). Comenzamos por una hilera (I) de 6 círculos azules y 2 cuadrados rojos (incluidos después del 2º y el 5º círculo). Después de haberla mirado, Bar declara que para rehacer la hilera sólo necesita del contenido de las cajas de

cuadrados azules y de círculos rojos, y rehace correctamente la hilera. Pasamos inmediatamente a hileras (II) formadas por 7 círculos azules y cuadrados rojos y azules (de 1 a 2 rojos y de 1 a 5 azules): Bar recuerda cada vez con precisión estos datos, rechaza la caja de los círculos rojos, retiene las otras tres, y rehace correctamente las hileras. Sobre las dos últimas le planteamos entonces las siguientes preguntas:

(II A).[4] —¿Todos los cuadrados son rojos? —*No.* —¿Por qué? —*Hay rojos y azules* (exacto). —¿Todos los azules son redondeles? —*No.* —¿Por qué? —*Hay redondeles y cuadrados azules* (exacto). —¿Todos los rojos son cuadrados? —*Sí, porque hay cuadrados azules y cuadrados rojos* (exacto). —¿Todos los redondeles son azules? —*No* (falso). —¿Por qué? —*Porque hay cuadrados azules y redondeles.* —¿Todos los cuadrados son azules? —*No* (exacto), *porque hay redondeles azules y cuadrados azules* (!).
Y a propósito de la última hilera (II B): —¿Qué había? —*Redondeles azules y cuadrados rojos y azules* (exacto). —¿Todos los redondeles eran azules? —*No* (falso), *porque había cuadrados* (azules) *y redondeles.* —¿Todos los azules eran redondeles? —*No* (exacto); *porque había cuadrados* (azules) *y redondeles.* —¿Todos los rojos eran cuadrados? —*Sí, porque no había más que cuadrados.* —¿Todos los redondeles eran azules? —*No* (falso), *había redondeles y cuadrados* (azules).

Ver (5; 7) reproduce de memoria la hilera inicial (I) de círculos azules y cuadrados rojos. Agregamos entonces dos cuadrados azules y continuamos con inspección directa en presencia perceptiva de la hilera (II): —¿Todos los redondeles son azules? —*Sí... ¡ah! no, porque hay cuadrados azules también* (!). —¿Todos los cuadrados son rojos? —*No.* —¿Todos los cuadrados son azules? —*No, hay rojos también* (exacto). —¿Todos los rojos son cuadrados? —*Sí* (exacto).

Bal (5; 7) reproduce correctamente la hilera inicial, así como la que contiene los cuadrados azules. —¿Todos los cuadrados son rojos? —*No, había azules* (exacto). —¿Todos los redondeles son azules? —*Sí*; (exacto, pero con falsa reciprocidad). —¿Todos los azules son redondos? —*Sí* (falso). —¿Los que eran azules, eran todos redondos? —*Ah, no; había cuadrados* (exacto). —Entonces, cómo eran los cuadrados? —*Rojos y azules* (exacto). —¿Todos los redondeles eran azules? —*No; también había cuadrados azules* (!). —¿Todos los redondeles eran rojos? —*No; eran azules.* —¿Todos los rojos eran cuadrados? —*No; había también cuadrados azules* (!).

Jac (5; 8), en presencia perceptiva de la hilera inicial que consta sólo de seis círculos azules y tres cuadrados rojos, tiene lo mismo dificultades: —¿Todos los cuadrados son rojos? —*No, porque hay redondeles* (azules). —¿Los azules son cuadrados? —*No.* —¿Entonces los cuadrados son rojos? —*Sí.* Con tres cuadrados azules, un cuadrado rojo y tres círculos azules, se desarrolla el siguiente diálogo: —¿Todos los cuadrados son azules? —*No; hay* (cuadrados) *rojos.* —¿Los rojos son redondos? —*No, los redondeles son azules.*

Ari (6; 0) ante una hilera de 14 discos azules con algunos cuadrados, dos azules y tres rojos: —¿Todos los cuadrados son rojos? —*No; hay dos cuadrados azules.* —¿Todos los rojos son cuadrados? —*Sí* (exacto).

[4] Las series II A y II B no difieren sino en el número de los elementos.

Bur (6; 4), después de lograr la reproducción de una hilera de discos azules y de cuadrados azules y rojos: —¿Todos los cuadrados son rojos? —*No; hay azules y rojos.* —Bueno. ¿Y todos los rojos son cuadrados? —*No.* —¿Por qué? —*Porque hay cuadrados azules.*

Thi (6; 7) rehace correctamente de memoria la hilera de círculos azules y cuadrados azules y rojos: —¿Todos los rojos son cuadrados? *No; porque hay también azules* (falso). —¿Todos los azules son redondos? —*Sí* (falso). —¿Todos los redondeles son azules? —*Sí.* —¿Todos los cuadrados son rojos? —*Sí; con los dos cuadrados azules* (!).

Fab (6; 7), igual situación: —¿Todos los rojos son cuadrados? —*No, porque hay también azules.* —¿Todos los azules son redondos? —*No, porque hay también cuadrados* (exacto). —¿Todos los redondeles son azules? —*No; porque hay también cuadrados azules y rojos.*

Kur (6; 8), también con seis discos azules, dos cuadrados azules y un cuadrado rojo: —¿Todos los azules son redondos? —*Sí... no; no todos, hay seis redondeles azules y dos cuadrados azules* (exacto). —Pero los redondeles, ¿son todos azules? —*No; hay seis redondeles azules y dos cuadrados azules.* —¿Y todos los rojos son cuadrados? —*No.* —¿Por qué? —*Porque no hay más que dos cuadrados rojos* (o sea porque los otros son azules).

Dup (7; 6). Idéntica situación. —¿Todos los cuadrados son rojos? —*No.* —¿Algunos azules son cuadrados? —*Sí* (exacto). —¿Todos los azules son cuadrados? —*No* (exacto). —¿Todos los rojos son cuadrados? —*No* (falso). —¿Por qué? —*Hay también azules.*

Presentamos además, a título de referencia, dos casos de respuestas totalmente correctas (estadio III). Hacemos notar que los casos precedentes pertenecen a los estadios I-II:

Cor (6; 8). —¿Todos los rojos son cuadrados? —*Sí.* —¿Seguro? —*Sí.* —¿Todos los azules son redondos? —*No; no todos, hay también cuadrados* (azules). —¿Todos los cuadrados son azules? —*No; hay también rojos.* —¿Todos los redondeles son azules? —*Sí.*

Oec (7; 9). —¿Todos los redondeles son azules? —*Sí.* —¿Todos los cuadrados son rojos? —*No; no todos.* —¿Todos los rojos son cuadrados? —*Sí.* —¿Todos los azules son redondos? —*No.* —¿Algunos azules son redondos? —*Sí.* —¿Todos los cuadrados son azules? —*No; no todos.* —¿Algunos cuadrados son azules? —*Sí.*

Finalmente, he aquí un cuadro del porcentaje de respuestas correctas a las cuatro preguntas hechas sobre las series compuestas (II A y B), que incluye a continuación esas respuestas en grupos de a dos ($A < B$ ó $B < A$), ya sea que se pregunte si todos los elementos de una parte A presentan los caracteres del todo B (respuesta correcta: sí) o si todos los elementos del todo B presentan los caracteres de la parte A (respuesta correcta: no). Las cuatro preguntas están agrupadas en las columnas finales:

Cuadro I. *Porcentaje de las respuestas correctas a las cuatro preguntas (serie II) referentes al "Todos"*

Ra = todos los redondeles son azules; *rC* = todos los rojos son cuadrados; *aR* = todos los azules son redondos; *Cr* = todos los cuadrados son rojos *AB* = todos los *A* son *B* (si $A < B$) = *Ra* y *rC; BA* = todos los *B* son *A* (si $A < B$) = *aR* y *Cr*; + = exacto a *AB* y a *BA:*

Edades y número de sujetos	*Ra*	*rC*	*aR*	*Cr*	*AB*	*BA*	+	% *Ra+cR*	% *aR+rC*
5 (23)	82	57	69	70	42	39	9	76	63
6 (31)	63	58	60	79	35	48	13	71	59
7 (14)	64	68	73	88	43	57	21	76	70
8 (10)	80	90	85	95	63	81	45	87	87
9 (8)	81	81	81	100	71	81	50	90	81

Pero como las respuestas consignadas en este cuadro I fueron formuladas en el curso de interrogaciones que versaban sobre otras cuestiones también, es posible que hayan influido en ellas factores de inatención o de fatiga. Hemos hecho pues un control sobre otros 52 sujetos, a los que planteamos sólo (con el mismo material constantemente a la vista) las cuatro preguntas en juego en el cuadro. He aquí los resultados:

Cuadro I bis. *Porcentaje de las respuestas correctas a las cuatro preguntas referentes al "todos"*

Edades y número de sujetos	*Ra*	*rC*	*aR*	*Cr*	*AB*	*BA*	+	% *Ra+Cr*	% *aR+rC*
5 (12)	67	54	79	66	42	58	8	66	66
6 (10)	90	55	80	80	45	70	20	85	67
7 (10)	100	70	80	90	70	70	50	95	75
8 (10)	100	80	100	90	90	85	70	95	90
9 (10)	100	85	100	90	80	90	80	95	92

El modo de corrección ha sido el siguiente: 1) Para las columnas 1-4 la respuesta es considerada correcta si lo es íntegramente o si el sujeto corrige, al repetírsele la pregunta, una respuesta inicialmente falsa. 2) Para las columnas *AB*, *BA* y + se considera correcta a la respuesta que lo es (en el sentido precedente) para las dos o las cuatro preguntas *a la vez*. Las columnas Ra + Cr y aR + cR no proporcionan por el contrario sino los promedios de las columnas componentes (por lo tanto se anota respuesta correcta si lo es para Ra o para Cr, así como para aR o para rC).

Comparando los dos cuadros I y I bis, encontramos pues una convergencia satisfactoria entre las reacciones de los dos grupos de sujetos, ya que los resultados del cuadro I bis apenas se presentan algo mejorados, por las razones que ya vimos. Podemos pues tratar ahora de interpretar esos hechos.

Fijándonos en el conjunto de esos resultados cualitativos o cuantitativos, se nos impone una primera constatación: si bien las respuestas dadas a una sola pregunta son frecuentemente correctas, un mismo sujeto no responde bien a dos preguntas del mismo tipo sino con menor fidelidad, y a las cuatro preguntas de un modo todavía menos coherente; por ejemplo, sobre 31 y 10 sujetos de 6 años, encontramos un 55 a 90 % de respuestas correctas a las cuatro preguntas tomadas separadamente, pero las preguntas agrupadas en pares ("¿todos los *A* son *B*?" o "¿todos los *B* son *A*?") no dan más que un 35 a 70 % de respuestas correctas, y las cuatro a la vez apenas alcanzan a un 13 ó 20 %. Se nos plantea pues un problema previo: o bien el niño comprende en principio el manejo del "todos" pero cede rápidamente a la fatiga o a la distracción (este tipo de pruebas no interesa al niño sino poniendo en juego muchos factores de estimulación, y exige mucho tacto de parte del experimentador), o bien el niño no está aún en posesión de un sistema coherente de evaluación del "todos", lo cual no impide sin embargo ciertas respuestas correctas por aproximación o incluso por casualidad, lo cual se evidencia en las columnas (*AB*), (*BA*) y (+) de los cuadros I y I bis como una dificultad real para dominar el problema. Precisamente a causa de esta dualidad de interpretaciones posibles completaremos esta prueba en el parágrafo 2 por otra algo más funcional, cuyos resultados serán efectivamente más netos, y servirán para confirmar además lo que vamos a sugerir ahora a título de hipótesis (y ese será también el caso para la investigación correspondiente al "algunos" relativo, parágrafo 3).

Con todo, si bien en esas respuestas entra mucho de distracción y de falta de interés, no son sin embargo todas casuales: se pueden discernir ciertos sistemas en las justificaciones dadas por el sujeto. Por ejemplo, si las preguntas de tipo "todos los *A* son *B*" o "todos los *B* son *A*" presentan dificultades parejas para ciertos grupos de sujetos, en otros notamos una dificultad algo mayor para las primeras que para las segundas, cosa que volveremos a encontrar en el parágrafo 3. Del mismo modo, si examinamos los promedios de las columnas Ra + Cr, en las que el "todos" se refiere a colecciones definidas por la forma (discos y cuadrados), constatamos que los resultados son semejantes o mejores que para los promedios de las columnas aR + rC, en las que el "todos" se refiere a colecciones definidas por el color, lo cual demuestra que el todos presenta un sentido intuitivo más o menos claro según la naturaleza de la colección figural o no figural a la que se refiere.

Nos vemos así llevados, en función de lo que hemos comprobado al analizar las colecciones figurales y no figurales, a formular las siguientes hipótesis (1 a 3), que trataremos de verificar, y que si están bien fundadas

explicarán a la vez los éxitos aparentes o reales y los fracasos o inconsecuencias del sujeto en el manejo del cuantificador "todos":

1. En el nivel de las colecciones figurales, los elementos de la colección están unidos en un objeto único (alineamiento, objeto complejo, etc.), de tal modo que un enunciado del tipo de "todos los *X* son *y*", desde el punto de vista del niño se reduce simplemente a constatar si la propiedad *y* se aplica completamente o no al objeto colectivo constituido por la reunión de los *X*: el sujeto realiza pues esta constatación sin ocuparse de los demás objetos colectivos o colecciones figurales distintos de *X*, y en especial sin buscar si la propiedad *y* se aplica a elementos diferentes de los *X*; dado el principio de las colecciones figurales, nada lo lleva a constituir una colección con los elementos *Y* calificados por *y* ni a comparar por su extensión a la colección de los *X* con la de los *Y*, ya que sólo los *X* constituyen una colección figural, y en este nivel los *Y* no forman juntos ninguna colección propiamente dicha. En principio pues, el niño no tendrá ninguna dificultad en admitir que "todos los *X* son *y*", pero en la medida en que los *X* pueden ser percibidos como reunidos de un modo más o menos figural.

2. En el nivel de las colecciones no figurales, por el contrario, (hablamos siempre de las colecciones no figurales que conservan todavía el status de "colecciones" por oposición a las "clases", es decir un status de conjuntos intuitivos no jerarquizados aún ni de acuerdo con un principio de inclusión ni de acuerdo con la operación reversible de sustracción que esta inclusión supone), la situación se complica por varias razones. En presencia del enunciado "todos los *X* son *y*", el sujeto no necesita ya reunir "todos los *X*" en un objeto colectivo y figural único para atribuirle la propiedad *y*: el progreso de este nivel consiste justamente en que el sujeto puede razonar sobre "todos los *X*" esparcidos ante él sobre la mesa (esto por oposición a la clase abstracta) aun si no están aglomerados en una única colección figural. Pero por esto mismo, entonces, el carácter *y* ya no es necesariamente privativo de "todos los *X*", y se aplica igualmente a aquellos *Y* que no son *X*: dicho de otro modo, el progreso que entraña la construcción de las colecciones no figurales provoca el que los *Y* formen también una colección no figural y el que el enunciado "todos los *X* son *y*" lleve pues a una comparación entre "todos los *X*" y "todos los *Y*", ya sea que "todos los *X*" equivalgan a "todos los *Y*", ya sea que las dos colecciones coincidan. Ahora bien; esta comparación no podría ser exacta sino utilizando el mecanismo de la inclusión, mientras que, por hipótesis, las colecciones no figurales, aun sobrepasando el nivel de las colecciones figurales, no alcanzan el de las clases jerárquicas con inclusión. Pero dado que el progreso debido al mecanismo de las colecciones no figurales conduce al sujeto a plantearse la cuestión de la cuantificación del predicado, y dado que la ausencia de un mecanismo de inclusión jerárquica le impide resolverla, se ve obligado, para controlar si la expresión "todos los *X* son *y*" está bien fundada, a constatar simplemente si la colección de los *X* y la de los *Y* coinciden, como si la expresión "todos los *X* son *y*" significara

"todos los *X* son todos los *Y*" y no "todos los *X* son algunos *Y*". En este caso, el problema del "todos", que parecía sencillo (porque estaba demasiado simplificado) en el estadio de las colecciones figurales, deja de ser resuelto de modo general en el nivel de las colecciones no figurales: de ahí la diferencia entre las reacciones a las preguntas "¿todos los *A* son *B*?" o "¿todos los *B* son *A*?" (si $A < B$).

3. Pero la oposición entre las colecciones figurales y no figurales no es más que de grado, en el sentido de que, aun sin construir "objetos complejos" y dejando los elementos desparramados sobre la mesa (o alineados pero sin orden, como en nuestra experiencia), el sujeto puede percibirlos con una cohesión intrínseca tanto mayor cuanto más "figurativa" sea su propiedad común. Se sigue de ahí que el enunciado "todos los *X* son *y*" no llevará a la traducción en extensión "todos los *X* son *Y*" (de donde la tendencia del niño a traducir "todos los *X* son todos los *Y*") con la misma fuerza, según que los *X* sean definidos por ejemplo por su forma, su color, su tamaño o su peso, y que la propiedad *y* sea otra de esas cualidades posibles. En el caso en que el carácter *x* sea fuertemente figurativo y el carácter *y* lo sea menos o mucho menos, la situación se tornará comparable a la que describimos en 1 a propósito de las colecciones figurales: los *X* estarán pensados en extensión y el carácter *y* en comprehensión, y no habrá dificultad para admitir que "todos los *X* son *y*". Por el contrario, si los caracteres *x* e *y* son de parejo valor figurativo, y en especial si la cualidad *y* es más fuerte desde ese punto de vista figural que la cualidad *x*, el enunciado "todos los *X* son *y*" será traducido como "todos los *X* son (todos o algunos) *Y*", y el problema del "todos" reaparecerá bajo una forma muchas veces insoluble en el nivel de las colecciones no figurales.
Vemos que este esquema puede explicar las contradicciones aparentes de los cuadros I y I bis, es decir el hecho fundamental de que un mismo sujeto pueda responder a veces sin dificultad, a veces de un modo sistemáticamente erróneo a preguntas de la misma forma. No nos queda pues sino controlar estas hipótesis retomándolas una por una y confrontándolas con el análisis del mecanismo cualitativo de las respuestas de los sujetos.

1. En el nivel de las colecciones figurales (estadio I) no hay dificultad, en principio, para comprender el enunciado "todos los *X* son *y*", pero naturalmente en la medida en que los *y* son percibidos bajo la forma de una totalidad o conjunto figural al que puede aplicarse la palabra "todos" como equivalente a la expresión "(este objeto colectivo) todo entero". Ahora bien, la disposición de nuestras series I y especialmente II obstaculiza precisamente esta percepción del todo figural. Resultan de ahí dos reacciones específicas del estadio II, pero que conciernen a la cuantificación del sujeto lógico y no todavía a la del predicado. La primera de estas reacciones consiste en que le es un poco más fácil al niño formular un juicio exacto sobre los elementos que son mayoría (los discos azules), que constituyen un conjunto más consistente frente a los elementos que están en minoría y que se encuentran dispersos entre los primeros: de ahí que se dé un 67 a 82 % de respuestas correctas a la pregunta Ra (¿son azules todos los

redondeles?) contra 66 a 70 % para la pregunta Cr, y sobre todo un 69 a 79 % para la pregunta aR contra un 54 a 57 % para la pregunta rC (¿son cuadrados todos los rojos?). En segundo lugar, la tendencia a pensar por colecciones figurales lleva al niño del estadio I a razonar sobre la serie entera considerada como el todo (o el "todos") y no sobre las colecciones designadas por el experimentador con las expresiones "todos los redondeles" o "todos los cuadrados", etc.: de ahí la doble dificultad —de ningún modo general, pero muy reveladora del modo de cuantificación en este nivel I— para elegir convenientemente las cajas que sirven para reproducir la serie y para referir la palabra "todos" a las colecciones designadas y no a la serie total. Pie, por ejemplo, llama "redondeles rojos y redondeles azules" a los elementos cuadrados y redondos de la serie, y Tin hace lo mismo mientras no disociamos completamente los cuadrados y los discos. Con respecto a la segunda dificultad, Pie vacila antes de admitir que todos los redondeles son azules porque están mezclados, en una misma colección figural, con cuadrados rojos; en la serie II rehusa admitir que todos los redondeles son azules porque "no hay más que dos" (en una colección de siete elementos). Precisa enseguida que "todos los redondeles" no son azules porque forman parte de fichas azules y rojas, reconociendo inclusive que las rojas son cuadradas. Del mismo modo, Tin piensa que el enunciado "todos los cuadrados son rojos" es inexacto porque éstos están mezclados con discos azules; Ire también piensa lo mismo en un primer momento, pero admite sin embargo que "todos los azules son redondos" en el momento en que constata la existencia de un cuadrado azul. Ahora bien, esos errores del estadio I se deben menos a la aplicación del "todos" a la colección figural que a la dificultad de ubicar estas colecciones en las series mezcladas: es por eso que nuestras preguntas resultan inaplicables a niños de 3-4 años, a quienes les resulta imposible disociar las colecciones a las que se refieren los enunciados.

2. Muy distintas son las reacciones propias de los niños del estadio II. Las principales, bien visibles en los sujetos que citamos, se refieren a la oposición entre las preguntas "¿todos los A son B?" (si $A < B$) y "¿todos los B son A?" (si $A < B$). Estas primeras reacciones observadas en el nivel del estadio de las colecciones no figurales resultan muy instructivas por su doble aspecto positivo y negativo. El aspecto positivo (1) consiste en que el niño maneja por lo general con mayor facilidad el cuantificador "todos" cuando una colección B presenta dos sub-colecciones diferenciadas A y A' caracterizadas por los predicados a y a' y se pregunta si "todos los B son a (o son A)". El sujeto sabe entonces, por lo general, negar que así sea, invocando con razón los A' (o el carácter a'). El aspecto negativo (2) consiste por el contrario en el hecho de que cuando los A y los A' están caracterizados por una misma cualidad común b, el niño niega frecuentemente que "todos los A sean b" por la razón de que los A' lo son también. Trataremos primero de describir estos dos tipos de reacciones, y después veremos qué significa su reunión desde el punto de vista de la inclusión:

1. Sea: $B =$ los cuadrados; $a =$ rojo; $a' =$ azul; $A =$ los cuadrados rojos y $A' =$ los cuadrados azules (o también $B =$ los azules, $A =$ los discos

azules y $A' =$ los cuadrados azules). Pues bien: cuando se pregunta al niño si todos los cuadrados *B* son rojos *a* (o son [unos] *A*) o si todos los azules (*B*) son redondos (*a*), es frecuente que responda correctamente por la negativa: véase Bar, Ver, Bal, Jac (para la serie II), Ari, Bur y Dup para los cuadrados rojos o azules y Bar, Bal, Fab, Kur y Dup para los azules, redondos o cuadrados.

Pero igualmente se observan muchas respuestas falsas, y un rápido examen muestra que se reducen a dos variedades, de las que ya hemos citado ejemplos representativos. La primera está formada por reacciones residuales del estadio I o por reacciones intermediarias entre el estadio I y el II: por ejemplo Jac (a pesar de sus 5 años y 8 meses), que experimenta todavía, para la serie formada exclusivamente por redondeles azules y cuadrados rojos, una dificultad para admitir que todos los cuadrados sean rojos, porque están mezclados con discos azules en una hilera que forma un todo de residuo figural. Thi, por su parte (serie II), admite que todos los cuadrados son rojos, pero "con los dos cuadrados azules", lo que significa evidentemente que la colección de los cuadrados tomada como un todo está compuesta por dos colores, lo cual permite atribuir cada uno de ellos a ese "todo" (reacción todavía a mitad de camino entre el objeto colectivo y la colección no figural).

Pero la segunda variedad de errores es más frecuente y más interesante: consiste en confundir la expresión "todos los *B* son *a*" con la expresión "todos los *A* son *b*" (o más precisamente "todos los *B* son [unos] *A*" con "todos los *A* son [unos] *B*") concebidas como equivalentes. Bal y Thi, por ejemplo, admiten que "todos los azules son redondos" por asimilación a "todos los redondeles son azules"; se trata de una reacción sumamente difundida. Pero ¿hay que atribuirla a una simple dificultad de atención (como la que se manifiesta a toda edad, incluso en el adulto, cuando se le exigen muchos juicios sucesivos de esta misma forma, con permutación de los sujetos y predicados), o manifiesta una dificultad de naturaleza propiamente lógica? Si de esto último se tratara, es evidente que esa dificultad expresaría de modo directo una dificultad de inclusión: distinguir "todos los *B* son *a*" de "todos los *A* son *b*" es comprender que el enunciado "todos los *B* son algunos *A*" es incompatible con "todos los *A* son algunos *B*", como la inclusión $B < A$ lo es con $A < B$, mientras que confundir las dos expresiones lleva a reducirlas a ambas a "todos los *B* son todos los *A*" (luego $B = A$) por sustitución de la inclusión por la coincidencia. Cierto que no puede discutirse que el factor inatención juegue un papel importante. Pero hay una razón decisiva que nos obliga a admitir que obra igualmente la tendencia a reducir la inclusión a una equivalencia: el que esta traducción de "todos los *B* son *a*" en "todos los *A* son *b*" se acompañe generalmente —cuando se pregunta a los sujetos si "todos los *A* son *b*"— de la traducción de este último enunciado en éste: "todos los *A* ¿son todos los *B*?". Eso es lo que constataremos inmediatamente.

2. Sea, en efecto, $A =$ los discos; $B =$ los objetos azules (o $b =$ azul) y $A' =$ los cuadrados azules (o aun $A =$ los cuadrados rojos, $B =$ los cuadrados y $A' =$ los cuadrados azules). La pregunta consiste en averiguar si

todos los *A* son b (o son "unos *B*"). Esta vez la respuesta es con mayor frecuencia falsa, y esto por fundarse los sujetos en un argumento que reaparece incesantemente bajo diferentes formas: todos los *A* no son *b* (o no son "unos *B*") porque los *A'* son también *b* (o son también "unos *B*"); y si es así, no se podría afirmar que "todos" los discos son azules ¡porque los cuadrados azules (o ciertos cuadrados) lo son también! Es en este punto preciso que el niño del estadio II experimenta una dificultad bastante sistemática para controlar el "todos" y el "algunos", mientras que la pregunta, aparentemente inversa, "todos los *B* ¿son unos *A*?", es resuelta con algo más de facilidad.

Comencemos por comentar la pregunta "¿todos los discos son azules?", que obtiene en general respuestas bastante explícitas. Bar, por ejemplo, declara que no todos los redondeles son azules ya que hay "cuadrados y redondeles" igualmente azules. Ver, después de una vacilación, se niega también a admitir el "todos" "porque también hay cuadrados azules". Bal usa la misma fórmula, "también había cuadrados azules". Jac, a pesar de su respuesta final, pertenece a un nivel más primitivo, ya que no logra disociar del todo los discos azules del conjunto de la hilera. Ari, por el contrario, retoma el argumento general: no podemos decir que "todos los redondeles son azules" ¡porque "hay dos cuadrados azules"! Esto mismo aducen Kur ("No, porque hay seis redondeles azules y dos cuadrados azules") y Fab ("No, porque hay también cuadrados"). Entre los casos citados, sólo Phi acepta que todos los discos son azules, pero con la distinción esencial de que, para él, recíprocamente, todos los azules son redondos, lo cual implica, como veremos, una equivalencia oculta con las respuestas precedentes.

¿Qué significa, en efecto, desde el punto de vista del sujeto, la sorprendente afirmación de que seis o siete fichas redondas, que el niño es el primero en reconocer como azules una por una (lo demuestra en sus reproducciones), ya no puedan ser "todas" azules porque se les han mezclado algunos cuadrados azules? Evidentemente significa que, para esos sujetos, "todos los redondeles son azules" quiere decir "todos los redondeles son todos los azules" y no "todos los redondeles son algunos azules" (es por eso que Thi, que admite momentáneamente que todos los azules son redondos, deduce de ello que todos los redondeles son azules, mientras que se niega, por las razones habituales, a pensar que todos los rojos son cuadrados si hay dos cuadrados azules).

Esta extensión del "todos" los discos al predicado "todos" los azules —que el sujeto cree necesaria para afirmar que "todos los azules son redondos"— tiene poco y nada que ver con la búsqueda de una simetría en el sentido de una reciprocidad del tipo "todos los discos son azules = todos los azules son discos", ya que en este nivel no se manejan sino con mucha dificultad las reciprocidades (cf. las nociones de distancias, derecha e izquierda, hermano, etc.). Por el contrario, inmediatamente se reconoce en esas reacciones la tendencia a la simetría, aunque en un sentido más primitivo y ligado a las simetrías figurales, que lleva a los sujetos a asimilar la expresión "todos los *B* son *a*" a "todos los *A* son *b*", y por lo tanto a

reemplazar la inclusión $A < B$ (o $B > A$) por una coincidencia o una equivalencia ($A = B$), según una reacción que hemos descripto en 2, 1. Cierto que se podría discernir en este acercamiento algo así como una contradicción, ya que los sujetos que asimilan "todos los *B* son *a*" a "todos los *A* son *b*" responden entonces por la afirmativa, mientras que a la pregunta "¿todos los *A* son *b*?" responden por la negativa, invocando el hecho de que no todos los *A* son todos los *B* (cf. Thi para los discos azules y para los rojos cuadrados). Pero recordemos que las preguntas *BA* son más fáciles, término medio, en el estadio II que las preguntas *AB* (cuadros I y I bis), y nos faltaría averiguar por qué. En los casos en que el sujeto fracasa en la resolución de las primeras porque invierte la relación "todos los azules son redondos" en "todos los redondos son azules", se puede todavía suponer que se limita a juicios de la forma "todos los azules redondos son redondos" o "todos los redondeles azules son azules", sin comparar todavía las dos colecciones totales "todos los azules" y "todos los redondeles". Por el contrario, en cuanto compara las dos colecciones totales de los azules y los discos, constata que no todas las fichas azules son redondas, pero no logra admitir la constatación recíproca de que "todos los redondeles son azules", como si tradujera ésta en "todas las fichas redondas son todas las azules", que está efectivamente en contra de los hechos. La solución debemos buscarla, pues, en la dirección de una mera generalización o unificación del cuantificador "todos", simultánea con respecto al sujeto lógico "las fichas redondas" y al predicado "azules".

La pregunta "¿todas las fichas rojas son cuadradas?" es al respecto muy instructiva. Mientras casi todos los sujetos citados reconocen sin ninguna dificultad la falsedad de la afirmación "todos los cuadrados son rojos" cuando hay dos o tres azules, cinco contra tres de estos mismos sujetos niegan igualmente que todas las fichas rojas sean cuadradas, a pesar de que saben muy bien que no hay fichas redondas rojas (lo dicen, y lo justifican en sus reproducciones); la razón debemos buscarla pues, nuevamente, en el hecho de que para admitirlo tendrían que poder sostener que "todas las fichas rojas son todas las fichas cuadradas", lo cual resulta falso desde el momento en que hay dos o tres cuadrados azules. Esto es lo que sostienen explícitamente Bur, Thi ("no, ¡porque hay también azules!"), Fab (ídem), Kur y Dup (ídem). Sólo Bar, Ver y Ari responden correctamente en ese punto, y Bar precisa además "sí, porque no había más que cuadrados" que fueran rojos.

Ya que hemos analizado los hechos, tratemos de encontrar sus razones. ¿Por qué la pregunta "todos los *B* son [unos] *A*" (si $B = A + A'$) parece más fácil de responder que la pregunta "todos los *A* son [unos] *B*"? Este sería el primer problema que tenemos que resolver. El segundo está muy ligado a éste: ¿por qué el niño se ve llevado a esta falsa cuantificación del predicado, según la cual "todos los *A* son [unos] *B*" significaría "todos los *A* son todos los *B*", en lugar de "todos los *A* son algunos *B*"?

En primer lugar, notemos que cuando el niño resuelve correctamente por la negativa la cuestión de si "todos los *B* son [unos] *A*" (por ejemplo si todos los cuadrados son rojos o si todos los azules son redondos), puede

ocurrir que sea por razones en parte erróneas, que impliquen esta misma falsa cuantificación del predicado. Dicho de otro modo, cuando el niño responde correctamente que "es falso que todos los cuadrados sean rojos (o "todos los azules son redondos" por "todos los azules son todos los redondos"): en este caso, le resultaría igualmente fácil responder correctamente que estas afirmaciones son falsas porque la pregunta que se le hace se reduce simplemente a decidir si la colección de los rojos coincide o no con la de los cuadrados, o si la colección de los azules es idéntica o no a la de los objetos redondos.
En realidad no es más fácil negar que todos los *B* sean *A* (cuando $B = A + A'$) que convenir en que todos los A son B: lo que ocurre es que en el enunciado "todos los *B* son [unos] *A*" nada cambia si se precisa que "son todos los *A*" o "son algunos *A*", ya que la proposición es manifiestamente falsa en ambos casos desde el momento en que existen los *A'* bien presentes y perceptibles (los cuadrados azules *A'* si *B* = los cuadrados y *A* = los rojos), de tal modo que la colección de los *B* no coincide ni con la de los *A* ni con una parte de los *A*. No nos es pues posible decidir, cuando el niño responde correctamente a la pregunta por si "todos los *B* son [unos] *A*" negando que así sea, porque existen *A'*, si razona por medio de una cuantificación falsa o exacta del predicado, ya que aquí es indiferente. Ahora bien, estas restricciones —que introducimos al suponer que las dos preguntas ("todos los *B* son [unos] *A*" o "todos los *A* son [unos] *B*") presentan dificultades análogas, a pesar del general éxito ante la primera y el general fracaso ante la segunda— no revisten un mero interés formal o lógico; por el contrario, nos sitúan en el corazón del problema psicológico mismo, que consiste en saber si el niño comprende o no la inclusión, y por qué ocurre esto. En efecto, en caso de falsa cuantificación del predicado "todos los *B* son todos los *A*" el sujeto no necesita recurrir a la inclusión para responder correctamente, ya que le basta comprobar si las colecciones *A* y *B* coinciden. Por el contrario, si se da una correcta cuantificación del predicado "todos los *B* no son ni todos ni algunos *A*", ocurriría que el niño domina la inclusión en este último caso, y no logra controlarla en el caso tan sencillo de "todos los *A* son [unos] *B*", lo cual resultaría incomprensible.
Volvamos pues a lo esencial: ¿por qué se da esta falsa cuantificación del predicado en el caso "todos los *A* son (algunos) *B*" cuando se lo comprende como "todos los *A* son todos los *B*", y cuál es la relación entre esta reacción, tan frecuente, y la cuestión de la inclusión?
Todo lo que hemos comprobado durante el desarrollo del capítulo II nos ha conducido a suponer que, si bien los niños del estadio II son capaces, en presencia de una colección no figural *B*, de diferenciarla en dos subcolecciones *A* y *A'* —que aparecen entonces como simples partes o "pedazos" de este objeto intuitivo que es aún la colección, que, si ha dejado de ser figural no por eso se ha transformado en una "clase" operatoria, sino que sigue siendo un objeto visto como conjunto intuitivo, estos mismos sujetos resultan sin embargo incapaces de considerar esas dos subcolecciones *A* y *A'* como "incluidas" en *B*. La distinción es entonces la

siguiente: para comprender que una colección B sea diferenciada en dos subcolecciones A y A', basta con comprobar su reunión $B = A + A'$, lo cual resulta accesible a la representación pre-operatoria, ya que esta reunión está dada activa y perceptivamente, y no constituye en sí misma una operación, por lo menos mientras no implique a su inversa $A = B - A'$. Por el contrario, la inclusión de A en B supone necesariamente esta operación inversa, ya que comprender que A es una parte de B, aun si se divide la clase B en dos subclases, A y A', es comprender que $A = B - A'$. Y si esta comprensión resulta tanto más difícil que la simple reunión $B = A + A'$, es porque una vez que A ha sido separada (en acto o por el pensamiento) de B', el todo B ya no existe como colección visible, sino sólo como clase abstracta, y porque la relación entre la sub-clase A y esta clase perceptivamente disociada pero abstractamente invariante B dura independientemente de la disociación, lo que se expresa justamente en la operación $A = B - A'$, en la que B sigue desempeñando un papel tan esencial como en $B = A + A'$.

Si esta hipótesis es cierta, se comprende entonces el por qué de las falsas cuantificaciones del predicado propias a un gran número de sujetos de este estadio II: admitir que "todos los A son [unos] B" bajo la forma de "todos los A son algunos B" es precisamente reconocer la inclusión $A = B - A'$, mientras que la falsa cuantificación "todos los A son todos los B" remite esta relación a la igualdad $A = B$, eliminando la inclusión (el niño no comprende que una equivalencia es una inclusión recíproca $[A \geqq B] + [B \leqq A] = [A = B]$. En otras palabras, la falsa cuantificación del predicado no es sino la expresión de la dificultad que experimentan los niños del nivel II para dominar la inclusión, y ambos problemas se reducen a uno solo.

Por el contrario, en la pregunta "¿todos los B son [unos] A?", la cuantificación del predicado no sólo no desempeña ningún papel, sino que la solución está dada por simple inspección de la reunión $B = A + A'$ sin que se recurra necesariamente a la operación inversa. De ahí que esta solución no implique ningún recurso a la inclusión, lo cual explica que las preguntas de este tipo presenten menos dificultades en el estadio II, aun cuando el sujeto no invierta el enunciado "¿todos los B son a?" en "¿todos los A son b?".

Llegados al término de este análisis, podríamos preguntarnos si no hubiera sido posible simplificarlo admitiendo simplemente la interpretación siguiente: al no comprender las inclusiones en juego, el sujeto se limitaría, tanto para las preguntas del tipo AB ("¿todos los A son b?") como para las del tipo BA ("¿todos los B son a?") a responder, a los cinco años, en el 50 % de los casos de acuerdo con la pregunta planteada, y en el 50 % de los casos de acuerdo con la pregunta invertida (BA en lugar de AB y recíprocamente), pero cada vez exactamente (es decir, por simple lectura de los datos perceptivos, esté o no invertida la pregunta). De 6 a 9 años, por el contrario, el porcentaje de las inversiones ya no se produciría al azar, sino que tendería a disminuir progresivamente y de acuerdo con el progreso de las inclusiones. Obtendríamos así una justificación aproximada

de los datos del cuadro I y I bis, y nuestros problemas quedarían resueltos simplemente invocando la incomprensión inicial de la inclusión, sin pasar por la hipótesis de la falsa cuantificación del predicado.

Pero a menos que se explique todo por la inatención, esta interpretación no llegaría a aclarar por qué sujetos capaces de leer correctamente los datos perceptivos invierten una de cada dos veces (por lo menos al principio) las preguntas que se les plantean, con lo cual demuestran que son insensibles a la inclusión. Ahora bien, la insensibilidad para la inclusión $A < B$ denota dificultad para cuantificar los *A* con relación a los *B* o recíprocamente, y por lo tanto para cuantificar los predicados. Y por otra parte, admitir una tendencia a no distinguir una pregunta de tipo *AB* o *BA* de su correspondiente invertida, equivale a reconocer la existencia de una tendencia a juzgar equivalentes los *A* a los *B*, y por lo tanto a traducir las preguntas "¿todos los *A*, son [unos] B?" (o la inversa) en "¿todos los *A* son todos los *B*?".[5] Creemos pues que la hipótesis simplificadora que acabamos de exponer no es simplificadora sino en apariencia.

3. Pero el fenómeno que acabamos de describir no constituye sino uno de los aspectos de las reacciones del estadio II, y, como lo hemos visto más arriba, puede ser reforzado o minimizado por un factor figurativo que hay que tener igualmente en cuenta: aunque el sujeto se vea arrastrado —sin duda de modo general— a traducir el enunciado "todos los *A* son *b*" en "todos los *A* son todos los *B*", cederá con mayor o menor facilidad a esta tendencia según la índole perceptiva de *a* y de *b* que caracteriza a los *A* y a los *B* respectivamente, ya que esas cualidades pueden reforzar o debilitar la constitución de una colección de los *B* comparable a la de los *A*. Es por eso que la tendencia a traducir "todas las fichas redondas son azules" en "todas las fichas redondas son todas las fichas azules" no se manifestará en un sujeto a menos que le resulte tan fácil constituir la colección "todas las fichas azules" como la colección "todas las fichas redondas". Ahora bien, los cuadros I y I bis parecen indicar lo contrario, ya que los promedios de respuestas correctas a Ra + Cr son casi todos superiores a los promedios de respuestas correctas a aR + rC. Esto significaría que para el niño resulta más fácil constituir una colección no figural fundada sobre la forma que fundada sobre el color (la intervención de un factor figurativo de este tipo no tiene nada de contradictorio con la existencia de las colecciones no figurales, puesto que el niño no construye ya figuras u objetos complejos para representar sus colecciones: obligado a pensar la colección a pesar del orden disperso de los elementos, esta reunión o coalición a distancia de esos elementos se verá más o menos facilitada o trabada por el carácter perceptivo o figurativo de los criterios sobre los que se basa esta reunión). Pero es inútil que insistamos aquí en ese factor suplementario, ya que constataremos en seguida su intervención mucho más notable a propósito de las cualidades de color y peso que condicionan la experiencia que sigue.

[5] Ver al respecto los casos citados en el parágrafo 3 a propósito del "algunos" relativo; especialmente el caso de Gra.

§ 2. EL "TODOS" Y EL "ALGUNOS" APLICADOS A LA PRUEBA POR EXCLUSION

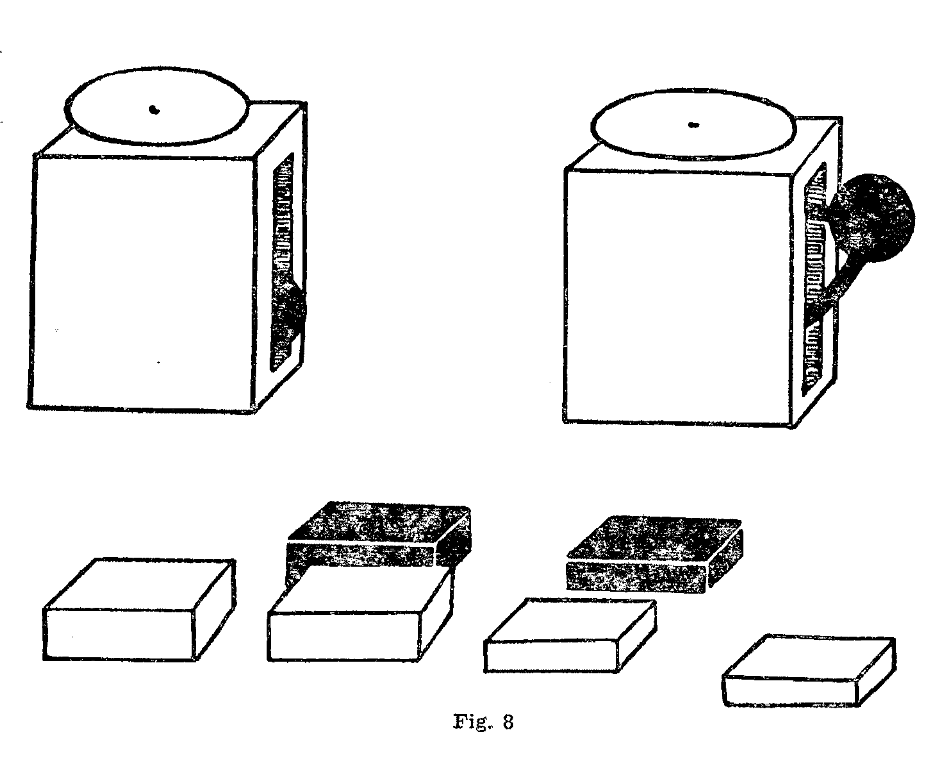


Fig. 8

El defecto más notable de los hechos anteriormente expuestos reside en que, si bien se refieren efectivamente a problemas de clasificación, están desprovistos de todo interés y de toda significación funcional para el mismo niño: pedirle a una serie de bulliciosos chiquilines que durante veinte o treinta minutos se ocupen de determinar si los cuadrados o discos de una serie ya preparada de fichas son "todos" rojos o azules, no tiene nada de excitante, aun si se les presentan las cosas como un juego. Con todo, nos hemos quedado admirados más de una vez ante pequeños de 5 ó 6 años que concentran toda su atención en ese "juego", pero claro, no es ése el caso más frecuente. Por lo tanto, resulta indispensable controlar lo que precede por el examen de una situación en la que el "todos" y el "algunos" desempeñen un papel funcional, aun si este análisis nos saca momentáneamente del ámbito de las clasificaciones, o mejor dicho si la clasificación de los datos cuantificados en "todos" y en "algunos" sirve aquí más para solucionar un problema de prueba que de clasificación pura.

Pues bien, es posible construir esta situación funcional en el caso de que el niño deba buscar la causa de un fenómeno, de tal manera que esta búsqueda suponga el empleo espontáneo de clases generales ("todos" los x

producen el resultado y) y de subclases particulares ("algunos" x provocan el resultado y, pero "no todos" los x).

De hecho cuando el sujeto trata de demostrar que los y son producidos por los x, utiliza el "todos", pero puede ocurrir que se contente con un "todos" implícito, sin distinguir el "todos" del "algunos". Por el contrario, cuando quiera probar que los y no son producidos por los x, el sujeto se verá obligado a utilizar subclases: no podrá invocar sino dos tipos de pruebas; las que se basan en la combinación (x) . (no x) y las que se basan en la combinación (no x) . (y) (o ambas), y cualquiera de estas dos pruebas obliga a excluir la generalidad de algo como "todos los x se acompañan de y" en nombre de la existencia de "algunos" x que no producen y o de "algunos" y que no se acompañan de x. Dicho de otro modo (y antes de que el sujeto sea capaz de prever, como en el nivel de las operaciones formales, todas las combinaciones por medio de operaciones proposicionales), el mecanismo de la prueba descansará en estos casos en un simple juego de inclusiones y de intersecciones de clases, pero que exigirá de todos modos un control suficiente del "todos" y el "algunos".

Hemos elegido como dispositivo[6] un simple pesa-cartas con indicador a bolita, que se oculta en una caja provista de una ranura: en este caso, las cajas de determinado peso (constante) que se colocan sobre la bandeja (que permanece visible) del pesa-cartas hacen salir la bolita por la ranura, mientras que otras cajas de peso inferior, aunque también constante, no llegan a hacerla sobresalir. Mostramos primero el aparato al niño, luego le presentamos un conjunto de cajas que varían según los tres factores de color, tamaño y peso (los tamaños están calculados para que la "ilusión de peso" no falsee demasiado las apreciaciones de este último). Pedimos entonces al niño que trate de prever la acción de esas cajas diferentes sobre las apariciones de la bolita, y se las hacemos clasificar según esas previsiones. Le preguntamos además las razones de esas clasificaciones, que le hacemos recomenzar después de ensayos sucesivos.[7] Y finalmente lo interrogamos sobre las pruebas (prueba de la intervención del peso, de la no intervención de los colores y los tamaños, etc.) y sobre el "todos" y el "algunos" inherentes a las clases y subclases construidas por el niño (por ejemplo: "¿son pesadas todas las cajas rojas?", etc.).

Expondremos en I los resultados obtenidos sobre 82 sujetos. Pero para que estos hechos resulten comparables con los del parágrafo 1 (fichas), hemos realizado con otros 30 sujetos una segunda experiencia, que describiremos en II, limitándonos a dos factores a la vez (color y peso, o tamaño y peso), y con una subclase que falte (por ejemplo los objetos rojos son o pesados o livianos, y los azules sólo livianos).

I. Empecemos pues por la experiencia general, con sus ocho subclases posibles (pesado y liviano X rojo y azul X grande y pequeño) y con la equi-

6 Para este dispositivo, ver la fig. 8.

7 La clasificación de las cajas desemboca pues en un reparto en livianas y pesadas (dos clases cuyos elementos son, respectivamente, del mismo peso). Durante el interrogatorio ulterior, las cajas han sido de nuevo mezcladas, pero quedan a la vista del niño. La clasificación se hace en livianas (todas del mismo peso) y pesadas (íd.).

valencia entre "pesado y que hace salir la bolita" y "liviano y que no la hace salir".
Desde el punto de vista del "todos" y el "algunos", nos encontramos pues con el problema 1 que distinguimos en el parágrafo 1: "Todos los *B* ¿son [unos] *A* (si $B = A + A'$)?". Por ejemplo, si preguntamos al niño, o éste se pregunta a sí mismo si "todas las cajas azules hacen salir la bolita (o son pesadas)", estamos en presencia de un problema de tipo 1, ya que algunos azules la hacen salir y otros no. Pero la ventaja de esta situación funcional sobre la de las preguntas planteadas sobre las fichas reside en que el niño no responderá a ese problema 1 por simples palabras, sino por la búsqueda de una prueba o de un "contra-ejemplo": para demostrar que no todas las cajas azules hacen salir la bolita, buscará una que no la haga salir, y lo probará concretamente. En cuanto al problema de tipo 2, o sea el de si "todos los *A* son [unos] *B* (si $B = A + A'$)", no lo hemos planteado, porque las ocho subclases de que se compone el material están todas en relaciones de intersección. Pero por eso mismo resulta más interesante constatar que, sin que se le plantee este problema, es frecuente que el niño dé, a propósito de problemas del tipo 1, respuestas de la misma forma que las que proporcionaba en el parágrafo 1 a propósito de los problemas del tipo 2: todos los *A* no son [unos] *B*, porque existen [unos] *A'*. En efecto, precisamente en virtud de su tendencia a invertir la pregunta "todos los *B* ¿son [unos] *A*?" en "todos los *A* ¿son [unos] *B*?" con falsa cuantificación del predicado en "todos los *B* ¿son todos los *A*?", en los problemas de tipo 1 ("todos los *B* ¿son [unos] *A*?") se decidirá por la negativa, pero utilizando como prueba, no ya la existencia de los *A'* (en nuestro ejemplo, "todos los azules, ¿hacen salir la bolita?", *A'* sería por lo tanto un elemento azul, liviano), sino la existencia de *B'*, que, de hecho, no prueba nada: es el caso de decir que "no todos los azules hacen salir la bolita, porque existen rojos que la hacen salir (o que no la hacen salir)". Encontraremos pues aquí los equivalentes de las reacciones erróneas al problema de tipo 2, pero bajo la forma de falsas pruebas, dadas para responder al problema de tipo 1, y esto resulta ahora mucho más convincente, ya que se trata de una búsqueda funcional de la prueba, y ya que esas falsas pruebas demuestran de nuevo la presencia de una inversión de la pregunta planteada y de una falsa cuantificación del predicado.
Finalmente, a propósito de este mismo material, debemos distinguir todavía un tercer tipo de problemas. Este problema, que llamaremos de tipo 3, tendrá por fórmula: "todos los *B*, ¿son todos los *A*?". Se lo encuentra cuando se pregunta (o el niño se pregunta a sí mismo) si "todas las cajas pesadas hacen salir la bolita". En estos casos, tenemos precisamente la equivalencia "todas las cajas pesadas son todas las que hacen salir la bolita", y, como lo veremos enseguida, es justamente a propósito de esta equivalencia que el problema de tipo 3 se resuelve bastante precozmente, en relación con las situaciones estudiadas en otros trabajos, en las que el niño experimenta dificultades para disociar el peso del volumen. Pero para ello es preciso que sea capaz de construir una clase de "todos" los

objetos pesados, y si bien esto ocurre, en efecto, ya a comienzos del estadio II, no se da todavía en el estadio I.

Puede pues ser interesante que, antes de estudiar las reacciones del estadio II, que corresponden específicamente al problema de este capítulo, citemos algunos ejemplos del estadio I, como punto de comparación. Los niños de este estadio no logran determinar el papel general del peso, ya que no pueden excluir el "todos" por el sólo hecho de que encuentran excepciones:

Iro (4 años) no prevé nada, pero reúne después de unos tanteos algunas cajas pequeñas y pesadas, que hacen salir la bolita. Dice entonces: *—Las chiquitas hacen salir la bolita* —¿Por qué? —le preguntamos. *—No lo sé.* —Fíjate si es cierto. (Hace dos montones: de un lado las cajas grandes más una pequeña, del otro las demás, y prevé): *—Las del primer montón harán salir la bolita.* (Prueba con una caja grande liviana). *—No...*, etc.

Chri (5; 0) prueba con las cajas grandes y pequeñas, pesadas o livianas, y constata cada uno de sus efectos, y luego clasifica el total en cajas grandes y pequeñas, diciendo de las segundas: *—Estas no hacen salir la bolita.* —Prueba... (La niña toma una caja pequeña, pesada). *—Sale...* —¿Dime entonces con cuáles sale la bolita? (Muestra las grandes): *—Con éstas.* (Mezclamos las cajas, y le pedimos que las clasifique de nuevo: Chri mantiene entonces, a pesar de todas las excepciones que ha constatado, su dicotomía de grandes y pequeñas, y continúa sosteniendo que la bolita sale con las primeras y no con las segundas).

Rap (5; 2) reparte las cajas en dos clases: las que hacen salir la bolita "*porque son grandes*", y las que no llegan a hacerlo "*porque son flaquitas*". "Fíjate si es cierto", le decimos. (El niño coloca una caja grande liviana). "*¡Ah! Las que la hacen salir son aquéllas* (las pequeñas), y *éstas no*". Toma una caja pequeña y pesada, y la sopesa, diciendo: "*Chiquita y pesada, no mucho*". La coloca sobre el pesa-cartas, la bolita sale. Pero él lo niega, diciendo: *—No sale mucho.* Vuelve a su primera idea: *—Estas* (las pequeñas) *no la hacen salir, y aquéllas* (grandes) *sí.* —Muéstrame si es cierto. (Coloca sucesivamente dos pequeñas cajas pesadas, y no dice nada). —Un niño me dijo que las grandes son las que hacen salir la bolita —le explicamos—; ¿es cierto eso? *—No, no es cierto.* —¿Puedes mostrármelo? *—Sí.* (Coloca una caja grande pesada). *—Yo tengo razón con las chiquitas y él tiene razón con las grandes... Sí, ¡él tiene razón y yo también! No tenía razón con ésta* (una caja pequeña pesada), *y tenía razón con ésta (una* caja grande pesada).

Cat (5; 6) no prevé nada, prueba con cada una de las cajas, y las clasifica correctamente en pesadas y livianas. Comienza por explicar que la bolita no sale con las pequeñas y sí con las grandes. —¿Puedes demostrarme que es cierto? (Tanteos contrarios y clasificación correcta). —Pero ¿por qué éstas (las pesadas) sí la hacen salir?, le preguntamos. *—Porque hay grandes y pequeñas,* nos contesta. —Y éstas (las livianas), ¿por qué no la hacen salir? *—Porque hay pequeñas y grandes...*

Ber (6; 6) explica también por el tamaño de las cajas. —¿Estás seguro? *—Sí* —Prueba entonces. (Intenta con una pequeña y pesada). *—No.* (Luego con una grande liviana). *—Es menos pesada.* Pero recae en seguida sobre el factor tamaño. —un niño me dijo que las rojas hacen salir la bolita —le decimos—, ¿tie-

ne razón? —*Sí; hay cajas con las que tiene razón y cajas con que no tiene razón.* —¿En qué tiene razón? —*En que las azules no la hacen salir y las rojas sí.* —¿Puedes mostrarme si es cierto? (Prueba con una caja grande, pesada). —*Sí, tiene razón. Es con las azules que no tiene razón.* —Un niño me dijo que las que hacían salir la bolita eran las cajas grandes. —*No es cierto, hay cajas grandes que no la hacen salir.* —Entonces, ¿tiene razón o no? —*Sí, la tiene.* —¿Ah, sí? —*No, porque hay cajas grandes que no hacen salir la bolita.*

Aunque no pertenezcan al estadio II, estos hechos resultan instructivos desde el punto de vista de las dificultades en la construcción del "todos", es decir en la abstracción de los caracteres comunes al conjunto de los elementos individuales de una clase (lo que explica, por otra parte, las razones de la incoordinación entre la "comprensión" y la "extensión" en el estadio I, el de las colecciones figurales). En otras palabras, como en el caso de los sujetos del estadio I (parágrafo 1) que se confunden todavía en las preguntas planteadas a propósito de la serie I de fichas (en el caso de que nos estamos ocupando la construcción del "todos" es netamente más difícil ya que se hace sobre el factor peso), encontramos aquí un nivel en el que el problema 1 no queda aún resuelto ya que no hay suficiente poder de abstracción. Podemos hacer de esta dificultad una nueva característica del estadio I.

Comprobamos en primer lugar que ninguno de esos sujetos logra una clasificación anticipada o semianticipada (agrupar las cajas que harán salir la bolita, sin ensayos previos, o después de dos o tres ensayos). Sólo Ber se acerca momentáneamente a la clasificación correcta ("porque es menos pesada") pero con la asimilación pesado = grande, y liviano = pequeño. Por el contrario, la clasificación que sigue al conjunto de ensayos es naturalmente correcta. Pero ninguno de esos sujetos llega tampoco, al cabo de esa clasificación, a deducir la ley, es decir, a explicitar los caracteres comunes a "todos" los elementos de cada una de las dos colecciones así construidas (siendo el carácter de la colección *A'* la negación del carácter común a los elementos de la colección *A*).

En efecto, vemos que Iro generaliza sus primeros ensayos bajo la forma "las cajas chicas hacen salir la bolita", y luego hace dos montones, agregando una caja pequeña a las grandes. Chri piensa aun más categóricamente, y desprecia fríamente las excepciones que va encontrando. Rap piensa que se puede tener razón afirmando simultáneamente que las cajas grandes hacen salir la bolita y que las pequeñas también: no opone sin embargo "todas" a "algunas", sino que establece un doble lazo causal, sin ver en él ninguna contradicción. Cat sostiene el mismo punto de vista: las cajas de la primera colección *A* hacen salir la bolita "porque hay grandes y pequeñas", y las de la segunda colección *A'* no la hacen salir, por la misma razón, que "hay pequeñas y grandes" (cf. la inversión del sentido de la adición: ¡grandes y pequeñas, y luego pequeñas y grandes!). Ber, que está muy cerca de descubrir la ley, permanece sin embargo en una posición análoga.

Leyendo estas respuestas, nos sentimos invenciblemente inclinados a formularlas de acuerdo con las estructuras de nuestra lógica, lo que las haría muy aceptables con algunas modificaciones aparentemente mínimas: bastaría con decir "algunas cajas grandes hacen salir la bolita y algunas pequeñas también, pero algunas grandes no la hacen salir y algunas pequeñas tampoco". Así expresadas, las afirmaciones del niño mostrarían simplemente que ha logrado descubrir el factor peso (por indiferenciación entre el peso y el volumen), y que se contenta con afirmaciones "tautológicas" pero sin contradicción. Sólo que, si las cosas fueran así tan simples, no comprenderíamos ni las dificultades del estadio II en lo que concierne al problema 2 ("todos los *A*, ¿son [unos] *B*?"), ni las dificultades del estadio I en lo que toca a las clasificaciones mismas (incapacidad de liberarse de las colecciones figurales para construir clases, o al menos colecciones no figurales).

En realidad, el fracaso en la búsqueda de la ley, la tendencia a despreciar las excepciones, y sobre todo las conciliaciones contradictorias con que se contentan estos sujetos, no son sino la expresión de una dificultad inicial sistemática para distinguir el "todos" y el "algunos", y, más profundamente aún, para diferenciar y coordinar la extensión y la comprehensión de las colecciones. Por el hecho de que una caja grande hace salir la bolita, el niño concluye una relación causal entre el tamaño y este resultado, y esta relación le parece pues uno de los caracteres que deben ser integrados en la "comprehensión" de la colección de la que esta caja forma parte: este carácter se convierte entonces en una de las propiedades del objeto total o colectivo que es esta colección, y no en una propiedad común a sus miembros considerados cada uno por su lado. Esta propiedad de la colección como tal queda situada pues en un plano distinto que el "todos" y el "algunos", por el solo hecho de que la colección no es una clase o simple reunión de individuos, sino un agregado en el que estos individuos son solidarios. Si otras cajas que pertenecen al mismo agregado no verifican esta relación entre el tamaño y la salida de la bolita, eso no afecta sino a esas cajas excepcionales, pero no a las propiedades de la colección como tal. Tal sería aproximadamente, nos parece, la manera de razonar de esos sujetos.

Dicho más sencillamente, la diferencia entre esas reacciones y las del estadio II o las del III sería la siguiente: al nivel de la clase lógica (estadio III) un carácter no es elegido como constitutivo de la comprensión de esta clase si no se aplica a "todos" sus miembros, y el "todos" está determinado precisamente por la presencia de tal carácter; la comprehensión y la extensión están pues diferenciadas, pero a la vez se corresponden exactamente. Al nivel de las colecciones figurales (estadio I), por el contrario, los caracteres de la colección no son elegidos en función de "todos" sus elementos, y la extensión de éstos no está determinada por sus caracteres comunes: de ahí que ni el "todos" ni el "algunos" tengan aún una significación comparable a la de los niveles superiores, y de ahí también la ausencia sistemática de recurso a esos cuantificadores, en las reacciones de los sujetos citados.

Los sujetos del estadio II, de los que nos ocuparemos ahora, presentan tres reacciones notables, que se explican en función de las del estadio I, a las que a su vez aclaran. En primer lugar, logran distinguir las cajas pesadas de las livianas, aplican por lo tanto el "todos" al peso, y logran resolver el problema de tipo 3: todas las cajas que hacen salir la bolita son todas las cajas pesadas. En segundo lugar, logran resolver en parte los problemas de tipo 1, "todos los *B*, ¿son [unos] *A* (si $B = A + A'$)?, y esto por un progresivo control del "todos" y el "algunos", que desemboca en el empleo de pruebas correctas, o de pruebas del tipo 1: "no todos los *B* son *A*, porque hay [unos] *A'* " (por ejemplo, "no todos los rojos (*B*) son pesados (*A*) porque hay rojos livianos (*A'*)"). Pero no lo logran sino en parte, ya que, en un gran número de casos (especialmente cuando el "todos" se refiere al peso por oposición al color o al tamaño) invierten la pregunta, o, lo que es igual, introducen una falsa cuantificación del predicado ("todos los *B*, ¿son todos los *A*?"), aun cuando les planteamos preguntas de tipo 1. En otros términos, utilizan falsas pruebas de la forma "todas las livianas, ¿son azules? No (correcto), porque hay rojas livianas (¡o aun porque hay rojas pesadas!)".
He aquí algunos ejemplos del estadio II, comenzando por casos intermediarios entre los estadios I y II:

Tahi (4; 2) clasifica en grandes y pequeñas las cajas, previendo que las primeras harán salir la bolita y las segundas no. Comienza las pruebas con una caja pequeña pesada, y trata de minimizar esta excepción: "*No la hace salir más que un poquito*". Pero tiene en cuenta el hecho, y adopta una clasificación en pesadas y livianas, que es lo que distingue las reacciones del estadio II a las del I. —Un niño me dijo que todas las rojas son livianas —le decimos—. ¿Tenía razón? —*No; porque hay rojas que no hacen salir la bolita.* —Muéstramelo. (Toma una roja liviana): —*Listo.* —¿Y todas las que hacen salir la bolita? —*El niño tenía razón.* —Muéstramelo. (Toma una caja roja liviana, y la deja). —*No quiero ésta* (y luego tres rojas pesadas, que va colocando sucesivamente sobre el pesa-cartas). —*¿Ve usted?* —Sí. ¿Probaste con todas las rojas? —*Sí.* —¿El niño tenía razón? —*No.* —¿Por qué? —*Estas* (rojas pesadas) *hacen salir la bolita, y éstas* (azules livianas) *no.* —Pero, ¿y las rojas? —*No todas, porque hay una que es liviana.*
—¿Todas las azules hacen salir la bolita? —*No; hay algunas que no.* —Sin embargo un niño me dijo que todas las grandes la hacen salir. —*Tiene razón, es cierto.* —¿Todas? —*No; no todas.*

Rom (4; 5) reparte primero de acuerdo a los colores, sin pesar las cajas. Después las pesa, y las reparte de acuerdo con el peso, aunque sin tomar expresa conciencia de ello. —¿Todas las grandes hacen salir la bolita? —*No.* —¿Por qué? —*Porque también hay cajas así* (¡muestra las pequeñas pesadas!). (Le mostramos una caja azul pesada): —¿Esta cómo es? —*Azul.* —Una niñita me dijo que todas las cajas azules son livianas. ¿Tenía razón? —*No.* —¿Por qué? —*Porque aquí* (señala el montón de las livianas) *también hay rojas* (!). —La niñita me dijo que todas las cajas pequeñas son livianas. —*No es cierto; aquí* (señala el montón de las pesadas) *hay algunas pequeñas.* —¿Todas las rojas la hacen salir? —*No; porque aquí* (montón de las cajas livianas) *hay rojas.*

Entrevistada nuevamente a los 5 años 10 meses, Rom resuelve el problema 1 de la misma manera, pero ya no hace falsas cuantificaciones del predicado, como a los 4; 5 a propósito de las cajas grandes y las azules.

Gen (5; 5) logra muy rápidamente clasificar en pesadas y livianas, explicando su clasificación por el peso. —¿Todas las rojas son pesadas? —*No; porque hay rojas y azules* (¡en el montón de las cajas pesadas!). —¿Todas las azules hacen salir la bolita? —*No; hay algunas que no son pesadas, y otras que sí son pesadas.*

Fra (5; 6). Primero clasifica por el tamaño, luego, después de experimentar con el pesa-cartas, clasifica por el peso. —Una niñita me dijo que todas las rojas son pesadas. —*No es cierto; hay rojas y azules* (¡en el montón de las pesadas!). *Aquí hay una roja pesada, y aquí una azul que también es pesada.* —¿Qué me dijo la niñita? —*Que eran rojas todas las que eran pesadas* (notable esta traducción de "todos los *A* son *B*" en "todos los *A* son todos los *B*", por extensión de "todas" las rojas a "todas" las pesadas). —¿Cómo demostrarías que es falso? (Muestra una caja azul grande y pesada, lo cual resulta correcto desde el punto de vista de la traducción). —Pero ¿qué dijo la niñita, en realidad? —*Que las rojas hacen salir la bolita.* —¿Puedes demostrar que es falso? —*Sí, con la azul* (coloca una azul pesada, aunque su segundo enunciado no modifique ya en apariencia la cuantificación del predicado). —Un niño me dijo que todas las grandes hacen salir la bolita. —*No es cierto; hay también pequeñas* (¡Idéntica reacción!) Fra muestra una caja pequeña pesada. —¿Puedes mostrarlo de otra forma? (Muestra una caja grande liviana, lo cual resulta de veras probatorio). —*Esta es una grande que no hace salir la bolita.* —Muy bien. Y ¿qué dijo el niño? —*Que sólo las grandes hacían salir la bolita.* (¡Idéntica extensión del "todos" al predicado!). —¿Y bien? —*Con ésta le muestro que hay una caja grande que no hace salir la bolita* (aunque esto no resulta ya probatorio con respecto a "sólo las grandes").

Fac (5; 6) hace dos montones sin calificación explícita. —¿Todas las rojas hacen salir la bolita? —*No; éstas sí y éstas no. Hay rojas que no la hacen salir* —¿Y todas las grandes? —*No; hay también grandes que son así* (muestra el cajón de las livianas) y *que no hacen salir la bolita.* —Un niño me dijo que todas las azules son livianas, y no hacen salir la bolita. ¿Es cierto? —*No; porque también hay rojas grandes que no la hacen salir* (!). —¿Y todas las pequeñas? —*No; hay pequeñas que la hacen salir.*

Roc (5; 10) explica rápidamente su clasificación por el peso. —¿Todas las pesadas son grandes? —*No; hay livianas que son grandes también* (!). —¿Todas las livianas son pequeñas? —*Sí.* —¿Todas las grandes son livianas? —*No; hay grandes que son pesadas también.* —¿Todas las pequeñas son pesadas? *No; porque son livianas, [pero] hay pesadas.*

Bor (5; 11) comprende también el papel del peso. —¿Todas las cajas rojas son pesadas? —*No, porque las azules también son pesadas* (!) —¿Todas las azules son livianas? —*No, porque hay dos que son pesadas y que son rojas* (!).

Gro (6; 10) descubre inmediatamente el papel del peso. —¿Todas las azules son pesadas? —*No; hay también livianas, por ejemplo ésta.* —¿Todas las rojas son livianas? —*No, porque hay azules que son livianas* (!). —¿Todas las azules son livianas? *No; no todas, las rojas también son livianas* (!). —¿Todas las rojas son pesadas? —*No: ésta es pesada, aquélla es liviana.*

Damos finalmente, para comparación, algunos casos de respuestas correctas pertenecientes al estadio III. Se reconocen estos sujetos no sólo en el hecho de que responden correctamente a las preguntas sobre fichas (parágrafo 1), sino en que, en el problema del pesa-cartas, proporcionan sin vacilar pruebas convincentes, y exclusivamente pruebas convincentes, librándose también de las falsas cuantificaciones del predicado:

Dub (7; 0). La bolita sale *"porque son pesadas, y no con las cajas que son livianas"*. —Fíjate si es cierto. (Coloca en el platillo cajas grandes livianas y cajas grandes pesadas). —Un niño me dijo que hacen salir la bolita porque son rojas. —*No es cierto* (coloca una caja roja liviana y después una azul pesada, grande): *aquí hay una caja grande roja que no hace salir la bolita y una azul que la hace salir.* —¿Es porque es grande? —*No; eso pasa con las dos, las grandes y las pequeñas* (las coloca).

Sta (7; 2) prueba la acción del peso colocando sucesivamente una caja grande liviana y una pequeña pesada. —¿La bolita sale porque son grandes? —*No, entre las grandes hay livianas y pesadas* (coloca una pequeña pesada). —Un niño me dijo que todas las rojas hacen salir la bolita. —*No es cierto* (muestra una roja liviana). —También me dijo que las pequeñas no la hacen salir. —*Tampoco es cierto* (coloca una pequeña pesada). —Ni las azules tampoco... —*No* (coloca una azul pesada).

Destaquemos que si repartimos los sujetos según que presenten ausencia de pruebas, pruebas falsas (no todos los *B* producen *A* porque hay elementos *B'*) o mezcladas, y pruebas correctas, encontramos:

Cuadro II. *Porcentaje de los sujetos desde el punto de vista de la naturaleza de las pruebas*

Edades	*Sujetos*	*Ausencia de pruebas*	*Pruebas falsas o mezcladas*	*Pruebas correctas*
4 años	6	66 %	33 %	0
5 y 6 años	31	13 %	29 %	58 %
7 y 8 años	20	10 %	15 %	75 %
9 - 13 años	8	0	0	100 %

Estos hechos del estadio III revisten cierto interés desde dos puntos de vista distintos: en primer lugar, desde el punto de vista de los tres tipos de enlace $A = B$ (problema 3), $B > A$ (problema 1) y $A < B$ (problema 2); y en segundo lugar, desde el punto de vista de los factores figurativos que favorecen o dificultan el control correcto del "todos".

En lo que se refiere al enlace $A = B$, constatamos que todos estos sujetos logran comprender que la bolita sale a causa del peso de las cajas y no a causa de su volumen, aunque en la gran mayoría de los problemas esta

disociación entre peso y volumen se efectúe mucho más tarde.[8] La razón de este precoz descubrimiento (entendiendo que está limitado a esta situación) reside sin duda, además de en las facilitaciones perceptivas debidas a la uniformidad del material (dos pesos, dos volúmenes, dos colores), en que, en el caso particular de que "todas" las cajas pesadas A son "todas" las que hacen salir la bolita B, sea $A = B$ sin inclusión asimétrica de una parte ni de otra.

En lo que concierne al problema de tipo 1, "Todos los B, ¿son [unos] A (si $B = A + A'$)?", los sujetos del estadio II lo resuelven en parte correctamente, cuando lo comprenden bajo esta forma, ya que se encuentra un 58 % de pruebas buenas a los 5-6 años. Tahi, intermediario entre los estadios I y II, tiene aún tendencia a admitir el "todos" a pesar de las excepciones, pero llega, a propósito de la acción de las cajas rojas (B) sobre una bolita que sale (A), a decir que no son "todas, porque hay una (A') que es liviana". En todos los demás sujetos encontramos ese mismo tipo de exclusión: no todos los B son A porque hay [unos] B no-A ($= A'$). Pero, como lo hemos visto en el parágrafo 1, este razonamiento es accesible a los sujetos del estadio II porque se basa en la mera lectura de la reunión $B = A + A'$, y no implica ninguna operación inversa, y por lo tanto ninguna inclusión operatoria $A = B - A'$.

Por el contrario —y aquí es donde estos hechos confirman de un modo bastante notable los del parágrafo 1, a pesar de la oposición del contexto funcional de búsqueda de una causa y del contexto de mera clasificación—, encontramos que determinado número de sujetos a los que no hemos planteado ningún problema de tipo 2, sino exclusivamente los de tipo 1 (todos los B, ¿son —unos— A, si $B = A + A'$?), responden así: "no; porque existen [unos] B' (es decir, [unos] C no-B, si $C = B + B'$).[9] Ahora bien, el esquema de esta respuesta es precisamente el de la falsa cuantificación del predicado que interviene en las reacciones de este estadio (ver parágrafo 1) en los problemas de tipo 2: no todos los B son [unos] C (traducidos en "todos los C") porque existen [unos] B' (como no todos los A son [unos] B, traducidos en "todos los B", porque existen [unos] A').

Rom, por ejemplo, cuando le preguntamos si "todas las cajas grandes (B) hacen salir la bolita ($=$ son A)", responde: no, porque hay pequeñas pesadas (B') que también hacen salir la bolita ($= C$, que comprende a A). Del mismo modo, cuando le preguntamos si "todas las azules son livianas", Rom no responde, como podría hacerlo, con un "no, porque hay azules pesadas", sino que cree contradecir la afirmación propuesta diciendo: "no; porque también hay rojas livianas". Las mismas reacciones se observan en Gen y Fra para las rojas pesadas, en Roc para las grandes pesadas y las

[8] Ver J. PIAGET y B. INHELDER, "*Le développement des quantités chez l'enfant*", Delachaux et Niestlé.

[9] Hay que notar que las clases en juego en este problema del pesa-cartas presentan todas intersecciones, contrariamente a la mayoría de las del parágrafo 1. Tendremos pues aquí: B (por ejemplo las cajas grandes) contiene o incluye a A ($=$ las grandes pesadas), pero A está a su vez incluida en C ($=$ las cajas pesadas) que contiene igualmente a B' ($=$ las cajas pequeñas pesadas).

azules livianas, y en Gro para las rojas livianas. La razón de esas falsas pruebas debe buscarse en el hecho de que el niño traduce "todos los *B*, ¿son [unos] *A*? en "todos los *B*, ¿son todos los *A*?", por extensión del "todos" al predicado: Fra nos da del modo más explícito la verificación de este supuesto, al traducir "todas las rojas son pesadas" en "eran todas rojas las que eran pesadas" y "todas las grandes... etc." en "sólo las grandes". Pero va de suyo que esta reacción no tendría por qué presentar un carácter general en lo que concierne al pesa-cartas, ya que nada obliga al sujeto a extender un problema de tipo 1 hacia un enlace de tipo 2 por inversión de la pregunta. Resulta aún más interesante constatar que esta extensión se produce espontáneamente y de una manera igualmente frecuente bajo la forma de las falsas pruebas (de tipo 2). Encontramos en ello el indicio de que las reacciones igualmente frecuentes de los sujetos del parágrafo 1 (estadio II) a los problemas de tipo 2 ("todas las fichas redondas, ¿son azules?", etc.) no constituían el resultado de un artificio verbal sino que respondían a las dificultades del niño del estadio II para comprender la inclusión.

Existe además una segunda razón para que esta falsa cuantificación del predicado no sea general en el caso del pesa-cartas: la de que el papel de los factores perceptivos o figurativos en juego es sensiblemente mayor que en el caso de las fichas, y es esto lo que consideraremos ahora, ya que la cuestión reviste un cierto interés desde el punto de vista del control de conjunto. En efecto, las preguntas "las cajas pesadas, ¿son rojas?" y "las cajas rojas, ¿son pesadas?" presentan dificultades bien distintas, no sólo por las razones que ya hemos examinado, sino porque es mucho más fácil reunir elementos en una colección no figural según el color que según el peso. Además, esas dos cualidades son mucho más heterogéneas que el color y la forma en el caso de las fichas; por eso nos ha parecido interesante realizar un control sistemático para comparar las dos situaciones desde el punto de vista de los factores en juego: tal fue el objeto de la experiencia II.

II. Interrogamos a un centenar de niños de 5 a 9 años, siempre por medio del pesa-cartas, pero utilizando solamente los factores de peso y color, suprimiendo una clase, para que la estructura lógica de las inclusiones sea exactamente isomórfica a la de las fichas. Presentamos así cajas livianas (= que no hacen salir la bolita) que pueden ser azules o rojas, y cajas pesadas (= que hacen salir la bolita) exclusivamente rojas (faltaría la clase de las pesadas azules, así como en el material de las fichas no había discos rojos). Planteamos entonces las cuatro preguntas posibles, similares a las del parágrafo 1: 1) "¿Son rojas todas las cajas pesadas?" (que expresaremos con *Pr*); 2) "¿son livianas todas las cajas azules?" (que expresaremos con *al*); 3) "¿son pesadas todas las cajas rojas?" (que expresaremos *rP*); y 4) "¿son azules todas las cajas livianas?" (que expresaremos *la*). Notamos entonces que las preguntas ***Pr*** y ***al*** (1 y 2) son del tipo 2 o *AB:* "¿todos los *A* son [unos] *B* (si $A < B$)?" (respuesta correcta: sí); y que las preguntas ***rP*** y ***la*** son del tipo 1 o *BA*: "¿todos los *B*, son [unos] *A* (si $A < B$)?" (respuesta correcta: no). La estructura lógica equivale pues al

caso de las fichas. Ahora bien, los resultados se revelan comparables a los del parágrafo 1, pero la oposición de las respuestas de tipo 1 o *BA* y de tipo 2 o *AB* está atenuada por una oposición mucho más fuerte, la de las preguntas *Pr* y *la*, en las que el "todos" se refiere al peso, y las preguntas *al* y *rP*, en las que el "todos" se refiere al color (las primeras son, naturalmente, más difíciles).
He aquí en primer lugar algunos ejemplos cualitativos de reacciones del estadio II:

Par (5; 1): —¿Son pesadas todas las rojas? —*No.* —¿Por qué? —*Hay [algunas] livianas* (exacto). —¿Son livianas todas las azules? (pregunta de tipo 2). —*Sí* (correcto). —¿Son rojas todas las livianas? (tipo 2). —*No; hay pesadas y livianas* (responde como si le hubiéramos preguntado si todas las rojas son livianas o si todas las livianas son todas las rojas). (Idéntica pregunta): —*No.*

Gir (5; 6): —¿Son rojas todas las pesadas? —*No; hay* [rojas] *que están vacías y hay rojas que son pesadas.* —¿Son livianas todas las azules? —*Sí; todas.* —¿Son azules todas las livianas? —*Sí; todas* (asimila esta pregunta a la precedente). —¿Son pesadas todas las rojas? —*No todas; hay* [algunas] *que son pesadas y otras que son livianas.* —¿Son azules todas las livianas? —*Sí* (invierte la pregunta).

Den (5; 7): —¿Son pesadas todas las rojas? —*No; no todas: ésta es pesada, ésta también...* —¿Qué hay que mostrar? —*Todas* (prueba con todas las rojas, y después dice): *No hay azules pesadas.* —¿Son rojas todas las pesadas? (Muestra todas las rojas, que son pesadas y livianas, y dice:) *No.* —¿Pero son rojas todas las pesadas? —*Hay rojas que no son pesadas* (!). —¿Son livianas todas las azules? —*No; no todas las azules son livianas.* —¿Qué te pregunté? —*Si todas las azules son livianas.* —¿Te parece? —*Si todas las livianas son azules* (muestra todas las azules). *No, no todas las azules son livianas* (sí lo son). *Me equivoqué en que todas las azules son livianas.*

Mul (5; 8): —¿Son livianas todas las azules? (Las prueba) —*Sí.* —¿Son azules todas las livianas? (Prueba de nuevo con todas las azules). —*Sí, son livianas* (!). —¿Son pesadas todas las rojas? (Las prueba). *No* (exacto). —¿Son rojas todas las pesadas? (Prueba de nuevo con todas las rojas). —*No; sólo tres.* —¿Algunas de las pesadas son rojas? —*Sí; hay* [algunas]. —¿Algunas de las azules son livianas? (Muestra todas las azules). —*Sí.* ¿Qué me has mostrado? —*Las livianas.*

Jac (6; 0): —¿Son rojas todas las pesadas? —*No; porque éstas* (rojas livianas) *no son pesadas.* —¿Son livianas todas las azules? —*No; hay livianas y pesadas* (falso). —¿Y todas las livianas, son azules? —*No* (exacto, pero ¡muestra las pesadas rojas!)

Rot (6; 9): —¿Son rojas todas las pesadas? —*No; hay también livianas* [que son rojas], *éstas son pesadas, todas las demás son livianas.* —Pero yo te pregunté si todas las cajas pesadas son rojas. —*No; no todas las rojas son pesadas, también hay pesadas* [entre ellas] (!).

Gil (7; 9): —¿Son rojas todas las pesadas? —*No; hay tres pesadas y tres que no son pesadas.* —¿Son azules todas las livianas? —*Sí.* (Le mostramos una roja liviana). —¿Entonces todas las livianas son azules? —*Sí.* —¿De veras? —*No; hay tres rojas y seis azules.* —¿Es lo mismo decir "todas las pesadas son rojas" que "todas las rojas son pesadas"? —*Sí.*

Eug (8; 1): —¿Son rojas todas las pesadas? *—No; hay también azules livianas... No, sí, son todas rojas.* —¿Todas las livianas son azules? *—Sí.* —¿Qué me mostrarías para contestarme? *—Las azules.* —¿Es lo mismo decir "todas las livianas son azules" que "todas las azules son livianas? (Reflexiona largamente). *—Sí.*

Fel (8; 6): —¿Son rojas todas las pesadas? (Toca todas las rojas). *—No.* —¿Muéstrame todas las pesadas. (Muestra las tres rojas pesadas). —¿Qué te pregunté? *—Si son rojas todas las pesadas.*

He aquí, por el contrario, dos ejemplos del estadio III:

Aud (6; 6): —¿Son pesadas todas las rojas? *—No; hay tres rojas pesadas.* —¿Son rojas todas las pesadas? *—Sí.* —¿Por qué? *—Son todas rojas, las pesadas, pero no todas las rojas son pesadas: hay tres pesadas y tres livianas.* —¿Todas las pesadas son rojas? *—Sí, tres que son rojas; ninguna azul, sólo rojas.* —¿Son livianas todas las azules? *—Sí.* —¿Son azules todas las livianas? *—No; hay tres rojas livianas y tres azules livianas.* —¿Qué queda mejor: decir que todas las azules son livianas, o que algunas azules son livianas? *—Todas.* —¿Y qué queda mejor, decir que todas las rojas son pesadas, o decir que algunas rojas son pesadas? *—Algunas.*

Pat (7; 3) comienza por presentar reacciones del estadio II: —¿Son pesadas todas las rojas? *—No, no todas.* —¿Son rojas todas las pesadas? *—No todas, porque todas las rojas no son (sic) pesadas.* —¿Es lo mismo decir que todas las rojas son pesadas y que todas las pesadas son rojas? *—Sí... ¡ah, no! Porque todas las pesadas son rojas y no todas las rojas son pesadas.* —¿Son livianas todas las azules? *—Sí.* —¿Son azules todas las livianas? *—No; no todas: también ahí* (señala el montón de las cajas rojas) *hay livianas.*

Vemos que las reacciones son cualitativamente semejantes en un todo a las del parágrafo 1, aunque en la presente experiencia el niño se interese en estas preguntas por el "todos" y el "algunos" por el hecho de que esos términos se refieren a un resultado visible (bolita que sale o no sale según la cajita que se coloque en la bandeja del pesa-cartas), y además porque el niño ha hecho él mismo la doble clasificación previa de los elementos según el peso y el color.
En cuanto al problema central de saber por qué, en tantos casos (80 % a los 5 años para "¿son azules todas las livianas?", y 65 % para "¿son rojas todas las pesadas?"), invierte el niño la pregunta "¿todos los *X*, son *y*?" en "¿todos los *Y*, son *x*?", no se lo puede ya resolver por un simple factor de inatención, ya que el sujeto se interesa por la respuesta. Pero subsisten con todo dos posibilidades diferentes: que el niño invierta simplemente la pregunta, aun si distingue sus dos formas ("todos los *X* son *y*" significaría pues para el sujeto que todos los *X* son algunos *Y*), o que asimile sin más a ambas bajo la forma "todos los *X* son todos los *Y*" (y recíprocamente). Preguntamos pues a un determinado número de sujetos si esas dos preguntas significaban "lo mismo" (ver Gil, Eug y Pat). El resultado fue decisivo: sobre doce niños del estadio II, todos respondieron sin vacilar que las dos preguntas se equivalían (Eug lo afirmó inclusive después de larga reflexión), mientras que los del estadio III lo negaron con naturalidad.

Pat es un buen caso intermediario, ya que comienza con una asimilación, y descubre luego bruscamente que las dos preguntas son distintas. Parece pues legítimo, ya que la inversión de las preguntas se acompaña de su identificación, interpretar —como lo hemos hecho— esas inversiones en el sentido de una falsa cuantificación del predicado: "todos los X son y = todos los X son todos los Y". Y en cuanto a por qué prefiere el niño razonar sobre la pregunta invertida si le parece idéntica a la no invertida, parece explicarse por el hecho de que para él resulta más fácil razonar sobre los colores que sobre el peso, como lo prueba la siguiente estadística:

Cuadro III. *Porcentaje de las respuestas correctas a las cuatro preguntas referentes al "todos" (dispositivo del pesa-cartas con una clase faltante)*[10]

Edades y número de sujetos	*Pr*	*al*	*rP*	*la*	*AB*	*BA*	+	Promedios de: Peso (*Pr*+*la*)	Color (*al*+*rP*)
5 (20)	35	82	100	20	35	20	5	22	91
6 (20)	40	91,5	100	69	36,5	53	17,5	45	95,5
7 (25)	47	100	100	44	49	44	28	46	100
8 (20)	67,5	97	100	55,5	65,5	55,5	41	61,5	98,5
9 (16)	89	98	100	65	89	62	64	82	95

Si bien ese mecanismo de la falsa cuantificación del predicado es pues siempre el mismo, la novedad que presenta este cuadro III comparado a los cuadros I y I bis del parágrafo 1 reside en la notable diferencia de los resultados obtenidos en las respuestas a las preguntas *Pr* + *la* y *al* + *rP*: hasta los 7 años inclusive, las respuestas correctas proporcionadas cuando el "todos" se aplica al peso ("todas las pesadas son..." o "todas las livianas son...") no alcanzan a la mitad de las respuestas correctas dadas cuando el "todos" se aplica al color. Los cuadros I y I bis del parágrafo 1 ya mostraban una pequeña desigualdad en favor de uno de los factores, la forma con respecto al color, pero la proporción era mucho menor. En este caso, en cambio, es evidente que el "todos" no tiene el mismo valor cuando se invierte el orden de los términos, por ejemplo, en "todos los azules son livianas" (éxito en el 82 a 100 % de los casos) y en "todos los livianos son azules" (éxitos en el 20 a 69 %), y esto no porque haya que responder

[10] *Pr* = ¿Son rojas todas las pesadas? *al* = ¿son livianas todas las azules? *rp* = ¿son pesadas todas las rojas? *la* = ¿son azules todas las livianas? La columna *AB* da los resultados simultáneamente correctos para *Pr* + *al* (preguntas de tipo 2) y la columna *BA* los resultados simultáneamente correctos para *rP* y *la* (preguntas de tipo 1). La columna + proporciona el número de sujetos que obtuvieron respuestas correctas en su totalidad. Las dos últimas columnas dan los promedios de *Pr* y *la* y de *al* y *rP*. El modo de corrección ha sido el mismo usado en los cuadros I y I bis.

"sí" a la primera pregunta y "no" a la segunda, sino porque el "todos" no presenta un sentido claro sino para una colección no figural de carácter fuertemente intuitivo, y a pesar de que la pregunta *la* sea de tipo *BA* (más fácil, por lo tanto) y la pregunta recíproca *al* de tipo *AB*. Por eso la columna *BA* no es enteramente regular.

Ahora bien, ese papel del carácter intuitivo o figurativo de la cualidad a la que se adosa el cuantificador "todos" se manifiesta ya en las reacciones al dispositivo completo ya descripto. Lo encontramos notablemente en las pruebas: algunos controles que hemos intentado al margen de las interrogaciones libres nos han mostrado que grupos de sujetos que daban un 100 % de pruebas buenas (= contraejemplos exactos) para las preguntas "todos los pequeños, (o todos los grandes) ¿son livianos?", no llegan más que al 67 % cuando la pregunta es "todos los livianos, ¿son pequeños (o grandes)?". Del mismo modo, los sujetos que alcanzan un 67 % en el sentido de las preguntas grande-pesado no llegan más que al 25 % en las que se refieren a pesado-grande. Pero el papel de esos factores figurativos es más débil en el caso de las cuatro clases completas que en el caso de una clase faltante, y esto sin duda a causa de un factor de simetría. De una manera general, la importancia de los factores figurativos (comprendidas las simetrías) no debe ser dejada de lado en la evolución del cuantificador "todos".

§ 3. EL "ALGUNOS" ABSOLUTO Y RELATIVO[11]

Los parágrafos 1 y 2 se ocupan de las relaciones entre el "todos" y el "algunos", pero por medio de preguntas constantemente planteadas sobre el "todos". Nos hemos preguntado pues qué significa para el niño del estadio II la palabra "algunos", ya que la expresión de tipo 2 "todos los *A* son (algunos) *B*" es comprendida por él como si fuera equivalente a "todos los *A* son todos los *B*".

Hemos comenzado por un sondeo sobre el "algunos" en sentido absoluto: "algunos *A*" o "algunos *B*", por oposición al sentido relativo en que los elementos de una misma colección *A*, incluida en *B*, son a la vez "todos" los *A* y "algunos" *B*. Conviene determinar primero la significación que el niño atribuye espontáneamente a la palabra "algunos" cuando se le pide

[11] Este parágrafo se refiere a 31 sujetos.

por ejemplo que entregue "algunas fichas azules" o "algunas flores amarillas", etc. Nos hemos servido de tres tipos de dispositivos: 1) las fichas del parágrafo 1 (discos azules y cuadrados rojos y azules), 2) flores dibujadas (rosas blancas o amarillas, tulipanes blancos o amarillos), 3) dibujos para colorear (frutos, árboles, paisajes con casas, etc.), en los que se trata de pintar "algunos" elementos pero no "todos", etc. Se pide a los sujetos, después de observar sus primeras reacciones, que comparen el "algunos" con el "todos", ocasionalmente que definan la palabra "algunos", o que lo definan en relación a los términos que el mismo niño le opone (como "unos" o "casi todos").
De un modo general, los niños del estadio II saben que la palabra "algunos" significa algo distinto de "todos", pero no logran atribuirle un significado estable. En los comienzos de este estadio subsiste pues una cierta vaguedad o significado cambiante que conviene que analicemos brevemente. Primero observemos un caso del estadio I, el de un niño que no sabe aún diferenciar el "algunos" del "todos":

Jac (5; 2). Material de fichas, como en el § 1: —¿Puedes darme algunos azules? (Nos da uno). —¿Son algunos o uno? *Uno.* —Ahora dame "algunos". (Toma uno). —¿Ahora todos los azules. (Toma uno). —Todos los cuadrados. (Toma los dos). —Todos los redondeles. (Los toma todos). —Algunos azules. (Toma dos, después tres, después todos).

He aquí por el contrario sujetos del estadio II, que hacen una distinción ya sea en el uso, ya sea en la definición entre el "algunos" y el "todos", pero que, cosa interesante, no coordinan siempre su uso con su definición:

Kar (5; 4). Fichas: —Dame algunas azules. (Nos da 4, sobre 6). —Algunas cuadradas. (Nos da las dos, que volvemos a colocar en su sitio, como después de cada respuesta). —Dame todos los cuadrados. (Nos vuelve a dar los mismos dos). —Recién me diste lo mismo cuando te pedí "algunos". ¿Es lo mismo? —*No.* —¿Qué quiere decir "todos"? —*Mucho.* —¿Y "algunos"? —*Uno o dos.* (Probamos con otra serie, 5 discos azules, 2 cuadrados azules, 2 cuadrados rojos). —Dame algunos azules. (Nos da cinco discos). —¿Puedes darme otra cosa? —*Sí* (entrega los dos que restan). —¿Un disco y un cuadrado azul, estaría bien decir que son "algunos azules"? —*Sí.* —Dame algunos cuadrados. (Entrega uno azul y uno rojo). —Algunos redondeles (entrega tres). —Algunos rojos (entrega los dos cuadrados rojos). —Todos los rojos (entrega los mismos). —¿Está bien las dos veces? —*Sí, no mucho.* —¿Qué es lo que no está muy bien? —*Habría que dar uno* (= algunos) *o varios* (= todos). —Dame ahora algunos azules —*¿Redondeles?* —Como quieras. (Toma dos discos azules, y va a tomar un cuadrado azul, pero lo vuelve a colocar en su sitio. —¿Se podría también dar éste? —*Sí.*

Mar (5; 6). Fichas: —Dame algunas azules (las toma todas, cuadradas y redondas). —*¡Muchas!*, dice. —¿Esto es "algunas" o "todas"? —*Todas.* —Pero si yo te pido algunas, ¿qué me vas a dar? —*Los redondeles.* —¿Y si me dieras sólo dos redondeles, estaría bien también? —*Sí.* —Dame algunos cuadrados. (Mar los toma todos, azules y rojos). —¿Esto es algunos? —*Sí.* —¿Qué me das? —*Cuadrados.* —¿Es mejor decir "algunos" cuadrados o "todos"? —*Algunos.* —¿No quedaría bien decir "todos"? —*No;* [todos] *es para el mismo color* (!). —Dame

algunos redondeles. (Los toma todos). —¿Esto es algunos? —*Sí.* —¿Y todos los redondeles? —*Es todos los redondeles.* —¿Y algunos? —*Son los azules* (¡los mismos!).

Ter (5; 2). Fichas: —Dame algunas azules. (Entrega una). —Ahora todos los redondeles azules. (Entrega todos). —¿Y algunos cuadrados? (Entrega uno rojo). —¿No se pueden dar más? —*Sí; dos.* —¿Y así? (tomamos dos cuadrados rojos y un azul, dejando un cuadrado azul). —*No; no es el mismo color.* —Dame algunos redondeles. (Los toma todos). —Ahora algunos cuadrados azules. (Los toma todos). —Esto es alguno o todos los cuadrados azules? —*No hay más que tres cuadrados azules* (= por lo tanto el algunos se confunde con el todos al no haber un número suficiente). —¿Esto es alguno o todos? —*Todos.* —Y si pusiéramos además éstos (colocamos tres más), ¿cuántos me darías si te pido "algunos"? —*Tres.* —¿Podrías darme cuatro? —*Sí.* —¿Y cinco? —*No.* —¿Por qué? —*Porque hay cinco* (hay seis, pero creyendo que hay cinco, Ter se niega a entregar el último, que haría el "todos").

Rus (5; 3). Fichas: —Dame algunas azules. —*¿Redondas?* —Lo que quieras. (Entrega un cuadrado y un disco azules). —Ahora algunas rojas. (Entrega tres sobre cuatro). —Algunas redondas. (Entrega todas, salvo una). —Algunos cuadrados. (Entrega todos los cuadrados azules). —¿Estaría bien si me dieras también uno rojo (hay dos)? —*No; no es el mismo color.* —Ahora todos los redondeles. (Los entrega todos). —¿Es lo mismo todos los redondeles que algunos? —*No, porque algunos no quiere decir todos.*
Rus parece haber adquirido pues una cierta relatividad del algunos, pero con las flores (tres tulipanes blancos y tres amarillos, tres rosas blancas y cuatro amarillas) se ve que no es cierto: —Dame algunos tulipanes amarillos. (Entrega todos). —Ahora algunos tulipanes blancos. (Entrega dos, sobre tres). —¿Y éste (él último), iría también? —*Sí.* —Algunos tulipanes blancos o todos, ¿es lo mismo? —*Sí, lo mismo.* —Dame algunas flores. (Entrega varias). —¿Y si pongo también éstas? —*No; no es algunas.* —Dame todas las flores. (Las entrega todas). —Si dejara una, sería todavía "todas"? —*No.* —Dame algunos tulipanes blancos. (Entrega dos). —¿Podrías poner también éste (el último)? —*No.* —¿Por qué? —*Sería "muchos".* —¿Algunos, es una cifra? —*Sí; tres.* —¿Solamente tres? —*Dos o tres.*

Rem (5; 8): Flores. —¿Me das algunos tulipanes amarillos? (Entrega los tres). —¿Y todos los tulipanes amarillos? (Entrega los mismos). —Todos y algunos, ¿es lo mismo? —*Sí.* —Dame algunos tulipanes. (Entrega los blancos). —¿Y si agrego éste (uno blanco), sería también "algunos tulipanes"? —*No; porque es amarillo.* —Dame todos los tulipanes. (Los entrega). —¿Y si hago así? (tomamos todos menos uno). —*No; porque falta uno.* (Retomamos el diálogo más tarde). —Dame algunos tulipanes amarillos. (Toma los tres, y vuelve a colocar uno en su sitio). —¿Por qué lo devuelves? —*Porque después ya no hay más.* —¿Y si te pido todos? (Toma el que había devuelto).

Nos faltaría citar ejemplos de sujetos pertenecientes a la segunda mitad del estadio II, en los que la diferenciación del "todos" y el "algunos" marca ciertos progresos, pero sin lograr aún la relatividad necesaria:

Cha (5; 6). Fichas: —Dame algunas fichas azules. (Entrega todas menos una). —Dame todas (las entrega). —Dame algunas fichas cuadradas (hay cuatro). (Entrega dos rojas y una azul). —Dame algunas fichas azules. (Entrega todas).

—Y [unos] redondeles. (Entrega todos también). —¿Esto es algunos o todos? —*Todos; tengo que sacar* (unos). —Si me dieras todos, ¿estaría bien? —*No; algunos es la mitad.* —¿Exacta, o más o menos? —*Exacta.* —¿Cuánto es la mitad de seis? —*Es cuatro.* —Dame algunos cuadrados. (Entrega los cuatro, que volvemos a colocar en su lugar). —¿Y la mitad de los cuatro? (Entrega todos). (En síntesis, el único progreso está dado por la definición de "algunos" por "la mitad", pero el término no encierra aún para Cha un significado relativo).

Lis (5; 8). Fichas: tres discos azules, siete cuadrados rojos. —Dame algunas azules (las entrega todas). —Ahora algunas cuadradas (entrega cuatro y deja tres). —Algunas rojas. (Después de una vacilación, entrega tres). —Algunos redondeles (entrega dos, deja uno). —*Algunos quiere decir que no es mucho,* dice. —Esto, ¿es algunas fichas azules? —*No; hay varias.*

Bon (5; 11): —Dame algunos redondeles azules. (Entrega tres, sobre ocho, pero acepta cuatro, cinco, etc.). —¿Y el último? —*No; porque sería "todos".* —Dame todos los azules. (Toma todos los cuadrados y redondeles azules). —Dame algunos cuadrados rojos (entrega dos, sobre tres). —¿Y éste? —*No; porque no habría bastantes.* (Esta expresión la volvemos a encontrar para las flores:) —Dame algunas rosas. (Entrega las tres rosas blancas, dejando las tres amarillas). —¿Podría tomar ésta (una amarilla, sobre tres)? —*No; porque no habría bastantes...* (Por lo tanto, el "algunos" conserva el sentido de "poco").

Bert (5; 11): Respuestas correctas, en sus grandes líneas, salvo en un caso en el que entrega toda una pequeña colección, y al preguntársele si es "todos" o "algunos", contesta: "*Es un poco de tulipanes*".

Cas (6; 1), sobre ocho cuadrados: —Dame algunos. (Entrega uno, después dos, después tres). —¿Hasta cuándo? —*Hasta cuatro.* —¿Y así (cinco)? —*No.* —¿Por qué? —*Es mucho.*

Fab (6; 10): "Algunos" es "muchos". Uno y dos no son "algunos", sino desde tres a cien. Por el contrario:

Fra (7; 4): Diez cuadrados. —Dame algunos. (Entrega siete). —¿Y cuatro, es algunos? —*Sí.* —¿Y cinco? —*Sí.* —¿Y ocho? —*No; es más.* —¿A partir de cuánto se puede decir "algunos"? —*A partir de siete.* —¿Algunos y todos es lo mismo? —*No; algunos es menos que todos.*

A pesar de la vaguedad y variabilidad de esas respuestas, se destacan claramente tres puntos. En primer lugar, todos los sujetos, incluso los de los comienzos del estadio, hacen una distinción entre "todos" y "algunos", aun si no logran caracterizarla verbalmente, ni conformarse a su definición. Cuando el niño no parece distinguir esos dos términos, y aun cuando los declara explícitamente sinónimos, (cf. Rus y Rem para los tulipanes blancos o amarillos), es momentáneamente; y sobre todo (como el mismo niño lo declara a veces) es para ciertas colecciones, y no para otras, es decir, para las pequeñas colecciones de dos o tres elementos. Inmediatamente examinaremos por qué. Por ejemplo, Rus identifica "algunos" y "todos" para los tres tulipanes blancos, pero para "algunas flores" se rehusa a entregar, no sólo todas las flores sino tampoco casi todas, porque "no es algunas". Notemos por lo demás que esos sujetos no hacen jamás

diferencia entre "algunos *A*" (por ej. "algunos azules") y "algunos de los *A*", expresiones que hemos empleado indistintamente, para explorar todos los significados de esas palabras en el niño.[12] Desde este punto de vista sistemático, la única definición general que se puede atribuir a esos sujetos es la de Rus (quien sin embargo identifica, como acabamos de verlo, el algunos y el todos para los tres tulipanes): "algunos, ¡no quiere decir todos!".

La segunda conclusión que debemos sacar de esos hechos es la de que, aun en la segunda mitad del estadio, el "algunos" tiene para los sujetos un sentido absoluto, ligado al número de los elementos, y no un sentido relativo de parte o de subclase puesta en relación con un todo. Kar opone así "todos = muchos" a "algunos = uno o dos", y vuelve a lo mismo bajo la forma de "uno = algunos" y "varios = todos". Mar es menos preciso acerca del número ya que insiste en la cualidad, lo cual lo induce a varias confusiones entre "algunos = pocos y de cualidades variadas" y "todos = muchos y de cualidad uniforme". Ter, por el contrario, es muy explícita: para las colecciones en número suficiente (los discos), "algunos" se reduce a uno o dos, mientras que el "todos" engloba al conjunto; pero para las pequeñas colecciones (los tres cuadrados azules), el todos y el algunos se confunden, ya que "algunos" se identifica con un número pequeño. Contraprueba: si agregamos tres cuadrados azules, el "todos" y el "algunos" vuelven a ser distinguidos, y éste llega hasta n—1. Para Rus, "algunos" no puede significar "muchos", y se reduce en general a "dos o tres". En cuanto a los sujetos incluidos entre Cha y Fra, cada cual tiene su definición cuantitativa particular (la mitad, varios, etc.).

El tercer rasgo que debe notarse en estas reacciones es mucho más oscuro, ya que se basa en una indiferenciación relativa de la "extensión" y la "comprensión": cuando una colección *B* (que contiene el carácter común *b*) incluye dos subcolecciones diferenciadas *A* y *A'* (que contienen los caracteres *a* y *a'*, por ejemplo los cuadrados *B* rojos *a* o azules *a'*), a veces el "algunos" no debe referirse sino a una de las subcolecciones (y en general a la más pequeña, como en Ter, que no quiere mezclar los rojos y los azules en "algunos cuadrados"), a veces el "algunos" puede ser variado, por oposición al "todos" homogéneo, como en Mar, para quien "todos" es "para el mismo color". En síntesis, el "todos" y el "algunos" no se refieren sólo a la extensión de las colecciones definidas por sus cualidades comunes (comprehensión) sino que deben a veces tener en cuenta la homogeneidad de las cualidades. Este tercer carácter tiende a desaparecer en el curso de la segunda mitad del estadio.

Vemos pues qué complicados son los comienzos de esta diferenciación entre el "todos" y el "algunos", y las razones por las cuales esos dos términos se confunden todavía sin cesar, ya sea porque se trate de colecciones de-

[12] Uno de nosotros había ya constatado en 1921 las dificultades verbales que presenta el niño para dominar las relaciones de parte ("algunos de los", etc.) a todo. Ver J. PIAGET, "*Essai su quelques aspects du développement de la notion de partie chez l'enfant*", Journ. de Psychol., 1921 (XVII), p. 449-480.

masiado pequeñas, ya porque se trate de colecciones que incluyen subcolecciones. Sólo el "todos" tiene un sentido constante en ese nivel, (por oposición al estadio I, en el que sigue compatible con la presencia de excepciones): es el conjunto, sin excepciones, de los elementos de la colección. Pero como el "algunos" presenta un significado relativamente variable, a la vez absoluto en cuanto al número ("poco" en oposición a "muchos") y variable en cuanto a los enlaces con la "comprehensión", se confunde en muchos casos con el todo mismo, al menos en "extensión". Se comprenden entonces mejor las razones de la falsa cuantificación del predicado examinada en los parágrafos 1 y 2: el sujeto experimenta dificultades para comprender que "todos los *A* son *B*" significa que "todos los *A* son algunos *B*" y no "todos" los *B*, si no distingue ya sistemáticamente el "algunos" del "todos".

En cuanto a las preguntas que se refieren a la relatividad del "algunos", hemos examinado 32 niños de 6 a 9 años de la manera siguiente: Se disponen sobre la mesa 5 tulipanes blancos y 4 amarillos. 5 (ó 6) rosas amarillas y 4 rosas blancas, y se comienza por pedir al sujeto A) "algunos [de los] tulipanes" y "algunas [de las] flores", "todos los tulipanes blancos", etc., para precisar el vocabulario. Se plantea entonces la pregunta central siguiente B): "¿Es lo mismo 'todos los tulipanes' que 'algunas [de las] flores'? Un mismo ramo (que se hace, o se hace hacer), ¿puede ser llamado a la vez 'todos los tulipanes' y 'algunas [de las] flores'?". Para determinar el sentido de la respuesta dada a esta pregunta crucial, se plantean entonces (así o en un orden cualquiera) las siguientes preguntas, siempre con un acompañamiento de ramos: 1) Si *X* (nombre de un compañero) dijera que "todos los tulipanes son flores" y si tú dijeras "algunos [de los] tulipanes son flores", ¿quién tendría razón? ¿Por qué? 2) Si tú dijeras "algunas flores son tulipanes y *X* dijera "todas las flores son tulipanes", ¿quién tendría razón? 3) Cómo queda mejor, ¿decir "todas las flores son tulipanes" o decir "todos los tulipanes son flores"? 4) Id. ¿"todos los tulipanes son amarillos o "algunos tulipanes son amarillos"? 5) Id. ¿"todas las flores son tulipanes amarillos" o "algunas flores son tulipanes amarillos"? 6) Id.: ¿"todos los tulipanes amarillos son flores", o "todas las flores son tulipanes amarillos"?, etc. Se terminan las interrogaciones con preguntas sobre cuantificación de la inclusión, como las que veremos en el cap. IV: "en este ramo de tulipanes, ¿hay más tulipanes o más tulipanes amarillos? En este ramo (mezclado), ¿hay más flores, o más rosas amarillas?", etc.

Veamos primeramente algunos ejemplos de reacciones del estadio II:

Ben (6; 1). Pregunta 1: "*Yo tengo razón* (= algunos tulipanes son flores) *porque no todas las flores son tulipanes*". Preguntas 2 a 6: respuestas correctas. Pregunta B: rehusa admitir que el ramo de todos los tulipanes sea un ramo de "algunas" o "algunas de las" flores, porque falta agregarle otras variedades.

Gra (6; 2). —¿Todos los tulipanes son flores, o sólo algunas? —*Todos los tulipanes... No; sólo algunos* (de los) *tulipanes, porque no son todas las flores.* —¿Pero todos los tulipanes son flores? —*No.* —¿Por qué? —*Porque hay otras*

flores (cf. "todos los *A* son todos los *B*"). —¿Y algunas (de las) flores son tulipanes, o todas las flores son tulipanes? —*Algunas flores son tulipanes, porque hay otras flores.* —¿Todos los tulipanes son flores? —*Algunas flores son tulipanes, y algunos tulipanes son flores.* —Y los otros tulipanes ¿qué son, si no son flores? —*...?* —¿No se puede decir que todos los tulipanes son flores? —*No, faltan otras flores.* —¿Aquí, en este jarrón (= todos los tulipanes), hay algunas (de las) flores? —*No.* —¿Qué son? —*Son tulipanes.* —Pero todos los tulipanes, ¿son algunas (de las) flores? (Se trata de la pregunta B). —*No; todos son tulipanes. Hay que sacar uno* [para que sean "algunas flores"]. —¿Por qué? —*...?* —¿Cómo tendría que hacer? (La niña saca los tulipanes blancos). —Entonces, un ramo así, ¿es algunas de las flores? —*No; es todos los tulipanes.* (Pero ante la pregunta "¿algunas (de las) flores son tulipanes amarillos, o todas las flores son tulipanes amarillos?", Gra acepta que "*algunas de las flores son tulipanes amarillos*", a causa de la alternativa. Pero cuando le preguntamos si "se puede decir que todos los tulipanes amarillos son flores", responde: —*No; porque hay de otros colores, y otras flores*).

Lic (6; 4) hace un ramo con todas las rosas. —¿Todas? —*Sí; no hay más.* —¿Se puede decir que hay en este ramo algunas (de las) flores? —*No; son algunas* (de las) *rosas.* Un momento después, Lic vuelve a formar un ramo con todas las rosas. —¿Se puede decir que eso es algunas flores? —*Sí, porque si se las encuentra en el campo, donde hay otras, son algunas menos* [= menos las otras]. *Si no hay otras, son todas.* —¿Y si yo tomo todos los tulipanes, son algunas (de las) flores? —*Sí.* —¿Y todas las rosas, son algunas (de las) flores? —*Si se ponen todas las flores juntas, son todas las flores. Si no hay más que rosas, son "algunas", y si están todas las rosas, son "todas las rosas".* —¿Pero son algunas flores? —*Todas las rosas... creo que es lo mismo, si se dice "algunas flores"...* (sin convicción).

Mur (6; 7). —¿Todos los tulipanes son flores, o algunos tulipanes son flores? —*Todos los tulipanes, porque todos los tulipanes van juntos.* —¿Y algunas (de las) flores son tulipanes, o todas las flores son tulipanes? —*Todas las flores son tulipanes.* —¿De veras? —*No, porque hay también otras.* —¿Todos los tulipanes son algunas (de las) flores? —*No; porque los tulipanes son flores y no algunas,* —Dame todas las rosas amarillas. (Mur coloca todas en un ramo). —¿Son todas las rosas amarillas o algunas? —*Algunas.* —Dame algunas (de las) flores. (Entrega dos tulipanes y dos rosas). ¿Tengo más flores o más rosas? —*Es lo mismo.* —¿Cuántas flores tengo? —*Cuatro.* —¿Cuántas rosas? —*Dos.* —¿Y cuántos tulipanes? —*Dos.* —¿Tengo más flores o más tulipanes? —*Lo mismo.*

Finalmente, he aquí dos casos del estadio III:

Bra (8; 1). —Dame todas las flores amarillas. (Bra las coloca en un ramo). —¿Tengo ahora todas las flores amarillas o algunas flores amarillas? —*Todas.* —¿También son algunas de las flores? —*Sí; de todas las flores, son algunas.* —¿Todos los tulipanes son flores, o algunos tulipanes son flores? —*Todos.* —¿Y todas las flores son tulipanes, o algunas? —*Algunas flores son tulipanes.* —Dame todos los tulipanes. (Los entrega). —¿Es mejor decir "todos los tulipanes" o "algunas flores"? —*Se puede decir de las dos maneras.* —¿Es lo mismo? —*Sí.*

Ros (9; 2): —Pedí a un niño un ramo de todos los tulipanes y después un ramo de algunas (de las) flores. Me dio el mismo ramo. ¿Tuvo razón? —*¿Algunas de qué flores? ¿De éstas?* —Sí. —*Sí, tuvo razón.*

Esos resultados sobre el "algunos" relativo proporcionan así la prueba de lo que todas las reacciones del estadio II estudiadas en este capítulo dejaban ya suponer: la dificultad sistemática de los sujetos de ese estadio para comprender la inclusión bajo la forma "todos los *A* son *b*" = "todos los *A* son algunos *B*". Es así que Ben y Gra creen que "algunas" flores o "algunas de las" flores (Gra lo piensa incluso para "todos los tulipanes son [*unas*] flores") debe entenderse en comprehensión y no en extensión: para "algunas flores" hacen falta además otras variedades ("hacen falta aún flores", ya que "todos los tulipanes" son "[unos] tulipanes"). "Algunos tulipanes son flores y algunas flores son tulipanes", concluye Gra. Cuando Mur precisa que "los tulipanes son [unas] flores y no algunas", piensa también que "algunas" implica una variedad en comprehensión (para ilustrarlo, entrega dos tulipanes y dos rosas). Lic, que termina por admitir, por sugestión y sin estar convencido, la equivalencia "todos los tulipanes = algunas flores", comienza por objetar que "algunas (de las) flores" son una parte de las flores de un campo, mientras que todas las rosas hacen "algunas (de las) rosas" y no "algunas flores", etc. En este caso, volvemos a encontrarnos con la cuantificación errónea "todos los *A* son *b* = todos los *A* son todos los *B*" (ver Gra, y los sujetos que niegan que "todos los tulipanes son flores").

Desde el punto de vista cuantitativo, la pregunta central por si "todos los tulipanes (o las rosas) son algunas flores" (sea cual sea la forma de la pregunta) no da para nuestros sujetos de 6 a 8 años sino un 21 % de respuestas inmediatamente correctas, 30 % de aceptaciones después de vacilaciones y reelaboraciones, y 49 % de rechazos. En cuanto a las preguntas 1 (todos los tulipanes son flores) y 2 (todas las flores son tulipanes, o algunas flores son tulipanes), que corresponden a nuestros problemas 2 (todos los *A* son [unos] *B* si $A < B$) y 1 (todos los *B* son *a* si $A < B$) de los parágrafos 1 y 2, no encontramos, entre los 6 y los 8 años más que un 47 % de respuestas correctas a una, contra un 81 % de respuestas correctas a la otra, lo cual confirma bien el contraste señalado en el parágrafo 1 entre esos dos tipos de preguntas. Para comprender por qué sólo el 21 % de los sujetos acepta que "todos los tulipanes son algunas de las flores" y que el 81 % de esos mismos sujetos acepta que "algunas de las flores son tulipanes", lo que parece sin embargo lógicamente idéntico, basta que recordemos (como lo notamos en el parágrafo 1) que para negar "todos los *B* son *a*" basta con que el niño busque si las colecciones *B* y *A* coinciden, aun si comprende la pregunta bajo la forma "todos los *B* son todos los *A*", lo cual explica el 81 % de éxitos: por el contrario, el problema de si "todos los *A* son *b*" se orienta hacia la inclusión.

Es interesante destacar una vez más aquí el papel de los factores intuitivos o figurativos. Si trasponemos las dos últimas preguntas (¿todos los *B*, son [unos] *A*? y ¿todos los A son [unos] *B*?) atenuando la cohesión de la clase *A* bajo la forma "todas las flores son tulipanes amarillos o algunas de las flores son, etc." y "todos los tulipanes amarillos son flores o... etc.", ya no encontramos más que un 68 % de respuestas correctas a la primera, y un 37 % a la segunda (de 6 a 8 años).

Finalmente, dos preguntas referentes a la cuantificación de la inclusión (¿hay en el ramo más tulipanes o más flores?, y en éste, ¿más flores o más rosas amarillas?) no arrojaron más que 33 % de respuestas correctas de 6 a 8 años, lo que nos lleva a los problemas que volveremos a encontrar en el capítulo IV.

§ 4. CONCLUSIONES: EL "ALGUNOS" Y EL "TODOS", LA INCLUSION Y LAS RELACIONES ENTRE LA "COMPREHENSION" Y LA "EXTENSION" DE LAS COLECCIONES

Los resultados de estas investigaciones son bastante coherentes. Nos informan, en primer lugar, que en el estadio II no existe todavía ningún control sistemático del "todos" y el "algunos", porque el "algunos" conserva un sentido absoluto (= un número pequeño) que se identifica con el "todos" en el caso de colecciones poco numerosas, y porque el "todos" no es siempre empleado en forma adecuada, ni siquiera en el caso del problema llamado de tipo 1 "todos los *B*, ¿son [unos] *A* (si $B = A + A'$)?". En segundo lugar, nos informan que en el caso de los problemas de tipo 2 "todos los *A*, ¿son [unos] *B* (si $A = B - A'$)?", el niño atribuye en general, falsamente, el "todos" a los predicados ("todos los *A*, ¿son todos los *B*?"), ya que no puede comprender el "algunos" relativo ("todos los *A* son algunos *B*"), y ya que no es capaz de la operación inversa $A = B - A'$. De ahí se deriva una incomprensión sistemática de la relación de inclusión, ya que la falta de control del "todos" y el "algunos" supone, tanto psicológica como lógicamente, un defecto de inclusión.

Nos faltaría pues, para concluir este capítulo III —y rematar también conjuntamente el II, ya que ambos se refieren al estadio II—, tratar de averiguar el por qué de esas dificultades del niño. Evidentemente tienen aún mucho que ver con las relaciones que el niño de este nivel II establece entre la comprehensión y la extensión de sus colecciones no figurales, esbozos de las futuras clases operatorias, aunque esas relaciones marquen ya un progreso cierto en comparación con las del estadio I.

Recordemos en primer lugar el carácter mixto de las colecciones no figurales. Por un lado, ya no son colecciones figurales, es decir que su "comprehensión" ya no depende de su aspecto o de la disposición de los elementos en una forma espacial (ya que la colección ha dejado de ser un objeto colectivo o complejo y constituye simplemente un "montón" o un

conjunto cualquiera, independientemente de su forma); pero, por otra parte, son aún "colecciones" y no "clases", es decir, que los elementos en juego deben seguir siendo perceptibles, estar próximos el uno del otro y reunidos por medio de un criterio suficientemente intuitivo o figurativo (en comprehensión): constituyen así, por su reunión, una entidad representativa estática, desprovista de esa modalidad reversible que caracterizará las clases operatorias. Es pues en esta dirección de los caracteres de totalidad atribuidos a la colección como entidad cualitativa que conviene buscar las razones de las dificultades de la inclusión o del control del "todos" y el "algunos".

Lo principal es saber si para los sujetos de ese estadio II la palabra "todos" se refiere exclusivamente a una extensión, o si en el nivel de las colecciones no figurales se encuentra nuevamente algo de esa indiferenciación entre la extensión y la comprehensión que se mostraba como decisiva en el estadio I.

A nivel operatorio, la comprehensión es el conjunto de las cualidades comunes a los individuos que pertenecen a una clase, mientras que la extensión es el conjunto de los individuos mismos, cuya reunión forma la clase. Dicho de otro modo, la extensión supone la consideración de la clase como reunión, mientras que la comprehensión está dada por cada uno de los individuos de la clase en tanto representante de las cualidades comunes. Claro que esto no es cierto sino una vez que la clase se ha constituido perfectamente, ya que, para saber si determinada cualidad pertenece a la comprehensión de la clase o si no es más que individual o especial, es preciso saber si "todos" los individuos de la clase la poseen (o sea si es "general"): la comprehensión supone pues la extensión como la extensión supone la comprehensión. Pero una vez que la clase ha quedado constituida, cualquier individuo que pertenezca a ella es representativo en comprehensión, mientras que nada puede informar acerca de la extensión, de la cual él no es más que una fracción de valor desconocido: $1/x$.

Al nivel preoperatorio, por el contrario, en el que el niño no razona sino por colecciones cualificadas, y en las que la extensión se limita a la de esas colecciones, el "todos" se refiere a las cualidades de esas colecciones en un sentido análogo al que la cualidad en comprehensión es atribuida a un individuo. En efecto, en la medida en que la colección constituye todavía una entidad intuitiva (por una indiferenciación siempre efectiva entre la infralógica y la lógica) sus propiedades generales le pertenecen como cualidades de la totalidad, y no sólo de cada uno de los individuos reunidos. El "todos" relativo a la colección designa así una cualidad de conjunto de esta entidad que es la colección, y una cualidad que ya hemos visto (en el punto 3º del parágrafo 1, y en el parágrafo 2 a propósito del cuadrado III) que debe ser suficientemente intuitiva o figurativa para permitir la elaboración del "todos": "todos los discos son azules" significa entonces que la colección, como totalidad cualificada, debe ser *exclusiva* y *enteramente* azul y formada de discos, así como un objeto particular, calificado de "disco azul", debe ser enteramente circular y azul. Si la colección de las fichas "azules" contiene a la vez discos y cuadrados, le es fácil al niño

declarar que "no todos los azules son discos", ya que la cualidad colectiva "azules" no es exclusivamente atribuible a los "discos", y ya que las dos colecciones de los azules y de los discos no constituyen una sola y misma colección doblemente calificada.

En síntesis, se puede caracterizar el "todos" preoperatorio por una indiferenciación de la extensión y la comprehensión (solidaria de esta indiferenciación relativa entre la clase y el objeto, que subsiste en la noción todavía intuitiva de "colección" no figural). Esto no significa que digamos que el "todos" sea extraño a la extensión, ya que no hay sino indiferenciación, y de ningún modo primado de la comprehensión. Pero si consideramos que designa una cualidad total y en general exclusiva, representa un carácter de la colección-entidad, y no una mera cuantificación de los individuos: es por eso que la diferencia cuantitativa entre el "algunos" y el "todos" (parágrafo 3) resulta tan difícil para el niño, ya que el "todos" no es todavía una cantidad pura (intensiva), mientras que el "algunos" no presenta ningún sentido mientras no es visto como una cantidad relativa a ese "todos" cuantificado. Al faltarle esas cuantificaciones, la inclusión permanece vacía de significado, y es reemplazada por una simple diferenciación cualitativa del "todos".

En síntesis, las reacciones tan diversas del estadio III evidencian así una unidad profunda, unidad que sin embargo escapa a las apariencias, si nos limitamos al examen de las meras conductas de clasificación, sin preocuparnos por determinar el oculto mecanismo de las dificultades de la inclusión, que se refieren a las de la coordinación entre la comprehensión y la extensión de las colecciones construidas por el niño.

Capítulo IV

LA INCLUSION DE CLASES Y LAS CLASIFICACIONES JERARQUICAS[1]

El capítulo II, consagrado a las colecciones no figurales de la etapa II, nos ha llevado al punto en que esas colecciones, diferenciadas en subcolecciones, están listas para ser elevadas al rango de clases jerárquicas gracias a las relaciones de inclusión. Pero para construir estas relaciones es necesario proceder a un control del "todos" y el "algunos", y el capítulo III nos ha mostrado las dificultades inevitables de tal control. Ha llegado el momento, entonces, de retomar el examen de la evolución de las clasificaciones describiendo el estadio III, caracterizada por las inclusiones jerárquicas, y de reexaminar el pasaje del estadio II al estadio III a la luz de los nuevos procedimientos que utilizamos: la clasificación de las flores y de los animales.

Pero, conscientes ahora de los obstáculos que el niño enfrenta para la coordinación de la extensión ("todos" y "algunos") y de la comprehensión, no nos limitaremos en este capítulo IV al simple examen del comportamiento clasificador del niño, sino que buscaremos e interrogaremos a cada sujeto para determinar la manera en que comprende la extensión de las clases (o colecciones) incluyentes e incluidas. Es decir, la manera en que logra o no logra cuantificar esta extensión. Pero para lograr esto no insistiremos más sobre la cuestión de "todos" y "algunos", insistencia que podría ser cansadora para el niño (es un problema que a él no le interesa verdaderamente) y fastidioso para el lector que ya está informado por el capítulo III. Plantearemos, entonces, el problema de la siguiente manera: dada una clase A incluida en una clase B, es decir, $B = A + A'$ (donde A no es una clase nula, o sea que "todos" los A son b, o B; pero no todos los B son a o no son A), ¿hay más A que B o más B que A?

Un problema de esta naturaleza puede plantearse de la forma más concreta, lo cual recuerda al último de los sujetos citados en el Capítulo II (Cla de 7;0) que frente a seis pequeños juguetes que representaban cua-

[1] Con la colaboración de Vinh-Bang, B. Matalon y B. Reymond-Rivier.

tro pájaros (*A*) y dos caballos (*A'*), cuando aclara que lo que allí hay "son todos animales", lo cual suma "seis animales" (*B*), añade, sin embargo, que hay más pájaros que animales, o sea que $A > B$ y no $A < B$. Por otra parte, éste es un problema que uno de nosotros ya ha estudiado empleando cuentas,[2] y que sería interesante reestudiar sobre sujetos que realicen ellos mismos las clasificaciones y precisamente en el momento de ser realizadas.

Pero se presenta aquí una pequeña paradoja que atañe a la forma, y que es necesario elucidar antes de pasar a la exposición de los hechos para prevenir cualquier malentendido. Estudiando el "todos" y el "algunos", hemos comprobado en el estadio II que "todos los *A* son (unos) *B*" es comprendido como "todos los *A* son todos los *B*". Pero ahora vamos a preguntar si es que hay más o menos *A* que *B*, habiéndose entendido que "todos los *A* son *B*", precisamente lo que el niño niega en los problemas del § 2 del capítulo III: (¿Todos los redondeles *A* son los azules *B*? —No porque hay también cuadrados azules *A'*). Y los sujetos del estadio II nos responderán que hay más *A* que *B* (al menos cuando las *A'* son menos numerosas que las *A*), mientras que con las preguntas del capítulo III deberían contestar que hay la misma cantidad o menos. Parecería entonces que surgiera una contradicción entre las preguntas del "todos" y "algunos" (cap. III) y aquellas que les plantearemos acerca de las relaciones cuantitativas entre las *A* y las *B* (cuando $A < B$).
En realidad la contradicción no se presenta más que en las palabras, ya que, ni en un caso ni en el otro, se toman al pie de la letra las respuestas del niño del estadio II, y en ambos casos nos limitamos a retener el aspecto negativo, es decir: 1) que en la pregunta "¿Todos los *A* son *B*?", el niño no capta la relación "todos los *A* son algunos *B*" y por lo tanto falta la inclusión; 2) que en la pregunta "¿hay más de *A* o de *B*?", el sujeto de la etapa II no llega a comparar las *A* con las *B* sino solamente con las *A'*, precisamente porque falta la inclusión. Lo que alcanza a realizar el niño en ambos casos es, o bien evaluar correctamente el todo *B* —pero entonces olvidando las partes *A* y *A'* (de donde un uso adecuado del "todos", pero aplicado a *B* solamente)— o bien comparar correctamente los *A* con los *A'*, pero olvidando entonces el todo B (de donde surgen los juicios correctos acerca de los *A* en términos de "todos", de "unos" y, a veces, de "algunos"). Por oposición, lo que le resulta imposible efectuar en un caso o en el otro, es establecer la comparación de los *A* con los *B*, por lo tanto pensar simultáneamente en la parte y en el todo (precisamente por falta de la inclusión), y esta incapacidad se traduce ya en un empleo erróneo del "todos" en el enunciado verbal, ya en las cuantificaciones equivocadas. Es fácil, entonces, obtener el asentimiento del niño si se le pide que verifique comprensivamente si todos los *A* son *b*, aunque se le planteara la duda si se le plantea la pregunta en sentido extensivo: "¿Todos los *A* son [unos] *B*?", y esto precisamente por la imprecisión en su control del "todos".

[2] J. PIAGET y A. SZEMINSKA, *La genèse du nombre chez l'enfant*, Delachaux et Niestlé, cap. VII.

§ 1. LA CLASIFICACION DE FLORES (MEZCLADAS CON OBJETOS)

El material consiste en 20 tarjetas, de las cuales 4 representan objetos coloreados y las 16 restantes flores. Entre éstas últimas hay 8 primaveras (de las cuales 4 son amarillas y las demás de colores diferentes). La serie de encajes inclusivos es, por lo tanto; A (= primaveras amarillas) < B (= primaveras) < C (= flores) < D (=objetos y flores). Hemos utilizado el material de cuentas para comparar los resultados obtenidos con las flores con los de la investigación ya citada. Estas cuentas constituían las siguientes clases: A (rojas cuadradas) < B (todas rojas, pero cuadradas y redondas) < C (cuentas de madera de varios colores) < D (cuentas de madera y vidrio).

Los problemas planteados son los siguientes: (los designaremos por sus números para abreviar) (I) Clasificación espontánea. (II) Preguntas generales de inclusión: "Si haces un ramo con todas las... [por ejemplo primaveras, ¿incluirías éstas o no (= primaveras azules)?]". (III) Preguntas de cuantificación de inclusión de cuatro formas distintas: (III A) El ramo de todas... [por ejemplo las primaveras amarillas] ¿es más grande, más chico o del mismo tamaño (se dice "lo mismo que") que el ramo de todas... [por ejemplo, las primaveras]? (III B) ¿Hay más... [primaveras] o más... [flores]? (III C) Si recoges todas las... [primaveras], ¿quedará alguna... [flor]? (III D) Si recoges todas las... [flores], ¿quedará alguna... [primavera]?

He aquí, para empezar, ejemplos de sujetos de los estadios I y II que fracasan en las respuestas del tipo III y que, en general, no logran responder a las de tipo II o no las saben coordinar con las de tipo III.

Gae (4; 9). I. Clasifica en *A* 4 primaveras amarillas, dos azules y las restantes flores azules; en *A'* una llave y una flor anaranjada; en *B'* una primavera rosada, otra flor rosada y una cereza: "*las rosas van juntas*"; en *C'* el muguet (en el cual señala el tallo verde) y un sombrero verde: "*queda bien por el color*". Pregunta II: "¿Podemos colocar (esto) dentro del grupo de (aquello)?": todas las respuestas son afirmativas, lo que equivale a aceptar que las *A* forman parte de las *B* (= *A* + *A*), que las *A'* forman parte de las *A*, y las *B* de *A* o de *A'*, etc. Pregunta III: imposible lograr que la comprendan bajo ninguna de las tres formas.

Fav (5; 4). I. En *A* todas las primaveras junto con otras flores anaranjadas y amarillas; en *A'* el resto de las flores y en *B'* los objetos. Pregunta II: respuestas negativas. III: —¿Hay más primaveras o más primaveras amarillas? —*Más primaveras.* —¿Y entre todas ellas, hay más primaveras o más flores? —*Más primaveras.*

Ter (5; 8). I. Clasifica primero según los colores, por lo tanto: *A* = primaveras, *A'* = las demás flores y *B'* = objetos. II. —¿Podemos colocar una (*A'*) en las (*A*)? —*Sí, es una flor.* —¿Y una (*A*) con las (*A'*)? —*Sí, también es una flor.* —¿Y una rosa (*A'*), forma parte de las primaveras (*A*)? —*Sí, se pueden*

poner todas las flores juntas". Ter acepta entonces la fusión de las clases A y A' pero no comprende la inclusión $A < (A + A')$. Pregunta III: "—¿Hay más primaveras amarillas o más primaveras? —*No, hay más primaveras amarillas.* —¿Y más primaveras que flores? —*Más flores* (pero señala las A' y no las $A + A'$.

Breg (6; 2). I. Pone todas las primaveras en A, las otras flores en A' pero dispuestas alrededor de las primaveras, de tal manera que los colores corresponden; en B' los objetos. II. Niega todo. III. —¿Si una niñita recoge las primaveras amarillas para hacer un ramo, o si recoge todas las primaveras, cuál de los dos ramos será más grande? —*El de las primaveras amarillas* (cuenta las otras). *¡Ah! no, serán iguales* ($4 = 4$). —¿Y un ramo hecho con las primaveras u otro hecho con todas las flores? —*Serían iguales* (compara los 8 a las 8 A').

Rap (6; 4). Clasifica en A las primaveras amarillas y las demás flores amarillas, en A' las primaveras azules y las otras flores azules, en B' las demás flores y las cerezas y en C' los objetos. —Muéstrame las flores que sean iguales. (Muestra 4 primaveras amarillas). —¿Y que son casi iguales? (Muestra las otras 4 primaveras). —Muéstrame todas las primaveras. (Correcto). —¿Y todas las flores? (Correcto). (Preguntas II): —¿Esta primavera (rosada) forma parte de aquello (primaveras amarillas)? —*No, porque no es amarilla.* —¿Y ésta (primavera amarilla) forma parte de eso (todas las primaveras)? —*Sí, es también una primavera.* —Si una niñita hace un ramo con todas las flores, ¿puede incluir las primaveras? —*Sí.* —Y en un ramo de primaveras, ¿podemos colocar ésta (tulipán rosado)? —*No.* (Preguntas III): —¿Entonces aquí hay más flores o más primaveras? —*La misma cantidad.* —¿Y más primaveras o más primaveras amarillas? —*La misma cantidad.*

Ric (6; 6) coloca en A todas las primaveras más las restantes flores amarillas, en A' el resto de las flores subdivididas por colores y en B' los objetos, después coloca en A' todas las flores que no son primaveras. Pregunta II: —¿Podemos colocar una (A') en (A)? —*No, no es una primavera.* —¿Y una (A) forma parte de eso ($B = A + A'$)? —*Sí, es también una flor, una primavera.* —¿Y una (A') forma parte de eso (A)? —*No, es una rosa.* —¿Y podemos poner primaveras en un ramo de flores? —*Sí, se puede poner una primavera en un ramo grande.* (Preguntas III): —Si un niño recoge primaveras, o si recoge primaveras amarillas, para hacer un ramo, ¿cuál de los dos será más grande? —*Serán iguales.* —¿Y un ramo de flores y uno de primaveras? —*Lo mismo.*

Las preguntas I de clasificación simple dan lugar a una evolución bastante continua en la dirección del agrupamiento lógico. El caso más primitivo, el de Gae, no logra más que pequeñas colecciones yuxtapuestas sin un criterio que las unifique (por una parte las primaveras pero en relación con otras flores azules o primaveras azules, por otra, los agregados fundados sobre el color, etc.). El sujeto Fav repartía todavía las flores de manera heterogénea. Pero de Ter en adelante todos los sujetos construyen espontáneamente o logran con facilidad construir colecciones bien diferenciadas que toman la forma de una clasificación lógica: $A =$ las primaveras; $A' =$ las demás flores; $B (= A + A') =$ todas las flores; $B' =$ objetos que no son flores y $C (= B + B') =$ el conjunto de los elementos. Lo que interesa ahora es saber si esta clasificación jerárquica equivale realmente a un

"agrupamiento" completo, con inclusiones y reversibilidad ($A = B — A'$), etc., o si no se trata de colecciones no figurales que ignoran aún la inclusión.

Las preguntas II nos informan, en parte, sobre este problema indicando ya un retraso o desnivel de las soluciones con relación al nivel aparente de las clasificaciones. A este respecto se pueden distinguir tres fases. Durante la primera todo forma parte de todo (Gae), o nada de nada (Fav y Breg, aunque este último parezca de un nivel superior por su clasificación espontánea). Durante la segunda fase (Ter) el sujeto alcanza a fusionar las A y las A' en B, pero en los dos sentidos y sin comprender que si todo A es B ($= A + A'$), no todo B es A. Durante la tercera fase, por el contrario, (Rap y Ric) el sujeto toma conciencia y comprende las inclusiones: desde el momento que Ric dice, por ejemplo, que una primavera "es también una flor", aparenta dominar la relación $A < B$, y la contraprueba (una A' forma parte de las A) pareciera confirmarlo.

Pero basta plantear las preguntas III para comprobar que ninguno de estos sujetos es, en realidad, capaz de comparar en extensión la parte de A que está ligada a B, y por lo tanto, de admitir la desigualdad $A < B$. Y la razón es, evidentemente, que la comparación de A y de B supone simultáneamente una disociación de la parte A con respecto a la parte complementaria A', y una conservación de la totalidad B a pesar de esta disociación. En otras palabras: la relación $A < B$ implica la operación inversa bajo la forma de $A = B — A'$, de tal manera que B subsista como totalidad aunque las partes A y A' hayan sido separadas en el pensamiento. No logrando conservar la totalidad B en tales condiciones, los sujetos comparan entonces nada más que A con A' y concluyen, según sus apreciaciones, que hay más primaveras A que flores (sobreentendiendo que hay otras flores A' como Fav o más A' que A (Ter) o "la misma cosa" (Breg, Rap, Ric).[3]

Esta reacción a las preguntas III, tan característica del estadio II, es mucho más interesante en el caso en que va precedida por las preguntas II, que debieran facilitar las respuestas y que, contrariamente a la experiencia precedente realizada con las cuentas —donde la proporción de A y de A' se hallaba en una relación aproximada de 10 a 1— tenemos aquí 4 A (primaveras amarillas) y 4 A' (otras primaveras) o 8 B (primaveras) y 8 B' (otras flores), o sea que se ha suprimido el factor de la sugestión numérica posible debida a las desigualdades.

¿Cómo explicar entonces los casos, como el de Rap y Ric, que responden favorablemente a las preguntas II pero que fracasan en las preguntas III? Invocar una simple incomprensión verbal de las preguntas III sería demasiado simple, puesto que se supone que hemos tomado en cada caso individual las precauciones necesarias en este sentido,[4] y que un malentendido semántico sistemático requeriría, a su vez, una explicación referente

[3] Los A y A' pueden naturalmente ser reemplazados por los B y B' (incluidos en C), etc.

[4] La experiencia de las cuentas ha sido repetida sobre un material compuesto de dibujos de racimos de uvas ("¿hay más uvas o más uvas rojas?", etc.) por algunos psicólogos de París, con resultados análogos.

a las estructuras lógicas. En relación con los resultados del Cap. III, es posible admitir que los sujetos del estadio II que logran responder a las preguntas II razonan, sobre todo, en comprehensión o por lo menos de una manera intermedia entre la comprehensión y la extensión: las primaveras amarillas forman parte de las primaveras porque "son primaveras" (la palabra "unas" que aquí omitimos puede, precisamente, representar un camino intermedio entre la comprehensión y la extensión para el niño, por oposición a "algunos" que no es tan fácilmente comprendido ya que se refiere a la discontinuidad de la extensión). La sola forma de extensión que el sujeto domina es la extensión espacial o semi-continua ("podemos colocar una primavera en el ramo grande"), de la cual hemos visto en el Cap. III que el "todos" la califica como una cualidad de comprehensión aplicada al todo en tanto unidad. Pero cuando se trata de razonar sobre la pura extensión relativa a la clase de objetos discontinuos, el niño pierde pie y los progresos registrados, a propósito de las preguntas II, en el sentido de la inclusión, no desembocan pues en una formulación en extensión a raíz de las preguntas III: ahora bien; lo propio de la inclusión es el constituir, precisamente, un encaje en extensión y no sólo una diferenciación en comprehensión.

Pero surge un problema, planteado por la siguiente situación paradójica: los mismos sujetos que fracasan frente a las preguntas III A y B, logran responder en un 50 a 90 % (entre los 5 y 7 años) a las preguntas III C y D, preguntas que aún no hemos examinado, para recalcar mejor su especial interés. Dicho de otra manera: aun admitiendo que haya más primaveras que flores en un ramo (o más primaveras amarillas que primaveras en general, estos mismos sujetos admiten generalmente que recogiendo todas las flores de un jardín o prado, no quedarán más primaveras, pero que recogiendo sólo las primaveras, siempre quedarán otras flores:

The (5; 6). —Si yo hago un ramo con todas las primaveras y tú haces uno con todas las flores, ¿cuál será más grande? —*El suyo.* (Se toman 4 primaveras y otras 4 flores y se repite la pregunta). —*Lo mismo* ($A = A'$). —Si en un prado recoges todas las primaveras, ¿quedarán todavía flores? —*Sí.* —Y si recogieras todas las flores, ¿quedarían primaveras? —*Sí... No.* —¿Por qué? —*Porque usted recoge todas las flores.* —Y si recogiéramos todas las primaveras amarillas, ¿quedarían todavía primaveras? —*Sí, quedarían las violáceas.* —Y si recogiéramos todas las primaveras, ¿quedarían primaveras amarillas? —*No, porque usted recogió todas las primaveras y ya no quedan más.* Las preguntas de cuantificación e inclusión quedan sin resolver.

Aub (6; 9). —¿En el ramo hay más primaveras o más flores? —*Más primaveras porque hay dos* (flores no primaveras) *y aquí tres* (primaveras). —¿Y en este ramo, hay más primaveras amarillas (2) o más primaveras (3)? —*Más primaveras amarillas. Hay sólo una primavera violácea.* —¿Si en un prado recogieses todas las primaveras amarillas, quedarían primaveras? —*No.* —¿Y en este ramo, hay más primaveras o más primaveras amarillas? —*Más amarillas porque hay dos y hay sólo una primavera violácea.*

Dem (6; 6): Si en un prado recoges todas las flores, ¿quedan primaveras? —*No, las recojo todas.* —Y si juntaras las primaveras amarillas, ¿quedarían primaveras? —*Sí.* —Si recogieras todas las primaveras, ¿quedarían flores? —*Sí, margaritas, una rosa...* —Si tú haces un ramo de todas las flores y yo uno de las primaveras, ¿cuál será más grande? —*El suyo.*

Se ve que, si bien ciertas respuestas a las preguntas III C y D son todavía deficientes (cf. Aub para las primaveras menos las amarillas), pueden ser respondidas correctamente por los sujetos que, por otra parte, se niegan sistemáticamente a admitir que la colección total ("todas las flores") sea más grande que la sub-colección ("todas las primaveras"). He aquí un problema que, aparentemente, parece contradecir no sólo aquello que hemos supuesto: la incapacidad de los sujetos de este nivel para comparar la subcolección A a la colección B sin destruir esta última (de donde la comparación de A y de A'), sino también todo aquello que habíamos constatado en el cap. III a propósito del "todos" y "algunos". En otros términos: podríamos estar tentados a atribuir los fracasos de los sujetos para responder a las preguntas III A y B (y también a aquellas del "todos" y "algunos") a simples problemas verbales, y suponer que en el caso de preguntas suficientemente concretas enunciadas en el lenguaje del niño (como las preguntas III C y D: "si recoges..., etc., quedarían...", etc.) el sujeto dominaría todos los mecanismos de clasificación inclusiva y comprendería la sustracción $B - A = A'$ (las flores menos las primaveras recogidas = las demás flores).
Consideremos además que la situación es la misma en el caso de las cuentas[5] ya que si en presencia de la caja B (cuentas todas rojas, pero cuadradas y redondas) se pregunta al niño: "Si sacaras de esta caja todas las perlas rojas, ¿quedarían las cuadradas?", éste responde naturalmente que no; y a la pregunta "Si sacas las cuentas cuadradas, ¿quedarían las rojas?" responde, generalmente, que quedarían las redondas. Pero esto no le impide, en presencia de la caja que contiene 8 ó 9 cuentas rojas de las cuales 4 son redondas y 5 cuadradas, declarar a continuación que hay allí tantas (4) o más (5) cuadradas que rojas, aunque perciba evidentemente o declare explícitamente que son todas rojas.
En realidad, para que los enunciados 1) "Si sacamos todas las primaveras (B), no quedarían más primaveras amarillas (A)" y 2) "Si sacamos las primaveras amarillas (A) quedarían las primaveras violáceas, etc. (A')", puedan ser considerados como expresiones de la suma $A + A' = B$ y de la resta $B - A = A'$ referente a las clases A, A' y B, sería necesario hacer la demostración de que el todo B está presente en el espíritu del niño en el curso de estas manipulaciones, es decir, que la resta aparente sea la

[5] Creemos inútil, para aligerar esta exposición ya muy pesada, describir aquí en detalle las reacciones de los sujetos ante las cuentas: los estadios de la clasificación resultan idénticos, y a las mismas edades medias que con el material de las flores y las reacciones a la cuantificación de las inclusiones $A < B$ y $B < C$ (ya conocidas en el caso de $A < B$ solo) resultaron igualmente equivalentes. Cuanto más, se observa un ligero desajuste en favor de las cuentas.

inversa de la suma aparente. Pero, todo lo que contiene el enunciado 2) es que el niño comprende el todo *B* (primaveras), tiene partes diferenciadas *A* (amarillas) y *A'* (violáceas) y que quitando la totalidad, se quitan también las partes; y el contenido del enunciado 2) es que el niño comprende que si toma una parte *A* deja otra parte *A'*, pero sin que se sepa aún si el todo *B* se mantiene en su pensamiento en tanto reunión de la parte quitada y de la parte dejada: entonces, para que la reunión $A + A' = B$ pueda ser considerada como una unidad (operatoria) y no simplemente como una intuición de colección de partes diferenciadas, es necesario que el niño comprenda simultáneamente la movilidad de las partes, la reversibilidad de las trasformaciones (+ y —) y la conservación del todo *B* en el curso de estas trasformaciones. Es, entonces, aquí donde la comparación entre la extensión del todo *B* y la de la parte *A* proporciona el criterio decisivo, ya que, para afirmar que en un ramo hay más primaveras (*B*) que primaveras amarillas (*A*) es necesario concebir *simultáneamente* al todo *B* como la suma de las partes de $A + A'$ y a la parte *A* como el resultado de la resta $B — A'$, de tal modo que esta simultaneidad operatoria implique la conservación del todo. No es entonces extraño, a pesar de las apariencias, que el niño del nivel II pueda intuir al todo como una reunión de sus partes (enunciado 1) y una de sus partes como separada de la otra (enunciado 2) sin ser capaz, por otro lado, de comparar la extensión de la parte *A* con el todo *B*, ya que esta comparación no está implicada ni en el enunciado 1) ni en el enunciado 2): el hecho de que buscando efectuar esta comparación el sujeto no logre más que comparar la parte *A* con su complementaria *A'* (estando momentáneamente destruida la totalidad *B*) muestra precisamente que el enunciado 2) no era una sustracción propiamente dicha (de clases), sino el resultado de una simple intuición de la disociación de las partes *A* y *A'*.
Notemos además que la solución falsa del problema de la inclusión $A < B$, solución que consiste en la comparación de los *A* con los *A'*, no es la única posible, aunque sea la más frecuente. Sucede, a veces, que la reducción de los *B* a los *A'*, en lugar de ser de alguna manera automática o inconsciente, es motivada por el hecho de que no se puede disponer dos veces del mismo conjunto: si hago un ramo de primaveras (*A*), dirá, por ejemplo, el niño, el ramo de flores (*B*) no tendrá ya primaveras puesto que éstas ya han sido empleadas en el primer ramo (*B* se reduce entonces a las *A'* por sustracción de las *A*). Señalemos además que, si hay más *A'* que *A*, el niño contesta acertadamente ($B > A$), porque llama *B* a las *A'* (como ser en el caso de $A' > A$).

Pero hay otros dos posibles tipos de respuesta que son más interesantes aún. Una de ellas, que a primera vista parece correcta pero que en realidad no lo es, consiste en admitir que $B > A$ simplemente porque el todo *B*, representado por el residuo de *A'*, está formado por elementos cualitativamente heterogéneos ("muchos colores"), mientras que la clase *A* es homogénea: en este caso no hay, por supuesto, inclusión y esto aunque el sujeto considere al todo *B* como tal, en este caso no sería más que un todo diferenciado y no una clase incluyente. Al final, y esto es lo más im-

portante, se llega a la pregunta "¿Hay más *A* o más *B*? (si $A < B$" y el niño responde "lo mismo", ya no pensando en los A' sino admitiendo que "si todos los *A* son *B*" entonces, recíprocamente, "todos los *B* son *A*", lo cual nos lleva a los errores que surgen por la falsa cuantificación del predicado, sobre los cuales ya hemos insistido en el capítulo III § 1 y 2.
He aquí dos ejemplos de sujetos que llegan a la conclusión de que $A = B$:

Per (8; 3) logró establecer la jerarquía: primaveras amarillas, primaveras y flores. —¿Podemos poner una primavera en la caja de las flores (sin cambiar la etiqueta)? —*Sí, porque la primavera también es una flor.* —¿Podemos poner alguna de estas flores, por ejemplo el tulipán, dentro de la caja de las primaveras? —*Sí, es también una flor como la primavera.* Lo hacemos: pero ella juzga inmediatamente que no queda bien y la vuelve a colocar junto con las demás flores. —¿Podemos hacer un ramo más grande con todas las flores o con todas las primaveras? —*Es lo mismo: las primaveras son flores, entonces...* —Si recogemos todas las primaveras, quedan todavía flores? —*Ah sí, quedan los claveles, los tulipanes y las demás flores.* —Si recogemos todas las flores, ¿quedarían primaveras? *No, las primaveras son flores: ¡las juntamos con las demás!* —¿Hay más flores o más primaveras? —*La misma cantidad: las primaveras son flores.* —Cuenta las primaveras. —*Cuatro.* —¿Y las flores? —*Siete.* —Entonces, ¿hay la misma cantidad? (Asombrada) —*Hay más flores...*

Pag (8; 11): —¿Cómo podemos hacer un ramo más grande: con todas las primaveras o con todas las primaveras amarillas? —*Es lo mismo.* —¿Qué quieres decir? ¿Que hay la misma cantidad? —*Sí, las primaveras también son flores.*

Valía la pena citar estas respuestas, que confirman las interpretaciones del "todos" y "algunos" sugeridas en el § 1 del cap. III.
Examinemos ahora las reacciones del estadio III frente al mismo material de flores y objetos.

Vib (6; 11) clasifica el material en $A =$ las primaveras amarillas; $A' =$ las demás primaveras (debajo); $B' =$ las demás flores (al lado de *A* y *A'*, mostrando así que $A + A' = B$, todas las primaveras); $C' =$ las cerezas (al lado de las flores); $D' =$ los objetos inanimados (aparte, mostrando así que $B + B' = C$, las flores y $C + C' = D$, las flores y frutos). Preguntas II: —¿Puede ponerse una (*A*) en las (*B*); se muestra $A + A'$)? —*Sí, es una primavera.* —¿Y una primavera (*B*) en las flores (*C*)? —*Sí, es una flor.* Preguntas III: —¿Quién tendrá el ramo más grande, el que tome todas las flores o el que tome todas las primaveras? —*El que tome todas las flores* (muestra el conjunto de los $C = A + A' + B'$). —¿Y el que tome las primaveras amarillas o el que tome las primaveras? —*El que tome esto* (señala $A + A'$): *tendrá todas las primaveras.*

Did (7; 5) clasifica primero en $A =$ primaveras amarillas; $A' =$ las demás primaveras y una flor anaranjada; $B =$ las demás flores; $C =$ objetos. —¿Queda bien? —*No, esto* (la flor anaranjada) *no queda muy bien* (la pone en *B'*). Pregunta III: (hecha antes de II): —Si un niño quiere cortar todas las flores y otro todas las primaveras, ¿quién tendrá más? —*Lo mismo: ocho y ocho.* (= residuo del estadio II, como también el tanteo inicial de su clasificación). —¿Y todas las primaveras, o todas las primaveras amarillas? —*El que corta todas las flores: toma las primaveras también.* Preguntas II: —¿Se puede poner una (*A*)

en las (B)? *—Seguro; es una primavera.* —¿Y ésta (primavera anaranjada) en las (A)? *—No.* —¿Podemos poner las primaveras en el ramo de todas las flores? *—Sí.* —¿Y ésta (azul)? *—Seguro.* —¿Y este muguet aquí $(A + A')$? *—No; no es igual.* De nuevo pregunta III: —¿Todas las flores o todas las primaveras? *—El que tome todas las flores tendrá también las primaveras, él tendrá más.*

Gil (7; 6). $A =$ primaveras amarillas, $A' =$ las demás primaveras, $C =$ objetos. Preguntas II: —Si haces un ramo de primaveras, ¿puedes también poner una (A')? *—Sí, también es una primavera.* —¿Y una (A') en las (B')? *—No; no crecen juntas.* —¿Y las (A) en el ramo de todas las flores? *—Seguro, son todas flores.* Preguntas III: —¿Más flores o más primaveras? *—Más flores: esto* $(A + A' + B')$ contra esta $(A + A')$. —¿Más primaveras o más primaveras amarillas? *—Más primaveras: esto* $(A + A')$ *contra esto* (A).

Rie (8; 2) clasifica como Gil. Preguntas II: —¿Podemos poner una (A) en las (C)? *—Seguro, es una flor.* —¿Y una (A') en las (A)? *—No; no es amarilla.* —¿Y una (B') en las $(B = A + A')$. *—No; no es la misma clase de flor.* —¿Y una (B) en las $(C = B + B')$? *—Sí; la primavera es también una flor.* Preguntas III: —¿Más primaveras o más flores? *—Hay más flores.* —¿Más primaveras o más primaveras amarillas? *—Más primaveras.*

Trev (8; 6) clasifica como los dos anteriores y responde correctamente a las preguntas II. Pasamos a III: —Si hacemos un ramo con todas las primaveras y otro con todas las primaveras amarillas, ¿cuál será más grande? *—El de todas las primaveras.* —¿Por qué? *—Porque son todas las primaveras.* —Si tú haces un ramo con todas las flores y yo uno con todas las primaveras, ¿quién tendrá el más grande? *—Yo.* —¿Cuáles tomarías? $(A + A' + B' =$ correcto) *—Todo esto.* —¿Hay más flores ahí (mostramos el material en general) o más primaveras? *—Más flores ahí.* —Y en el bosque (pregunta nueva, no planteada a los anteriores), ¿hay más flores o más primaveras? *—Más primaveras.* —Si cortamos todas las flores, ¿quedan primaveras? *—No; no quedan más.* —Entonces, ¿hay más flores o más primaveras en el bosque? *—Más primaveras.* —Muéstrame todas las flores de aquí. (¡Trev muestra sólo las B!). — Y si tomo todas las primaveras amarillas y tú todas las primaveras, ¿quién tiene más? *—Yo: tendría todas esas primaveras* (A) *y esas* (A'). —Cuéntalas. *—No* (por su expresión, Trev parece pensar "no vale la pena"): *¡hay más primaveras!.*

Ar (9; 2) clasifica como los precedentes, y responde correctamente a las preguntas II. Preguntas III: —¿Cuál ramo será más grande, el de todas las primaveras o el de todas las primaveras amarillas? *—El de todas las primaveras, claro; irían también las amarillas...* —¿Y el de todas las primaveras o el de todas las flores? *—¡El que toma todas las flores toma también todas las primaveras!*

Las preguntas III C y III D son siempre resueltas sin dificultad.
Sobre 63 sujetos de 5 a 10 años, encontramos los resultados cuantitativos siguientes, en porcentaje de respuestas correctas. La pregunta $A < B$ significa "¿hay en este ramo más primaveras o más primaveras amarillas?" y la pregunta $B < C$ significa "¿hay más flores o más primaveras?".

CUADRO IV. *Porcentaje de respuestas correctas a las preguntas $A < B$ $B < C$, y a las dos:*

Edades (Nº de sujetos):	5-6 (20)	7 (19)	8 (17)	9-10 (13)
$A < B$	30	38	67	96
$B < C$	47	47	82	77
Las dos	24	26	61	73

En cuanto a las preguntas III C y III D, bajo las formas *BA* (¿si cortamos todas las *B*, quedarán *A*, si $A < B$?), *AB* (= ¿si cortamos todas las *A*, quedarán *B*, si $A < B$?), *CB* y *BC*, encontramos:

CUADRO V. *Porcentaje de respuestas correctas a las preguntas BA, AB, CB y BC:*

	BA	*AB*	*CB*	*BC*
5-6 años	71	83	71	71
7-8 años	66	75	85	78

Se puede pues concluir que a partir de los 8 años la reacción media de los sujetos es muy diferente de la del estadio II (5-7 años): de ahí en adelante el niño es capaz no sólo de clasificar correctamente según el principio de una agrupación aditiva ($A + A' = B$; $B + B' = C$ y $C + C' = D$), sino también de conferir a esta jerarquía, controlada por las preguntas II fácilmente resueltas, el carácter de un sistema de inclusiones. En efecto, en correlación con las reacciones del estadio III ya citadas a propósito del "todos" y el "algunos" (§ 1 y 2), estos sujetos aparecen como aptos para comparar un todo *B* (o *C*, etc.), que implica en sí mismo la conservación del todo, a pesar de la disociación mental de sus partes ($A = B - A'$, o $B = C - B'$, etc.). La mayoría de las respuestas son perfectamente explícitas: "El que toma todas las flores (= *C*), dice por ejemplo Did, toma también las primaveras (= *B*): él es quien tendrá más". ¡Por fin la extensión es ajustada a la comprensión!
Pero, por obra de un notable desajuste sobre el que tendremos ocasión de insistir a propósito de la clasificación de los animales (§ 2), basta con que a un sujeto que —como Trev— razona perfectamente sobre el material que tiene a la vista le pidamos que aplique el mismo esquema inclusive a las primaveras y a las flores que se encuentran "en el bosque" para que ¡estemos nuevamente como al principio! Trev, que sin embargo declara sin vacilar "hay más flores ahí ($A + A' + B'$)" que primaveras ($A + A'$), en

el caso de las flores que crecen en el bosque, ya no logra más que oponer las primaveras a las demás flores (no-primaveras), y no consigue comparar la clase incluida (las primaveras) con la clase abarcante (todas las flores). Y sin embargo resuelve sin dificultad la pregunta III C: "Si se cortan todas las flores (en el bosque), ¿quedarán primaveras?". Estamos pues frente a un problema que tendremos que retomar, como lo haremos en el parágrafo siguiente.

§ 2. LA CLASIFICACION DE LOS ANIMALES

Trataremos ahora de analizar las reacciones de los niños ante los tres mismos tipos de preguntas (clasificaciones espontáneas, preguntas generales de inclusiones y cuantificación de la inclusión en los casos $A < B$ y $B < C$: ver el comienzo del parágrafo 1, pero planteadas esta vez a propósito de animales y no ya de flores. Si este segundo grupo de problemas, a pesar de ser idéntico en la forma a los del primer grupo, merece un examen separado (que hemos intentado sobre 117 sujetos de 7 a 13-14 años, es porque las reacciones observadas, a pesar de que son semejantes a las que terminamos de describir, presentan un retardo sistemático con relación a estas últimas. Este desajuste presenta pues un interés intrínseco, ya que revela admirablemente la naturaleza de las operaciones concretas, cuyo desarrollo, contrariamente a lo que ocurre con el de las operaciones formales, al menos las elementales, no puede ser nunca disociado de los contenidos intuitivos a los que estas operaciones se aplican. Trataremos pues de determinar el por qué.
La razón hay que buscarla sin duda en el carácter más abstracto de las clases utilizadas en vista a las acciones habituales. Cuando los sujetos de los capítulos I a III manipulan discos y cuadrados de diversos colores, o cuando los sujetos del parágrafo 1 de este capítulo IV razonan sobre primaveras y flores, los objetos colocados sobre la mesa están designados por palabras que evocan conceptos verbales de carácter general, y por lo tanto abstracto. Pero los sujetos se atienen a los elementos colocados sobre la mesa, que son objeto de una percepción visual actual y simultánea, ya que a un escolar de 5 a 9 años le resulta familiar manipular cuadrados y discos y (si vive en un pueblito) hacer en su jardín o durante sus paseos ramos de flores y de primaveras. Presentándoles patos, otras aves y otros animales dibujados en cartoncitos movibles, en apariencia no les exigimos más que con el material de las formas geométricas o las flores: los estamos in-

terrogando sobre objetos perceptibles designados por nombres comunes, sin que se refieran necesariamente a los conceptos verbales correspondientes en toda su generalidad. Pero en realidad (o al menos esto es lo que nos sugieren los hechos recogidos), para admitir que los patos son aves y que

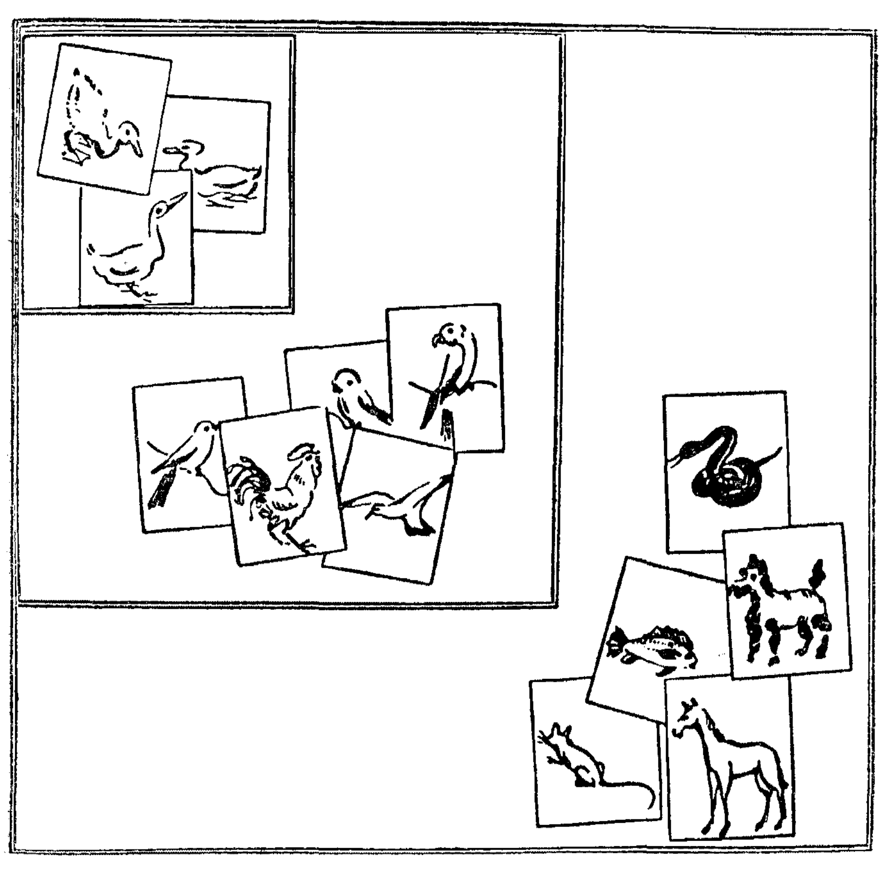


Fig. 9

las aves son animales, el niño ya no puede apoyarse simplemente sobre esquemas de acción análogos a los que intervienen en el dibujo de las formas geométricas o en el recoger flores: se ve pues obligado a recurrir más a los conceptos lingüísticos y a estructurarlos y reelaborarlos durante el mismo interrogatorio. Así se explicaría el retardo sistemático mencionado hace un instante. Ahora bien, si tal es el caso, se ve inmediatamente el interés del problema, que se podría enunciar así: ¿qué ocurre con los encajes jerárquicos y la cuantificación de las inclusiones, cuando esas operaciones ya no se aplican a objetos inmediatamente manipulables, sino a

conceptos relativamente abstractos, por más que estén sugeridos simbólicamente por elementos representativos actualmente perceptibles?

El material que utilizamos fue de dos clases: 1) una serie I (simplificada) que comprende 3 (ó 4) patos (clase A), 3 (a 5) aves no-patos (clase $A' =$ gallo, gorrión, loro) y 5 animales no-aves (clase $B' =$ serpiente, ratón, pez, caballo, perrito; ver para esta serie la fig. 9), las clases primarias que se esperan[6] son pues los patos (A), las aves (B) y los animales (C); 2) una serie II de 18 imágenes que comprenden tres patos (A), cuatro aves no patos (A'), cuatro animales que vuelan pero no son aves (B': abeja, mariposa, libélula y murciélago), siete animales que no vuelan (C') y tres objetos inanimados (D'); las clases primarias que se esperan son los patos (A), las aves (B), los animales que vuelan (C), los animales (D) y los seres vivos o no vivos (E).

Disponemos además de cajas transparentes de tamaños diferentes (transparentes para conservar la percepción de los enlaces) que encajan unas en otras y corresponden a las clases primarias A, B, C, etc.; y de cartelitos en los que se escribirá lo que el niño sugiera como denominación para esas clases. La marcha del interrogatorio es la misma que a propósito de las flores (ver parágrafo 1, a comienzos). Insistimos entre otras sobre las preguntas "¿Hay derecho a poner A en B, o B en A?", etc.

El resultado de esta investigación es el de que ni la inclusión jerárquica de $A < B < C$, etc., ni la cuantificación de la inclusión son adquiridas a comienzos del estadio de las operaciones concretas, sino sólo durante la segunda mitad de ese estadio III, o aun en los límites del estadio de las operaciones formales. Encontramos entonces que sujetos que para otras preguntas pertenecen al estadio III, para las referentes a animales dan respuestas equivalentes al estadio I. Llamaremos pues D I, D II, D III a los estadios relativos a este último ámbito, entendiendo que se trata de estadios con desajustes D,[7] contemporáneos, en consecuencia, de estadios más elevados en otros ámbitos.

Distinguiremos así un estadio D I, durante el cual no existen todavía ni encajes correctos ni comprensión de las relaciones de extensión, y con reacciones intermediarias para las preguntas III C y D:

Pie (7; 11). Serie I: —Esto es... —*Animales.* —¿Puedes hacer dos montones? (Pie coloca los patos de un lado y el resto del otro). —Y con esto (el resto), ¿puedes hacer de nuevo dos montones? —*Sí, las aves y los animales* (como si las aves no fueran animales). —Los patos, ¿son animales? —*Sí... No.* —¿Todos tienen plumas? —*Sí.* —Si ponemos todo en esta caja (C), ¿qué tendríamos que ponerle encima? —*Tendríamos que escribir "los animales".* (Pie coloca todas las aves, salvo los patos, en B, y los patos en A: —¿Los patos son animales? —*Sí.* ¿Las aves son animales? —*Sí.* —¿Podemos poner los patos (A) en los (B)? —*No;*

[6] Llamamos clases primarias a las que determinan el encaje jerárquico $A < B < C < ...$, y clases secundarias a las complementarias de las precedentes: $A' = B - A$; $B' = C - B$; etc.

[7] Los símbolos D I, D II y D III no tienen por supuesto nada que ver con la clase D.

no son aves. —¿Podemos ponerlos aquí (*C*)? —*No.* Esto (*C*), ¿qué es? —*Todos los animales.* —Entonces, ¿podemos poner los patos (*A*) en los (*C*)? —*No.* —Si matamos todos los patos, ¿quedan otros animales de plumas? —*Sí, las aves.* —Si matamos los patos, ¿quedan otros animales? —*Sí; las aves, el gato, etc.* —Si matamos todos los animales, ¿quedan animales con plumas? —*No; porque matamos a todos los animales.*
—En esta caja, ¿hay más aves o más animales? —*Más aves.* —¿Por qué? —*No; hay igual* (= cuatro aves y cuatro animales no-aves).

Esc (7; 6) clasifica en 1) los que tienen las alas abiertas, y en 2) los que tienen las alas cerradas y en 3) los que no tienen alas. En la caja *A* pone las aves, en *B* los tres insectos y las gaviotas, y en *C* los animales sin alas. —Si sacamos esto (la separación entre *A* y *B*), ¿queda bien? —*Sí; porque tienen alas* (pero rehusa colocar las gaviotas entre las aves, y sostiene que los patos no tienen alas).
Esc admite que las aves son animales: —En esta caja, ¿hay más aves o más animales? —*Más animales; no, más aves.*

Mey (8; 10). —Forma dos montones con los animales que se parecen. (Hace cuatro montones: 1. Patos; 2. Otras aves; 3. Gato y ratón; 4. Caballo y gato). —¿Podemos colocar juntos 1 y 2? —*Sí, son todas aves.* —¿Y 3 y 4? —*Sí, son todos bichos* [animales]. Le mostramos entonces las cajas, y Mey coloca en *A* los patos, en *B* las demás aves y en *C* todo lo demás. Después le preguntamos (haciendo uso del juego de límites movibles): —¿Podemos poner todo en C? —*Sí, todos los bichos* [animales]. —Los patos, ¿son aves? —*Sí.* —¿Son bichos [animales]? —*Sí.* —¿Podemos ponerlos en *B*? —*Sí.* —¿En *C*? —*No.* ¿Podemos poner el caballo en *A*? —*No; sería como si pusiera un ave en (C)* (cf. la falsa reciprocidad). —¿Por qué? —*El caballo no es un pato.* —¿Pero se pueden poner los patos en (*C*)? —*Sí, son bichos* [animales].
—Si matamos todos los patos, ¿quedan aves? —*Sí.* —¿Quedan animales? —*Sí.* —Si matamos todas las aves, ¿quedan patos? —*Sí.* —Y si matamos todos los animales, ¿quedan aves? —*No; son todos animales.*
—En esta caja (4 patos y 4 aves no-patos), ¿hay más patos o más aves? —*Hay lo mismo.* —Cuenta las aves. —*¿Con los patos?* (Mey está pues de acuerdo en que los patos son aves). —Todas las aves. —*Hay ocho* (correcto). —¿Y los patos? —*Hay cuatro* (correcto). —Entonces, ¿hay más aves o más patos? —*Hay lo mismo* (!).

Stod (8; 11). Serie II: reparte en animales y objetos inanimados. —*También podemos poner juntos los animales salvajes y los que no son salvajes. También los podemos ordenar de los más grandes a los más chicos.* —Ordénalos en la (*A*) de tal manera que vaya bien cuando saquemos esta barrera, etc. (*A*) Libélula, abeja, araña, mariposa; (*B*) los animales algo pequeños y los patos; (*C*) las aves y las ranas; (*D*) los animales grandes. —Si un cazador atrapara todas las aves, ¿quedarían aún animales? —*No.* —¿Y los mosquitos? —*Ah, pero sí; si se matan todas las aves quedan todavía mariposas.* —En la naturaleza, ¿hay más animales que vuelan o más animales? —*No sé.* —¿Y en esta caja (4 sobre 8)? —*Hay lo mismo.*

Leyendo estas respuestas experimentamos la curiosa impresión de reencontrar las reacciones de los sujetos de 4 a 6 años en presencia de un material geométrico o de flores. Y con todo, en estos dos ámbitos esos

mismos sujetos razonarían correctamente por encajes inclusivos jerárquicos con cuantificación de la inclusión.

Comenzando por los problemas de inclusión, vemos que esos sujetos no logran ni siquiera resolver las preguntas III C (si se sacan todos los *A*, ¿quedarán *B*, si $A < B$?) y III D (si se sacan todos los *B*, ¿quedarán *A*, si $A < B$?). Pie logra responder exitosamente a esta pregunta, después de cierta vacilación, cosa que también consigue Mey con los animales de plumas, aunque no con los patos (si se matan todas las aves, ¿quedan patos?), aunque haya afirmado que son aves. Pie responde exitosamente a la pregunta III C, y también Mey, aunque Stod no lo logra (si se matan todas las aves, según él no quedan animales).

La pregunta de la cuantificación de la extensión, *a fortiori*, tampoco es lograda: Pie, ve más aves que animales, luego el mismo número, en una caja de 4 aves y 8 animales. Esc y Stod reaccionan igual. Mey llega a decir que hay el mismo número de aves que de patos después de haber contado 8 aves "con los patos" y 4 patos, ¡como si estos 4 no estuvieran incluidos en los 8! En cuanto a las relaciones entre la clase incluyente y la clase incluida en la naturaleza, Stod declara no poder decidir si existen más animales que vuelan o más animales en general, ya que no puede contarlos.

Pues bien; si a estos sujetos les cuesta tanto comparar la parte *A* con el todo *B* y sustituyen sistemáticamente a este último la parte restante *A'*, está claro que es porque el todo no representa en ese ámbito zoológico nada definido para ellos: para Pie los patos no son aves, para Esc no tienen alas, las gaviotas no son aves, etc. Del mismo modo, las clasificaciones espontáneas, en lugar de referirse a los marcos verbales todavía muy abstractos que son las aves y los animales, recurren por lo general a caracteres más familiares, como los animales salvajes y domésticos, los pequeños y los grandes (Stod), o aún a caracteres puramente contingentes, como el hecho de tener las alas abiertas (insectos y gaviotas) o cerradas, en la imagen que los representa (Esc). La división más usual opone los animales que vuelan a los que caminan. Pero fuera de ese marco, observamos extrañas relaciones, como las de Stod, que después de haber comenzado correctamente con una clase de insectos, coloca los patos con los ratones ("bichos un poco pequeños") y las aves con las ranas.

Cuando tratamos de provocar las inclusiones gracias a las cajas que pueden ser embutidas unas en otras, los sujetos no se las arreglan mejor. A veces se observa un comienzo de generalización, como en Esc con sus "animales que tienen alas" ($A + A'$). Pero también encontramos dificultades ya conocidas en niveles inferiores, pero que reaparecen aquí en virtud del desajuste ya señalado: Mey rehusa, con razón, colocar el caballo con los patos, pero encuentra que eso es tan absurdo como colocar las aves entre los animales en general (después lo admite, aunque no sin luchar contra su tendencia a la falsa reciprocidad de las inclusiones: todos los *A* son *B* = todos los *A* son todos los *B*). Pie opone igualmente las aves a los animales, como si no existieran inclusiones, y Stod no logra una jerarquía para las clases incluyentes $A < B < C < D$.

En total, estos hechos demuestran una vez más que las operaciones concretas de clasificación nada tienen aún que ver con un mecanismo formal aplicable a cualquier contenido: basta que la materia a clasificar carezca de los caracteres intuitivos o perceptivos que faciliten la constitución de clases incluyentes para que los sujetos, en vez de tratar de aplicar estructuras que ya conocen y que en efecto utilizan en presencia de otros contenidos, recaigan en los procedimientos por yuxtaposición y en los errores sistematizados característicos de niveles inferiores.

Entre los 9 y 12 años, podemos distinguir un segundo estadio D II, caracterizado por sus éxitos parciales, y que asegura así la transición entre los fracasos del nivel D I y los éxitos del nivel D III:

Lou (9; 11) construye en primer lugar varias colecciones yuxtapuestas, son anticipación (cf. el nivel D I). Pero ante las cajas, coloca los patos en *A*, las demás aves en *B*, los demás animales que vuelan en *C*, y los demás animales en *D*. —Si quito esta separación (*AB*), ¿queda bien? —*Sí; son los mismos animales* (aves, incluyendo los patos). —Y si saco ésta (*BC*), ¿queda bien también?. (Vacila). —*Sí. Todos son animales que vuelan* (quita la araña, y la coloca en *D*). —Si ahora agrego este pez, ¿dónde lo pondrías? —*Aquí* (en *D*). —En la naturaleza, ¿hay más animales que vuelan o más aves? —*No lo sé.* —Y si tú haces una colección de animales que vuelan y yo una colección de aves, ¿quién tendrá más? —*El que tenga la colección de animales, porque hay más animales que aves.* —¿En la colección de los animales, se pueden colocar las aves? —*No.* —Pero son animales, ¿o no? —*¡Ah! Sí.*

Jac (9; 1) coloca las gallinas en *A*, los "*patos de todas clases* (patos y pavos)" en la caja B y los "*animales de todas clases*" en *C*. —¿Puedo colocar las gallinas en esta caja (*B*)? —*Sí; es también un ave.* —¿Y en ésta (*C*)? —*Sí; es un animal.* —Y el gato, ¿puedo ponerlo aquí (*B*)? —*Sí; también es un animal.* —¿Por qué? —*¡Ah! No; es un animal, pero no un ave.* —En esta caja (*B*), hay más gallinas o más aves? —*Lo mismo* (hay 4 gallinas y 8 aves). —¿Y aquí (*C*), más aves o más animales? —*Más aves... ah, no; más animales. ¡Las gallinas también son animales!* —Y aquí (*B*), ¿más gallinas o más aves? —*Más aves, las gallinas también son aves.* —Si se matan todas las gallinas, ¿quedan aves? —*No... sí.* —Si se matan todas las aves, ¿quedan animales? —*No; sí, el perro.* —Y si se matan todos los animales? —*No; no queda nada.*

Fra (10; 2) divide en "*los que vuelan*" (*B*) y "*los que se quedan en el suelo*" (*B'*), y subdivide las aves en (*A*) "*los que vuelan bien*" (Loro y pinzón) y "*menos bien*" (*A':* pato y gallo). —¿Y todo junto? (caja *C*). —*Animales.* —¿Y si quito esta separación (*B-C*)? —*No; no son todos aves... sí; son todos animales.* —¿Puedo poner un gallo aquí (*C*)? —*Sí; son todos animales. La serpiente no es ave, pero el gallo es un animal.*
Preguntas III C y D ("si suprimimos *B*, ¿quedan *A*?", etc.): correctas todas. —En el mundo, ¿hay más aves o más animales? —*Más animales, porque las aves son también animales.* —Y afuera, ¿hay más aves, o más aves que no vuelan bien? —*No sé, hay muchos de las dos clases.* —¿Se puede saberlo? —*Se puede, pero es difícil... ¡Ah! Pero si todos son aves. ¡Claro, entonces hay más aves!*

Chas (10; 2) reacciona como Per y Pag en el parágrafo 1. —¿Hay más animales domésticos o más patos? —*Igual; los patos son también animales domésticos.*

—¿Hay más animales domésticos o más animales? —*Lo mismo: también son animales.* —¿Todos los animales domésticos son animales? (Mira uno por uno los cartones). —*Este es un animal, éste también... sí; todos.* —¿Y todos los animales son animales domésticos? (Mira). —*¡No! La serpiente no.* —¿Hay igual número de animales domésticos que de animales? —*Entonces hay más animales.*

Nov (11; 5), serie II. Reparte en no-vivientes (*D'*) y vivientes (*D*), luego en animales que no vuelan (*C'*) y que vuelan (*C*), luego en insectos (*B'*) y aves (*B*), divididas a su vez en patos (*A*) y el resto (*A'*). Está de acuerdo en que se quite la separación entre *A* y *B*, lo que da "todas las aves", etc. —En estas cajas, ¿hay más aves o más patos? —*Más aves.* —¿Y más animales que vuelan o más aves? (Mira a *B* y *B'*). —*Hay igual.* (Repetimos la pregunta). —*¡Ah! No: más animales que vuelan, porque las aves son animales que vuelan.*

Merm (12; 9). Idéntica pregunta: —*Más aves, porque hay más especies. ¡Ah! No; más animales que vuelan.* —¿Y más animales, o más animales que vuelan? —*Más animales, porque los animales comprenden todas las especies.*

Vemos pues que a los progresos de la clasificación jerárquica corresponden reacciones gradualmente adaptadas a las preguntas de cuantificación de la inclusión. Las reacciones del estadio D III son por el contrario inmediatamente correctas:

Pat (10; 2), serie I, reparte en *A*) patos, *B*) animales que vuelan, *C*) animales "mezclados". Se niega a colocar el perro en *B*, pero acepta colocar los patos, gallo, etc. en *C*. —En el mundo, ¿hay más animales o más animales que vuelan? —*Más animales, porque son más numerosos.* —¿Y más animales, o más aves? —*Más animales.*

Jel (10; 11), serie II: igual clasificación que Nov. —En el mundo, ¿hay más animales o aves? —*Más animales, porque las aves son animales.* —¿Y más animales que vuelan o más aves? —*Más animales que vuelan, porque están los insectos y las aves.*

Oet (11; 11) serie II, reparte en *A*) patos, *A'*) otras aves, *B'*) oveja, elefante, caballo, *C'*) objetos. —¿Y si quitáramos esta separación? (*AA'*). —*Son todas aves.* —¿Y ésta? (*BB'*) —*Son todos animales.* (*C*) *Todo eso vive.* (Agregamos insectos). —*Haría falta también una caja para los insectos que vuelan y los murciélagos.* —¿Hay más animales que vuelan o más aves? —*Más animales que vuelan.*

Tra (12; 4) empieza colocando en A los patos y las ranas, en *A'* las aves y murciélagos y en *B'* los insectos y demás animales; pero deshace lo que acaba de hacer y coloca en *A* los insectos (sacando la araña), en *A'* las aves y murciélagos (de donde $A + A' =$ los animales que vuelan) y en *B'* los demás animales. —¿Hay más insectos o más animales que vuelan? —*Más animales que vuelan, porque todos los insectos son animales que vuelan.* —¿Más animales que vuelan o más animales? —*Más animales, porque los que vuelan son animales.* —¿Más animales que vuelan o más aves? —*Más animales que vuelan, porque están las aves y los insectos.*

Desde el punto de vista cuantitativo, las preguntas de inclusión han dado los siguientes resultados, de 8 a 13 años (sobre 117 sujetos, con técnica simplificada):

CUADRO VI. *Porcentaje de respuestas correctas a las preguntas* $A < B$, $B < C$ *y a las dos:*

Edades (y número de sujetos)	8 (17)	9 (22)	10 (14)	11 (17)	12-13 (47)
A < B	43	50	50	46	67
B < C	38	66	62	82	75
Ambas	25	27	42	56	67

Por otra parte, las preguntas III C y D, bajo las formas *BA*, *AB*, *CB*, *BC*, *AC y CA* (ver cuadro V del parágrafo 1) nos dieron los siguientes resultados (las edades de 11-13 años obtienen el 100 %):

CUADRO VII *Porcentaje de respuestas correctas a las preguntas BA, AB, CB, BC:*

	BA	*AB*	*CB*	*BC*	*AC*	*CA*
7-8 años (14)	75	94	75	90	100	88
9 años (13)	94	100	100	100	100	88
10 años (10)	100	100	90	100	100	100

Constatamos, en total, cuánto más fáciles resultan estas preguntas que las referentes a la inclusión. Por otra parte, las preguntas $A < B$ y $B < C$ son resueltas más tardíamente en el caso de los animales que en el de las flores. Retomando la explicación que sugerimos al comienzo de este parágrafo, podemos pues admitir que cuando la clasificación no prolonga más directamente una acción efectiva posible, como la de cortar flores para hacer un ramo o bien juntar imágenes que se asemejan a esta acción sino que se refiere a objetos imposibles de juntar en sí mismos (los animales, y no sus imágenes simbolizadas), entonces la inclusión o su cuantificación se revelan mucho más difíciles.

Este fenómeno nos permite concluir acerca de la naturaleza propiamente operatoria, y no meramente lingüística, del esquema de la inclusión. Cuando algunos autores deducen,[8] por el hecho de que los niños de 2-4

[8] Cf. L. WELCH y L. LONG, *J. of Gen. Psych.*, 22 (1940) 359-378; y *J. of Psych.*, 9 (1940), 59-95.

años ya saben a veces que el perro es un animal, que una señora es una persona o que una margarita es una flor, que esos niños alcanzan un nivel de clasificación jerárquica, conviene introducir ciertas distinciones. Es evidente que esos niños son ya capaces, para ciertos elementos familiares, de superar el nivel de las colecciones figurales y conferir así a ciertos esquemas verbales una estructura de colecciones (no figurales) diferenciadas, que comporten por tanto partes y un todo. Pero la lección que nos enseñan los datos descriptos en este capítulo IV es la de que no basta que se dé una reunión de la forma $A + A' = B$ para extraer de ella la comprensión de la equivalencia $A = B - A'$, con conservación del todo B y comparación cuantitativa posible de la forma $A < B$. Ahora bien, lo que caracteriza a la inclusión auténtica, es decir no necesariamente la del lógico, sino la que el sujeto mismo termina por construir, es esta conservación y esta comparación. Y esta inclusión no resulta adquirida por el sólo hecho de que el niño hable correctamente y emplee conceptos verbales que, en el lenguaje del adulto, están coordinados por lazos de inclusión. La inclusión es pues de naturaleza propiamente operatoria, y es por eso que constituye la condición necesaria de toda clasificación propiamente jerárquica, y no sólo diferenciada.

En cuanto a saber de qué manera el niño pasa de la reunión intuitiva $A + A' = B$ a la operación inversa $A = B - A'$, que funda así la inclusión, todo el problema se reduce al de la conexión creciente entre el método ascendente de clasificación (partir de pequeñas colecciones para construir las grandes) y el método descendente (partir de las grandes colecciones y subdividirlas). Ahora bien, esta cuestión del enlace entre los dos métodos posibles de partida, se reduce en sí misma a la de la movilidad retroactiva y anticipadora que estudiaremos en el cap. VII. Pero, antes de poder acceder al análisis de esos mecanismos fundamentales, que nos proporcionarán la clase de la reversibilidad operatoria, y por lo tanto la de la inclusión, es necesario aún examinar las preguntas de complementaridad (cap. V) y la construcción de las clasificaciones multiplicativas (capítulo VI).

Capítulo V

LAS COMPLEMENTARIDADES[1]

Después de haber estudiado la inclusión en su doble aspecto del "todos" y el "algunos" (cap. III) y de la cuantificación de las extensiones a propósito de las clasificaciones jerárquicas (cap. IV), ha llegado el momento de estudiar las complementaridades, es decir las relaciones entre una clase cualquiera, A, B o C, y las clases distintas de ella pero que, reunidas con ella, agotan el contenido de una clase superior. Por ejemplo, si A es la clase de los patos, B la de las aves y C la de los animales, una primera forma de clases complementarias estará constituida por las clases que hemos llamado "secundarias" en la descripción de las "agrupaciones elementales" que constituyen la lógica de las operaciones "concretas" (clases que se llaman más generalmente "complementarias de primera especie" en la teoría de las redes): A' (las aves no-patos) es así la complementaria de A bajo B; B' (los animales no-aves) es la complementaria de B bajo C; etc. Si la cuestión de las clases complementarias es importante es porque plantea el problema más amplio de la negación: la negativa de la clase A, o sea la clase no-A, es, en efecto, bajo su forma más general, su complementaria bajo la clase más extensa del sistema, o sea Z (= el universo del discurso en la situación considerada): $Z - A =$ no-A (o A). Ahora bien, se nos plantea el problema psicológico de saber de qué modo comprende la clase no-A (= los no-patos) un sujeto de cierta edad (5 a 7 años, por ejemplo): para él, ¿esta clase engloba las piedras, las estrellas y personajes de cuentos de hadas, o se refiere sobre todo a las demás aves (o sea A') o a los demás animales (o sea $C - A = A' + B'$)?

Vemos inmediatamente que este problema de las complementaridades está inmediatamente relacionado con el de los encajes jerárquicos; pero no podíamos abordarlo antes de haber captado las grandes líneas del mecanismo de la inclusión, tanto si las complementaridades especiales (clases secundarias) o generales (negación extendida) preceden a esta comprensión de las

[1] En colaboración con A. Etienne, F. Frank, J. Maroun, B. Matalon, A. Morf y B. Reymond-Rivier.

inclusiones como si no las preceden. Por otra parte, este asunto de las complementaridades lleva a una serie de problemas más particulares, como los de la clase singular, la clase nula, el papel del número de los elementos en las complementaridades y las clasificaciones en general. Todas estas cuestiones se vinculan por sí mismas a la del método seguido en las clasificaciones: método ascendente o por reuniones sucesivas, o método descendente o por divisiones, o aun dicotomías sucesivas. Por este carácter complejo del problema de las complementaridades, nos vimos obligados a no tratarla sino después del de las inclusiones.
El plan que seguiremos en este capítulo múltiple nos fue dictado por las siguientes consideraciones: En primer lugar, antes de tratar sobre la complementaridad en general, conviene ponerse en claro sobre dos cuestiones previas: la de la clase singular, tal como se plantea en un contexto de búsqueda de una ley ("especie única") ver § 1), y la del papel que desempeña el número de los elementos en las clasificaciones, lo que nos retrotrae al problema de la clase singular, pero en el contexto de las clasificaciones propiamente dichas (parágrafo 2). Luego de estas aclaraciones, podremos examinar la cuestión de las clases "secundarias" o complementaridades de primera especie (parágrafo 3), para pasar de ahí a la significación de la negación en los diferentes estadios (parágrafo 4), lo que nos conducirá finalmente al problema de la ley de dualidad (si $A < B$, entonces no-B $<$ no-A, parágrafo 5) y al de las clases nulas (parágrafo 6).

§ 1. EL PROBLEMA DE LA "ESPECIE UNICA" O CLASE SINGULAR EN UN CONTEXTO DE DESCUBRIMIENTO DE UNA LEY PRACTICA Y NO DE CLASIFICACION

Veremos en el parágrafo 2 que en un contexto de clasificación propiamente dicha, los sujetos (de hasta 8-9 años aproximadamente) experimentan una dificultad bastante sistemática para reconocer como clase lógica o como colección intuitiva un conjunto formado por un solo elemento, o dicho de otro modo, lo que se llama en lógica una "clase singular" (ejemplo: "la" luna o "el" sol, en lo que toca a la observación astronómica corriente). Todos conocemos los innumerables trabajos que se han consagrado al problema de la "especie única", especialmente en psicología animal: los monos antropoides y el niño pequeño son capaces, en pruebas cuyo

resultado está sancionado por una motivación afectiva suficiente, de encontrar un objeto único en su especie entre otros más o menos numerosos, aun cuando este objeto esté cambiado en cada una de sus presentaciones. Nos ha parecido pues interesante reexaminar esta cuestión de la "especie única" para ponerla en relación con los mecanismos clasificadores mismos, o sea, tratar de determinar lo que el niño ha comprendido —o no ha comprendido—, desde el punto de vista de las relaciones en juego, en las soluciones que da al problema práctico que se le plantea. En efecto, si bien estas soluciones pueden deberse sólo a un aprendizaje sensomotriz con señalización perceptiva, también pueden, por otra parte, acompañarse o llevar a una comprensión de la estructura clasificatoria y de la clase singular como tal.

Nos hemos servido de un material de tres o seis triángulos (a veces hemos introducido uno o varios rombos). El problema consiste en adivinar cuál de los elementos lleva una cruz en el reverso: este elemento se reconoce en que es de un color único (por ejemplo, un azul mezclado con dos amarillos). Las series de seis elementos facilitan en ciertos casos (aunque no siempre) la solución, ya que refuerzan la impresión perceptiva de contraste (un color único opuesto a cinco elementos de otro color). Para juzgar de la comprensión de las relaciones en juego, no nos limitamos a preguntar al niño las razones de su elección, sino que le pedimos que invente él mismo un sistema, inspirándose en la disposición de los elementos presentados anteriormente (reproducción del sistema, y no de la serie misma). Distinguiremos tres niveles en las reacciones observadas: uno correspondiente a los estadios I y II, de 5 a 7 años (aproximadamente 50 % de respuestas correctas), durante el cual se presenta o incomprensión o comprensión parcial del sistema, y en el que las respuestas exitosas se deben a un aprendizaje sensomotriz; un estadio III de 7 a 9 años (75 % de respuestas correctas) con comprensión del sistema; y un estadio III B de 10 a 12 años (33 % de respuestas correctas), con regresión debida a que el sujeto complica artificialmente un problema que se ha vuelto demasiado simple para él.

Veamos primero los resultados estadísticos:

Cuadro VIII. *Porcentaje de respuestas exitosas*[2] *y del número de sujetos que presentan más éxitos que errores (+), menos éxitos que errores (—), o un número igual de éxitos que de errores (=)*

Edades (Nº de sujetos)	*Serie 3*				*Serie 6*			
	Exitos	+	—	=	*Exitos*	+	—	=
5; 2 a 6; 7 (18)	55	55	27	18	48	50	41	9
7 a 9 (14)	76	78	14	8	66	70	22	8
10 a 12 (12)	33	—	—	—	—	—	—	—

[2] En relación con el número de presentaciones, que es, para las dos series, de 110 y 61 a los 5-6 años, de 59 a los 7-8 años y de 23 a los 10-12 años.

Los sujetos de los estadios I y II (encontramos aún un tercio de ese estadio II a los 7 años) se caracterizan pues o bien por su fracaso, o bien por el hecho de que sus éxitos no se acompañan de una comprensión del sistema. Veamos algunos ejemplos[3]:

Mor (6; 0) es un buen ejemplo de estructuración figural sin comprensión. Para A N N toma N 1. Para C A A indica A 1, después A 2: "*¡Ah! Es éste* (*C*)". Para N N A toma N 1, N 2, luego A. Para A C A, R N N y C C V, toma C, R y V. —¿Cómo te has dado cuenta? —*Porque usted lo coloca cada vez aquí, aquí o aquí* (muestra las posiciones 1, 2 y 3, pero no en el orden en que las habíamos variado). —Fíjate ahora (A R A A A A). (Mor toma R) —*porque había muchos amarillos y un rojo.* Pero para N N N V N N toma N 1, luego V. En sus reproducciones da bien tres veces 2 *A* + 1 *A'*, colocando la cruz bajo *A'*, pero coloca sucesivamente *A'* en las posiciones 1, 2 y 3: —¿Cómo has hecho? —*Porque va siguiendo* (muestra el orden de las posiciones, que en efecto hemos variado, pero sin orden). —Entonces es siempre... ¿cuál? —*A veces un rojo, a veces un negro.* No conseguimos que nos explique que es el elemento único, aunque de hecho lo tiene en cuenta al elegir.

Aga (6; 3). A A R: toma A 1, luego A 2, luego R. Para N A N, indica de nuevo el último —¿Por qué? —*No sé.* Para A A V toma V, y para C A C indica A. Le pedimos entonces la reproducción: construye R C R pero con la cruz bajo R 1. Recomenzamos el juego: Para C R C C C C toma todos los C, y finalmente el R, pero para A A C A A A toma inmediatamente el C. —¿Has entendido el truco? —*¡Sí!* Para V N N N N N toma de nuevo inmediatamente el V. Retomamos los ensayos de reproducción: Aga construye R N R N con cruz bajo N 1, luego R A C N con cruz bajo A. Por lo tanto no ha comprendido. Le mostramos A V A A, indicándole la cruz bajo V, y reproduce N R A A, con la cruz bajo R.

Rey (6; 3). A A R, toma A, A, luego R. Para R C C, indica C: —¿Por qué? —*Reconocí el color* (!). —¿Y ahora (V N N)? (Toma V). —¿Cómo te has dado cuenta? (No lo sabe). Reproducción: N A V, con cruz bajo N, luego R V N, con cruz bajo R, luego A N A, con cruz bajo N. —¿Por qué? —*Todos tienen el mismo color.* Recomenzamos el juego: descubre la ley, pero no sabe explicarla mejor.

Los casos que siguen son intermedios entre los estadios II y III en el sentido de que alcanzan una comprensión parcial, primero sin reproducción correcta, y luego con ella:

Bot (5; 6). N N V, A N A, A R R: siempre correcto, pero el sujeto no logra construir series de 3 elementos en las que el único lleve la cruz. Recomenzamos: N N R (correcto). —¿Cómo haces para adivinar? (No sabe qué responder). (A C A: toma C, dos veces seguidas). —¿Por qué eliges éste? —*Porque hay dos más.* —¿Y ahora? (N R N: toma R). —*Porque hay dos negros.* —¿Y ahora? (C C V C C C). (Toma V). —*Porque no hay más que un verde.* Bot ha tomado pues desde el principio el elemento único y ha encontrado la cruz. Repite pues el procedi-

[3] Las letras N, C, A, V, R, representan los colores negro, celeste (colocamos "celeste" en vez del original "azul" para poder reservar la inicial "A" para "amarillo" y salvar así la ambigüedad que no presenta el francés), amarillo, verde, rojo. (N. del T.).

miento, pero sin comprenderlo, ya que no puede reproducir el sistema. Descubre por fin la razón, pero sin duda por simple descripción de la figura, sin que pueda evocar un esquema de clase.

Mat (6; 8). A R A: toma R. —¿Por qué? —*Pensé que sería un rojo.* —¿Y aquí? (N C C). (Toma N). —¿A N A? (Indica A 1, luego N). —¿V R V? (Muestra R). —¿Por qué? —*Yo hago así...* —¿V A A? (Indica A 2, luego V). —¿Cómo lo has adivinado? —*No sé.* —¿C C A C C C? (Toma A). —¿Cómo lo supiste? —*No lo sé.* —¿Y aquí? (N N N N R N). —*Este* (R). —¿Por qué? —*No sé cómo lo hago.* Reproducción: A A A, con cruz bajo A 2. —¿Puedes hacerlo que sea más fácil? (Coloca N C N con cruz bajo C). —*Puse colores diferentes, uno celeste y dos negros.* Luego construye C N C, con cruz bajo N. —¿Por qué en ésta? —*Porque no son todos del mismo color.*

El gran interés de estos casos se cifra en que nos muestran la posibilidad de un aprendizaje sin comprensión total del esquema clasificatorio. Así Mor, que desde el cuarto ensayo ubica el elemento único, cree hasta el final orientarse por las posiciones, y sus reproducciones tienen simultáneamente en cuenta los dos factores; curiosamente, el segundo es el único consciente, pero no desempeña un papel efectivo, y el primero es el bien observado, aunque inconscientemente. Aga pretende haber comprendido el truco, pero no sabe reproducir el sistema. Rey lo reproduce bien, pero pretende que los elementos que llevan cruz son simplemente del mismo color. En cuanto a los casos intermediarios, Bot cae por casualidad de entrada sobre la especie única, y se mantiene fiel a ella hasta el final, pero no sabe reproducir el sistema, y no formula su principio sino al término de la prueba. En cuanto a Mat, logra bastante rápido la clave del sistema y lo reproduce correctamente, pero lo formula sin generalidad.
No es éste el lugar de hacer la teoría de tal aprendizaje, en el que sin duda interviene un contraste perceptivo con transferencia de una serie a la otra, reforzada por el éxito. Lo importante para nosotros es destacar que el esquema sensomotriz y figurativo así construido independientemente de la reflexión lógica subsiste durante todo el estadio de las colecciones no figurales (lo que no excluye, como lo hemos visto ya en el cap. III, la intervención de factores intuitivos o figurativos en la solución de los problemas). Los ejemplos del estadio III A que citaremos ahora, y que corresponden al de las clasificaciones jerárquicas y los comienzos de la inclusión (con algunos casos anteriores a los 7 años, como en las preguntas de inclusión: cap. 4, § 1, cuadro IV), van a demostrarnos la diferencia con las reacciones precedentes:

Dom (5; 6). A C A: toma A, luego C; A C C, C C R: toma inmediatamente A y R. —¿Por qué? —*Porque yo sabía. Pensé...* —(N C C). (Toma N). —¿Por qué? —*Pensé.* Reproducción: R A A con cruz bajo R, luego R N N, C A A, etc. (correcto). —¿Cómo lo haces? —*Cada vez pongo la cruz aquí* (elemento único) *y no debajo de los otros.*

Cra (6; 11). —(R C C). —*Aquí* (R). —(V V N). —*Aquí* (N), *porque es de otro color.* —(A R R). —*La roja; no, la amarilla, porque siempre es de otro color.*

Reproducción exacta: N R N y A C A, con cruz bajo R y C. Seis elementos (3 C, V y 2 C): indica V, "*porque es de color distinto que los demás*". 5 A y R: indica R.

Ali (7; 7). A V A: toma A 1, luego V. N R R: toma N, A A R: toma A 2 y luego R; N R N N N N: toma R. —¿Es más fácil? —*Sí; porque hay más negros y un rojo.* —(C C C C A C). —*El amarillo, porque sólo hay un amarillo.* Reproducción correcta con 6 y con 3: "*Hay dos colores iguales y el otro es distinto*".

Lem (7; 11). Correcto. "*Siempre es de otro color*".
Wil (8; 3). A C A, V C C, R N N y A V A: indica C, V, R y V. —¿Por qué? —*Porque es el único verde.* —(5 A y 1 R). —*Es el rojo, porque los demás son amarillos.* —¿Qué es más fácil de adivinar, éste o A R A? —*Es lo mismo, porque son todos amarillos, salvo uno.*

Dan (8; 4). Correcto, porque "*no hay más que un color*". Reproducción lograda.

Lac (8; 6). "*Usted había puesto sólo un negro, y todo el resto era amarillo. ¡Esta vez todos son amarillos y hay un solo verde!*". Reproducción correcta.

Lor (9; 0). Algunos tanteos, luego: "*Los que tienen el mismo color no tienen cruz, y los que no son del mismo color sí tienen*".

Gil (9; 2): "*Porque está solo. Lo entendí enseguida*".

Cog (9; 5). "*Porque no hay más que uno de un solo color*", "*porque está solo*".

Riv (9; 5): —*Es el verde.* —¿Cómo lo supiste? (Alza los hombros intrigado). —¿Y aquí (A R A)? —*Es el rojo, porque siempre* (¡es el segundo ensayo...!) *hay uno que es de otro color.*

Zep (9; 6): "*¡Siempre es el de otro color!*". "*Todos son negros y el amarillo es distinto*".

Mos (9; 9): "*Hay que tomar siempre el que está solo*".

Reconocemos aquí de entrada el esquematismo de las clases o de las operaciones clasificadoras, y no sólo de las colecciones (figurales o no figurales, pero con utilización de factores figurativos) en el hecho de que el sujeto enuncia una ley y la generaliza en "siempre" (ejemplos: Cra, Lem, Riv, Zep, Mos, etc.). El caso más bonito es el de Riv, que desde el segundo ensayo concluye a "siempre". Está claro pues que interviene aquí un mecanismo de inclusión, ya que este "siempre" es el enunciado de una ley, que bien se puede formular como lo hace Wil: "todos salvo uno".
Ahora bien, este resultado es tanto más interesante cuanto que el mecanismo clasificador utilizado por los sujetos de ese nivel es relativamente complejo: como las pruebas sucesivas hacen variar cada vez las cualidades en juego (los colores de los elementos mayoritarios y el del elemento único), se trata no sólo de clasificar los elementos en A y A', sino de transportar esa clasificación una serie de veces: A_1 y A'_1; A_2 y A'_2, etc. Interviene pues una especie de vicariancia generalizada, no entre los mismos elementos, sino entre elementos que se suceden en el interior de un mismo marco, que es lo único constante.

Los argumentos invocados por el niño se fundan pues sobre una relación de alteridad entre *A* y *A'*, según las dos posibilidades siguientes:
1) La clase primaria *A* es la clase singular, y la clase secundaria *A'* está constituida por "los demás": por ejemplo, un negro y "todo lo demás" (Lac), "es el rojo (*A*), y los demás (*A'*) son amarillos" (Wil).
2) La clase primaria *A* está formada por los elementos múltiples, y la clase secundaria *A'* se reduce a la clase singular. Es el caso más frecuente: Cra, Ali, Lem, Lor, Riv y Zep.
Resulta pues evidente que, en el nivel en que la "especie única" es estructurada por operaciones clasificadoras, la clase singular hace intervenir una complementaridad sistemática, ya se conciba a esta clase como primaria o ya —especialmente— como secundaria. Esta complementaridad se caracteriza por el enunciado de una relación de alteridad, "los demás", "difieren" (Zep) en general en forma positiva, pero a veces en forma negativa ("no del mismo color", Lor).
Quedan por decir dos palabras sobre el estadio III B de 10 a 12 años, que, cosa curiosa, marca una regresión con respecto al estadio precedente, del que sin embargo no forma sino un sub-estadio. Esta regresión carece de interés desde el punto de vista de los mecanismos clasificadores, y no se debe sino a la anticipación, por el sujeto, de un "truco" más complicado que el que usamos. Pero es importante señalar esta regresión, que falsearía las estadísticas si no se la tuviera en cuenta:

Bal (10; 2). A N N: toma N 2, luego A; R C R: toma R 2, luego R 1, luego C; C R R: toma R 2, luego C. —¿Cómo lo haces? —*Así nomás, al azar.* N V N: N 2, luego V; A A V: toma V. —¿Por qué? —*Ya se lo dije, todavía no me he dado cuenta del truco.* Reproducción: una serie de ensayos incorrectos, luego N V N con cruz bajo V: —*¡Ah! Tendrá que ser el de un solo color...*

Fre (11; 0). A R R: toma A; N N R: toma N 1, luego N 2, luego R; C A A; toma A 1, luego A 2, luego C, etc., y enuncia una ley: "*Entonces es una vez de cada lado y luego en el medio...*". Como la continuación de las series no confirma su ley, busca otra ley de posición. Finalmente: "*¡Ah! Era porque no había más que uno...*".

Vemos que Bal busca una ley comenzando cinco veces por el último elemento de la serie, luego continuando por el primero, y por el del medio, aunque pretende actuar al azar. Fre busca igualmente una ley de posición, pero la formula antes de comprobar su falsedad. Sólo después de haber examinado esas hipótesis llegan los sujetos a la más simple, que es la verdadera. Este sub-estadio marca pues simplemente un progreso en la dirección de las combinaciones posibles, y por lo tanto de la movilidad de las hipótesis, pero, repetimos, sin que el carácter general de la inteligencia, que interesa sin duda a las clasificaciones jerárquicas (ver cap. IV, § 2) desempeñe un papel (salvo para complicarla) en la solución del problema limitado de la especie única, que es el que estamos examinando aquí.

§ 2. EL PAPEL DEL NUMERO Y DE LA CLASE SINGULAR EN LAS CLASIFICACIONES

Los sondeos cuyos resultados presentaremos brevemente aquí, perseguían un doble fin: averiguar si el niño de los diferentes niveles estudiados utiliza en sus clasificaciones las clases singulares en el mismo sentido que las demás, y, de un modo más general, determinar si las disimetrías numéricas desempeñan algún papel en la formación de las clases.

I. El primero de estos problemas se remite al que hemos discutido ya a propósito de la "especie única", pero lo sitúa esta vez en un contexto de clasificación espontánea y no ya en un contexto de problema práctico que debe ser resuelto. Para lograrlo, presentamos al niño 4 grandes cuadrados azules (5 cm. de lado), cuatro pequeños cuadrados azules (2,5 cm de lado), 3 grandes discos azules (5 cm. de diámetro) y 3 pequeños discos azules (2,5 cm. de diámetro), y un gran disco rojo (5 cm. de diámetro), completando el conjunto de los discos grandes pero con un color no representado en los demás elementos. Las etapas de la interrogación son las siguientes: 1) Se pide al niño que clasifique esos elementos como le parezca. 1 bis) Si no lo ha realizado ya, se le obliga a clasificar esos elementos en forma dicotómica. 2) Se sugiere al niño que construya una segunda clasificación dicotómica según un nuevo criterio. 3) Se le pide que establezca otra clasificación, según un tercer criterio posible. 4) Finalmente se agrega un cuadrado grande, un cuadrado pequeño y un disco pequeño, los tres rojos, y se le pide que clasifique todo.

Se trata, pues, de hecho, de establecer si el niño tiene en cuenta el color en una de sus clasificaciones 1, 2 ó 3, lo que significaría que ha construido una clase singular valiéndose del gran disco rojo. Es importante recordar aquí que los niños tienen en cuenta —en frecuencias sensiblemente iguales— la forma y el color, mientras que el tamaño no es utilizado sino más tarde. La posibilidad de que el sujeto clasifique según el color (independientemente de la necesidad de construir una clase singular) es pues la misma para las clasificaciones 1 y 2, mientras que si elige la forma antes de utilizar el color, es porque interviene un nuevo factor, el rechazo de la existencia de las clases singulares. Además, el agregado de nuevos elementos rojos debería normalmente provocar la formación de numerosas clasificaciones de acuerdo al color: si no ocurre esto, es porque la inhibición creada por la situación de admitir la clase singular dura todavía después que se ha suprimido tal situación, o que la actitud que desdeña el color se mantiene por simple perseveración.

Ahora bien, a pesar del bajo número de sujetos (36, de 5 a 9 años), los resultados fueron bastante netos. Las clasificaciones espontáneas tipo 1) arrojaron 22 clasificaciones según la forma, 3 según el tamaño, 1 según el color, 4 objetos complejos (5-6 años) y 6 conductas no clasificadoras. La primera clasificación dicotómica (1 bis) arrojó 28 clasificaciones según la

forma, 4 según el tamaño, 1 según el color, y 3 fracasos. La segunda clasificación dicotómica —tipo 2— arrojó 17 clasificaciones según el tamaño, 4 según la forma, 1 según el color, 6 objetos complejos y 8 fracasos. La tercera clasificación dicotómica arrojó 5 clasificaciones según el color (pero sólo a los 7-9 años), 6 según el tamaño, y el resto repartido entre objetos complejos y fracasos. En cuanto al resultado del agregado de nuevos elementos rojos, provoca tantos rechazos de clases según el color como aceptaciones.

Parece claro, pues, que existe una fuerte tendencia a evitar las clases singulares, y que su construcción comienza hacia los 7-8 años, y no antes. Analicemos ahora los datos cualitativos proporcionados por el examen clínico, que confirman lo que acabamos de suponer.

La actitud más frecuente entre los sujetos del estadio I (con residuos de objetos complejos) consiste en desdeñar el elemento único —el disco rojo— en tanto es el único de su especie, y en tratarlo como si fuera un disco como los otros, o bien un disco azul:

Kna (5; 3) coloca todos los cuadrados en el casillero de la derecha, los pequeños en la parte superior y los grandes en la parte inferior, y todos los discos en el casillero de la izquierda, según la misma disposición, y mezclando el rojo a los tres grandes azules: —*Son todos los redondeles y todos los cuadrados.* —¿Se pueden mezclar todos esos redondeles, quedan bien juntos? —*Sí* —¿Tienes otra idea? (Después de haber alineado los cuadrados, primero los grandes y luego los pequeños, frente a otra hilera de discos, primero los grandes y luego los pequeños, Kna coloca todos los grandes —discos y cuadrados— a la izquierda y todos los pequeños a la derecha, sin ocuparse tampoco del disco rojo).

Le pedimos un tercer ordenamiento, que origina un objeto complejo (discos y cuadrados mezclados en figuras de conjunto), sin posición privilegiada para el disco rojo. Finalmente, agregamos los nuevos elementos rojos, y Kna construye un nuevo objeto complejo, pero haciendo alternar los grupos de azules y de rojos. El experimentador coloca los azules en un casillero y los rojos en otro. —¿Queda bien así? —*Sí; todos los azules, y allá todos los rojos.*

Spa (5; 10) clasifica según la forma "*porque aquí son todos redondos y allá todos cuadrados*". Le pedimos una nueva clasificación y Spa recomienza según la forma. —No, tienes que encontrar otra forma de hacerlo. ¿Por qué los has puesto así? —*Los redondeles chiquitos, los cuadrados chiquitos, los cuadrados grandes, son todos del mismo color, los redondeles grandes son todos del mismo color, pero hay uno rojo.* (Spa se ha fijado en el elemento único, pero decide ignorarlo como tal). —Bueno, hazlo ahora de otra manera. (Spa clasifica correctamente según el tamaño). —*Puse todos los grandes de un lado y todos los chicos del otro.* —¿Se parecen? —*El redondel rojo no se parece.* —Busca entonces otra manera de clasificarlos. (Clasifica de nuevo de acuerdo al tamaño). —¿Qué has hecho de nuevo? —*Es como antes, salvo el redondel rojo* (parece querer decir "salvo que no sé qué hacer con el redondel rojo"). —Prueba entonces de otro modo. (Clasifica nuevamente según la forma). —¿Qué has hecho? —*Como al principio.* Tratamos de sugerirle una clasificación por el color, pero Spa se resiste: "*Los azules no van muy bien, pero van un poco, porque son todos del mismo color*". En cuanto al disco rojo, "*no se los puede clasificar* (a las fichas,

según el color) *bien, porque no hay más que uno* (rojo)". Por el contrario, cuando se agregan los elementos rojos, Spa acepta la clasificación por colores.

Bur (6; 1) clasifica por la forma, luego por el tamaño, ignorando el disco rojo. Cuando se agregan nuevos elementos rojos, comienza por una figura compleja con alternancia de colores, y luego acepta (aunque por sugestión) la clasificación por colores. Retomamos el material inicial, y le proponemos los azules a la izquierda y el disco rojo a la derecha: —¿Queda bien? —*No; no hay más que uno.* Agregamos un segundo elemento rojo). —¿Y así? —*No; todavía no hay bastantes.* (Agregamos un tercero). —¿Y así? —*Tampoco.* —¿Cuántos harían falta? (Bur cuenta los demás). —*Nueve.*

Los sujetos siguientes, algo más evolucionados (estadio II) se entregan espontáneamente a una clasificación por el color, apenas agregamos elementos rojos, pero sólo entonces:

Mil (6; 10) comienza por la forma, luego por el tamaño, pero no encuentra una tercera forma de hacerlo. Le agregamos entonces un cuadrado rojo, y coloca en el casillero de la derecha un disco y un cuadrado azules y en el de la izquirda el disco y el cuadrado rojos. Cuando le pedimos que agregue los elementos no clasificados, vuelve al criterio forma.

Fon (7; 3) clasifica por la forma y luego por el tamaño, pero busca en vano un tercer criterio. Cuando agregamos los elementos rojos, clasifica por el color. —¿Por qué no lo hiciste antes? —*No sé.*

Jac (7; 9). Idénticas reacciones. —¿Por qué no lo hiciste antes? —*No sé, no se me ocurrió. No había visto.*

Guy (8; 4). Iguales reacciones. —¿Por qué no antes? —*Porque no tenía bastantes rojos.* Quitamos los elementos agregados, y Guy juzga que la clasificación por colores ya no cuadra "*porque allí* (1 rojo) *no hay bastantes y allí* (15 azules) *hay muchos*".

Las razones invocadas por los sujetos para ignorar expresamente el disco rojo son bien claras: clasificar consiste en construir colecciones, y un disco rojo no constituye por sí solo una colección. Así como los sujetos de los estadios I y II lograban a veces resolver el problema de la "especie única" pero gracias a un esquema figurativo y sin completarlo por un esquema clasificador, del mismo modo rehusan aquí construir clases o colecciones singulares. Por el contrario, así como los sujetos de 7 años (al menos en sus dos tercios) y de 8-9 años justificaban su solución, en lo tocante a la especie única, recurriendo a la complementaridad y a la alteridad, extendidas al caso de la clase singular, del mismo modo constataremos, en las reacciones de 7 a 9 años, una actitud de generalización bien diferente de la de los sujetos precedentes:

Urs (6; 11) es uno de los sujetos que clasifican por el color desde el segundo ensayo. Comienza por la forma, luego: —¿Puedes encontrar otra manera? (Coloca todos los azules a la derecha y el disco rojo a la izquierda). —*Puse los* (!) *rojos en una caja y los azules en otra.* Luego utiliza el criterio tamaño.

Iso (7; 4) y *Sel* (7; 4), etc. Igual reacción, pero de acuerdo a la forma y al tamaño.

Lil (8; 4) "*Porque éstos son azules y aquél rojo*".

Am (8; 7) "*Los azules juntos, y el rojo del otro lado*".

Roc (8; 10) "*Puse juntos los azules y el rojo aparte*".

Fab (8; 11) comienza espontáneamente por el color: "*Puse los* (!) *rojos aquí y todos los demás en la segunda caja*".

Para estos sujetos pues, la complementaridad prima sobre la extensión numérica. Algunos de ellos (Urs y Fab) llaman incluso "los rojos" a la clase singular formada por el disco rojo, estimando con razón que si éste es el único en su especie esto no deriva de sus cualidades en comprehensión sino de una elección contingente en el material utilizado.

I bis. Señalemos aun que hemos tratado de controlar esta resistencia a la clase singular por un método análogo pero sobre contenidos diferentes, ya que al nivel de las operaciones concretas la forma no es disociable del contenido.

Se presentan seis personajes, tres damas, dos hombres y un niño, en cartón movible. Como el análisis de las matrices multiplicativas sobre personajes nos mostró ya (ver cap. VI, § 4) que las clasificaciones por sexo y edad presentan dificultades sensiblemente iguales, tendríamos que encontrar aquí los dos tipos de clasificación con repartición equivalente, si el niño no constituyera una clase singular. Pues bien, a los 7-8 años, sobre 20 sujetos, encontramos todavía en las clasificaciones espontáneas iniciales 10 clasificaciones por el sexo, ninguna por la edad, y diez conjuntos funcionales (padres e hijos, etc.). La clasificación dicotómica obligada arroja 15 clasificaciones por el sexo y ninguna por la edad, mientras que entre los 9 y 10 años se encuentran dos sobre siete. Cuando agregamos dos niñas (lo que no convierte en simétrica, desde el punto de vista del número, la clasificación por edades, pero suprime al menos la clase singular) encontramos en cambio más éxitos que rechazos.

Por el contrario, si se elige como material cinco animales y una planta (en este caso la clase singular es mucho más heterogénea con respecto a su complementaria que en el caso de las formas geométricas o personajes), se encuentra a los 7-8 años que un tercio de estos sujetos clasifica espontáneamente en animales (ratón, jirafa, dos pájaros y un caracol) y plantas (un solo tulipán), un tercio lo consigue sólo después de que se agregan otras plantas, y un tercio rechaza la dicotomía, a causa de las oposiciones habituales: caminar y volar, etc. A los 9-10 años, dos tercios de los sujetos oponen espontáneamente los animales al tulipán.

Estos dos sondeos, a más de mostrar, como era previsible, que la aceptación de la clase singular depende en una gran medida del contenido de la clasificación, confirma la existencia de una resistencia a construir tales clases.

II. En lo que se refiere al papel del número de los elementos a clasificar, según que una de las clases de una dicotomía contenga un número de in-

dividuos igual al de la otra clase o contenga el doble, no hemos notado influencias de consideración. El material utilizado ha sido el de las formas geométricas con coloración de los objetos, como en I, presentando 16 cuadrados contra 8 discos, de los cuales 5 elementos son de tamaño grande (5 cm. de lado o de diámetro) y 12 de tamaño pequeño (2,5 cm.), y 12 elementos rojos contra 12 azules. Se trataba de ver si la clasificación por la forma se veía desfavorecida a causa de la disimetría numérica (recordemos que en general las clasificaciones por la forma y el color son de nivel equivalente, mientras que la clasificación por el tamaño es, término medio, más tardía).

§ 3. LA CLASE "SECUNDARIA" EN EL CASO DE LAS DICOTOMIAS OBLIGADAS

Después de haber constatado que la clase singular, una vez admitida, daba lugar a una complementaridad propiamente dicha, fundada sobre la alteridad (éste y "los demás"), y después de haber verificado que, aparte de la oposición entre uno y muchos, el número de los elementos no desempeña un papel significativo en las clasificaciones que hacen los niños, conviene que abordemos ahora los problemas centrales de la complementaridad en general y de la negación. Comenzaremos por las "complementaridades de primera especie", planteando el problema de la siguiente manera.

Sea B una clase incluyente y A (o A') la clase incluida en B que se define por el género B y la diferencia específica a (o A_1). Existe, pues, si A no se confunde con B, una clase A' ($= B - A$) que puede definirse positivamente por sus caracteres propios (en tal caso $A' = A_2$ definida por la diferencia específica a_2,[4] pero que puede también definirse negativamente o por su simple complementaridad bajo B (A' = los B no-A). En este último caso, existirá entre los A' y los A una relación que llamaremos "alteridad" ($= a'$), relación que significa que los A', si bien presentan el carácter genérico b de todos los B, son al mismo tiempo distintos ("otros") de los A o "diferentes" de ellos, etc., y esta propiedad de "ser otros" es

[4] El carácter a_2 será, por ejemplo, el de los "discos" por oposición al de los "cuadrados" (a_1). En este caso, los "discos" A_2 constituyen una clase secundaria A'_2 en relación con los cuadrados A_1, pero los cuadrados A_1 constituyen ellos también una clase secundaria A'_1 con relación a los discos A_2.

evidentemente relativa a los *A* y a su propiedad a (o a_1). Diremos pues que existe una conciencia de la clase "secundaria" cuando el sujeto es capaz de agrupar los elementos en *A'* en función de *B* y de *A* (o sea $A' = B - A$) y cuando domina las relaciones de complementaridad (en extensión) y de alteridad (en comprehensión).

El problema que nos planteamos es pues el de determinar las relaciones entre la clase secundaria y la inclusión. Por supuesto que la clase secundaria, en el sentido en que acabamos de definirla, supone la inclusión, ya que es relativa a la inclusión de *A* en *B* y a la operación inversa $B - A = A'$. Pero, por un lado, ya hemos visto (en el cap. IV, § 1 y 2, preguntas III C y D, cuadros V y VII) que es mucho más fácil para un niño comprender que si se cortan todas las primaveras *A* quedan aún flores *B*, o que si se cortan todas las flores *B* no quedan más primaveras *A*, que comprender la relación cuantitativa entre las extensiones $B > A$, "hay (en el campo o aun en este ramo) más flores que primaveras". Existe pues una especie de equivalente intuitivo o figural de la complementaridad, que precede al manejo operatorio de la inclusión. Por otro lado, y éste es nuestro problema actual, podemos preguntarnos si no existe igualmente una especie de alteridad intuitiva o preoperatoria que se traduciría en las palabras "los demás" (que corresponden al complementario preoperatorio expresado en "el resto"), y que precedería igualmente al manejo de la inclusión. En síntesis, se trata ahora de describir las etapas del desarrollo de la clase secundaria para determinar cuáles son los caracteres anteriores al mecanismo de la inclusión y de qué modo éste permite que culmine su formación.

Nos hemos servido de dos tipos de dispositivos. El material I ya utilizado a propósito de la inclusión (cap. IV, parágrafo 1) consistía en tarjetas que representaban: primaveras (de varios colores), un pensamiento, una rosa, un tulipán y un muguet. Cuando se le pedía al niño que repartiera esos elementos según una dicotomía, éste podía elegir entre A = las primaveras y A' = las demás flores. Usamos además un material compuesto de varias manzanas, una o dos peras, un par de cerezas, una banana, un melón, un racimo de uvas, una naranja, etc.: el niño no podía pues clasificar en *A* las manzanas y en *A'* las demás frutas. Una vez que se obtiene la clasificación, se introduce, durante la experiencia, una serie de frutas distintas, lo cual permite ciertas observaciones interesantes: para algunos niños, cualquier fruta es aceptable en la clase secundaria, ya que se trata de "otras" que las manzanas, mientras que muchos niños se niegan a admitir estas integraciones porque los nuevos elementos no están representados en la clase inicial *A'*.

El interrogatorio comporta las siguientes fases: 1) Se pide primero una repartición dicotómica bajo una forma o bien muy general ("¿quieres hacerme un montón con todo esto?") o bien más precisa ("¿quieres hacer dos montones, colocando junto lo que queda bien junto?" o bien "aquí hay figuras que van bien juntas, ¿quieres ponerlas en dos montones?"). Se piden las razones de la repartición. 2) Se pueden agregar a continuación nuevos elementos, o por el contrario limitar el material: dos manzanas y

otras frutas, un ejemplar de cada una, cuatro manzanas y cuatro frutas distintas (pera, uva, cereza, melón). 3) Como control, se puede también hacer el material con una manzana y varias peras, etc. 4) Una vez clasificado el material inicial, se pregunta al niño qué hay que escribir en la primera caja para designar su contenido (primaveras o manzanas) y lo mismo en la segunda, prohibiéndole toda enumeración y obligándolo a limitarse a una o dos palabras.

Conviene destacar que si queremos estudiar, como nos lo proponemos, el desarrollo de las complementaridades y de las alteridades, nos veremos obligados a utilizar un método de dicotomía obligada, que no corresponde necesariamente a las tendencias espontáneas del niño. Pero a pesar de este inconveniente, el método tiene sus ventajas. Permite en primer lugar establecer si la dicotomía obligada desemboca inmediatamente en una clasificación, o simplemente en una repartición arbitraria con elementos semejantes en las dos cajas (o en una repartición no exhaustiva). Sobre todo, permite —en caso de que haya clasificación— constatar si las dos clases establecidas son definidas ambas positivamente o una positivamente y la otra negativamente. En este último caso, se trata de establecer cuidadosamente si esta definición negativa es relativa a la clase caracterizada por sus propiedades positivas. Finalmente, es importante —aunque sea una tarea generalmente difícil— precisar en cada caso si las definiciones de las clases A y A' son relativas al todo B o si el todo es desdeñado.

Dicho esto, sobre 63 sujetos de 5 a 10 años, no encontramos sino 7, y dos de ellos eran retardados, de 6; 9 y 6; 10, que se mostraron refractarios a la dicotomía. Es inútil volver aquí sobre las reacciones primitivas que remiten a las colecciones figurales (alineamientos: ver cap. I) y a los pequeños conjuntos yuxtapuestos que marcan el comienzo de las colecciones figurales (cap. II, § 2). Cuando se obliga a los sujetos de este nivel a una dicotomía, construyen una cualquiera, sin respetar las leyes de la clasificación (cap. II, § 1), es decir que la dicotomía o bien no es exhaustiva, o bien contiene elementos semejantes en ambas colecciones (por ejemplo, en una manzanas, uva, el limón y el melón, y en otra manzanas, cerezas, la banana y la pera).

Si examinamos ahora los casos de 5-6 años (estadio II) que aceptan la dicotomía, encontramos dos grupos de sujetos: los que reparten más o menos rápidamente el todo en dos colecciones, una de las cuales es definida positivamente y la otra negativamente (comienzos de alteridad) y los que buscan una definición positiva para las dos colecciones, o por lo menos no logran caracterizar la segunda de modo negativo o por alteridad. El primer grupo, al que volveremos en seguida, parece más evolucionado, ya que está ligado por todas las transiciones a los sujetos que logran concebir las complementaridades y las clases secundarias de modo operatorio (en función de las inclusiones). En cuanto al segundo grupo, sería en consecuencia el más primitivo, no sólo por faltarle continuidad con el estadio III, sino porque las reacciones siguen siendo intermediarias entre las pequeñas colecciones yuxtapuestas y la dicotomía. Comenzaremos pues por el examen de este segundo grupo:

Reb (5; 8) comienza por tres pequeñas colecciones de primaveras amarillas. Cuando le pedimos dos montones, las junta todas y coloca las demás flores en un segundo montón. —¿Qué hay que escribir en esas cajas? —*Aquí "primaveras" y aquí... no sé qué queda aquí, una rosa, un pensamiento, un tulipán...* —¿Si hubiera que decirlo en una sola palabra? —*Tal vez "tulipanes"*. —¿Pero si buscamos una rosa? —*Entonces "flores"*. —¿Se podría poner una primavera en la caja de las flores? —*Sí... no.* —Y esta anémona, ¿dónde la pondríamos? (La coloca con las primaveras, luego:) —*Tal vez sola.*

Frutas: primero un conjunto de peras y manzanas, luego tres montones: 1) peras y manzanas, 2) limón, 3) el resto.

Ver (6; 1). Dos montones: 1) La margarita rosada y las primaveras rosadas, 2) las demás primaveras, la rosa, etc. —¿Quedan bien? —*No* (coloca todas las primaveras juntas, y el resto aparte). —¿Qué hay que escribir en estas cajas? —*Aquí "primaveras"*. —¿Y aquí? —*Rosas, margaritas...* —¿Y si hubiera que escribir sólo una palabra? —*Margaritas.*

Mau (6; 3) procede primero por parejas, luego coloca juntas las primaveras, y el resto en 2. Escribe "primaveras" en la primera caja, y no quiere poner sino una enumeración en la segunda.

Frutas: 1) Cerezas, manzanas, fresas, 2) las demás frutas y las manzanas verdes y amarillas. —¿Por qué éstas (caja 1) juntas? —*Porque son rojas.* —¿Y si agrego una naranja? —*En el segundo montón, porque no hay frutas rojas* (en 1), *porque hay más amarillas* (que de otros colores en 2).

Por supuesto que estos sujetos obedecen a una sana inspiración cuando tratan de definir por sus caracteres positivos la segunda colección que construyen, tanto como la primera. Es pues artificial, como lo hemos notado, obligar al niño a una dicotomía cuando no se siente llevado por sí mismo a hacerla. Pero si el sujeto acepta esta consigna, es perfectamente legítimo preguntarse cómo definirá la clase residual, y si es capaz de enunciar el hecho de que sus dos únicos caracteres generales son a) el estar compuesta de flores o de frutas, pero b) de flores que no son primaveras o de frutas que no son manzanas ni peras. Aun si el problema es un poco formal (aunque, repitámoslo, es necesario plantearlo si queremos estudiar el desarrollo de la complementaridad), la respuesta no tiene con todo nada de raro, y la prueba está en que los sujetos del estadio III la dan espontáneamente.

Ahora bien, resulta interesante constatar que los sujetos que no proporcionan esta respuesta, y por lo tanto no definen la segunda clase con referencia a la primera, son los que experimentan dificultades para seguir la consigna de la dicotomía, y los que admiten definir la segunda clase ya sea por el género solo ("flores", dice Reb) sin ver que se aplica entonces también a la primera clase, ya sea por un elemento solo ("margaritas", dice Cer), ya sea por una cualidad dominante pero no general ("más amarillas", dice Mau). Estas reacciones están aún muy alejadas de la inclusión, y nos damos cuenta de ello especialmente en el hecho de que la pregunta más fácil (que por esta razón no fue planteada al principio), que consiste

en definir la clase total una vez reunidas las dos colecciones construidas por el niño, ni siquiera resulta siempre correctamente "todas las flores" (B. G. 6; 10) o "frutas" (J. P. 6; 2), otros continúan invocando sólo una especie representativa: "peras" (E. V. 6; 9), "banana" (P. J. 6; 2) o la especie y el género reunidos sin inclusión "manzanas y frutas".
A partir de 5; 11, vemos aparecer por el contrario dicotomías que implican una primera colección formada por los elementos más numerosos y una segunda colección definida por referencia a la primera, ya explícitamente ("las demás", etc.) ya implícitamente ("una mezcla", por oposición a la clase heterogénea). Se trata pues de analizar cuidadosamente esos comienzos de alteridad, que preceden así a la aparición de la inclusión:

Gub (5; 11) coloca primero en 1 las primaveras, salvo una, y un pensamiento amarillo, y en 2 el resto y una primavera amarilla, luego corrige, agrupando todas las primaveras en 1 y el resto en 2. —¿Por qué haces así? —*Es lo mismo aquí* (señala 1), *son primaveras.* —¿Y allí? —*Son las demás.* —Si pusiéramos un nombre en estas cajas, ¿qué habría que poner? —*Primaveras, y en la otra... las demás.* —Si agrego una margarita, ¿dónde la pondrás? —*Aquí* (caja 2). —¿Y un tulipán? —*También.* —¿Y un pensamiento? —*También.* —¿Y esto? (primavera azul). —*Aquí* (caja 1). —¿Se podrían poner las primaveras en 2? —*No.*
—¿Podrías ordenar esto de otro modo? (Gub no sabe qué hacer). —Si pusiéramos las rosas aquí (caja 1) y todo esto (mostramos el resto) aquí (caja 2), ¿qué habría que escribir sobre las cajas? —*Aquí "las rosas".* —¿Y aquí? —*No sé... ¡las demás!*
Frutas: —*Aquí puse las manzanas y aquí las demás.* —¿Y si agregamos un damasco? —*Aquí* (caja 2), *porque no es una manzana.* —¿Podrías hacerlo de otro modo? —*Sí, aquí* (1) *las peras, y allí* (2) *las demás.* —¿Y no habría otra manera? —*Sí, aquí* (1) *las uvas, y aquí* (2) *las demás.*

Obr (6; 2): —*Aquí puse las primaveras y aquí las demás flores.* —¿Y si pusieras un nombre en las cajas? —*"Caja de primaveras", y "caja de las demás flores".* —¿Y si agrego un crisantemo? —*Aquí* (2). —¿Y un junquillo? —*También*, etc. —¿Podrías arreglarlas de otro modo? —*Sí; la violeta aquí* (1) *y aquí* (2) *las demás flores.* —¿Podrías ordenar del mismo modo con cualquier flor? —*Sí.* —Y si las pusieras todas en la misma caja, ¿qué escribirías? —*Las flores.*
Frutas: —*Las manzanas en 1 y en 2 "la caja de muchas frutas".* —¿Y si agregamos cerezas? —*Podemos ponerlas aquí* (2) *porque ya hay.* —¿Y fresas? —*También* (sin embargo no están representadas). —Si las pusiéramos todas en la misma caja, ¿qué habría que escribir? —*Pondría en una manzanas y en la otra frutas.* —Y si los dos paquetes estuvieran adentro, ¿no bastaría con un solo nombre? —*Sí, frutas.* —¿Podrías ordenarlas de otra manera? —*Las peras y las demás frutas.* —¿Y si agrego una banana? —*No hay bananas ni en* (1) *ni en* (2); *habría que ponerla en otra caja.*

Pour (6; 4) coloca en 1 las primaveras "*porque son todas lo mismo*" y en 2 el resto. —¿Y si escribieras lo que hay dentro de las cajas? —*Aquí "primaveras" y aquí* (2) *"una mezcla".* —¿Y si agrego amapolas? —*En otra caja* (3) *porque es otra flor.* —¿Podríamos ponerla aquí (3)? —*No, no hay iguales aquí.* —¿Y esto (una rosa)? —*Sí, porque dentro hay otras iguales.* Por lo tanto la mezcla no es relativa sino al todo inicial.

Frutas: —*Aquí* (1) *las peras y aquí* (2) *una mezcla.* —¿Y un damasco, aquí o allá? —*No, no hay otras frutas así adentro.* —¿Y esta cereza? —*Sí, en la mezcla* [porque hay ya]. —¿Podrías ordenar de otra manera? —*Sí; aquí las manzanas y allá una mezcla.* —¿Y de otro modo? —*Dos cerezas y una mezcla, etc.* —¿Se puede hacer lo mismo con cualquier fruta? —*Sí.*

Sim (6; 6) reparte en primaveras y el resto. —¿Qué nombres? —*Aquí "primaveras" y allí "margaritas".* —¿Pero no hay más que margaritas? —*No.* —Entonces, ¿en una sola palabra? —*Las otras.* —Si agrego una amapola, ¿dónde la pondrías? —*Aquí* (2), *porque no es una primavera.*

Frutas: 1) manzanas, 2) el resto. "*Puse aquí* (2) *una de cada clase y aquí* (1) *varias que se parecen*". Pero después quiere poner un maní con las manzanas, "*porque hay muchas ahí* (2) *y aquí pocas* (1)", lo cual implica un recurso a la simetría numérica, contraria al punto de partida.

Vui (6; 6) reparte las frutas en bananas y peras en 1 y el resto en 2, porque "*aquí son todas redondas* (2) *y allá las frutas que no son redondas* (1)".

Hun (7; 6) reparte en manzanas y "frutas". —¿Una manzana va con las frutas? —*Sí, también va.* —¿Y bien? —*Aquí* (1) *las manzanas, y aquí* (2) *las demás frutas, no hay manzanas.* —¿Puedes ordenar de otro modo? —*Sí; las peras* (1) *y las frutas que no son peras* (2). Flores: —*Las primaveras y las demás flores.* —¿Y de otro modo? —*Dos rosas, y las demás flores.*

Constatamos pues dos progresos con respecto al grupo de sujetos examinado anteriormente: por un lado, el niño acepta de entrada la dicotomía del todo *B* en dos subcolecciones *A* y *A'*, y, por otro, una vez que la ha aceptado, reconoce que la única manera de definir la colección *A'* es indicando que se trata de elementos *B* que no son *A*, o sea caracterizándola por la negación de las propiedades *a* que son específicas de los *A*. Así Vui reparte las frutas en "redondas" (*A*) y "no redondas" (*A'*), y la mayoría de los sujetos hace referencia meramente a la alteridad, que es en definitiva lo mismo: Gub, Obr, Sim y Hun clasifican las flores en primaveras (*A*) y "las demás" (*A'*) y las frutas de acuerdo con el mismo principio. El sujeto Pour coloca en *A* las primaveras o las peras y en *A'* "una mezcla", pero precisando que las *A* son todas las mismas ("todos lo mismo"), mientras que las *A'* constituyen una mezcla por oposición a esta homogeneidad de las *A*, lo que supone nuevamente una forma de alteridad.
Nos encontramos así frente a un hecho muy instructivo: que la complementaridad y la alteridad se constituyen bajo una forma intuitiva o preoperatoria antes de la inclusión propiamente dicha. En efecto, no hay que creer que esos sujetos pertenezcan a un nivel avanzado y estén, a pesar de su edad, en el estadio III de las operaciones concretas. Pues bien, en distintos síntomas se advierte que olvidan el todo *B* después de haberlo dicotomizado, y que su "alteridad" es aún poco relativa. En primer lugar, el niño, después de haber repartido el todo en "los (*A*) y los demás (*A'*)" rehusa a veces a incorporar en esos "demás" elementos que no estaban representados al principio: el sujeto Obr, por ejemplo, reclama una tercera caja para la banana, porque las bananas no están representadas ni entre

las peras (*A*) ni entre "los demás frutos (*A*')". Del mismo modo, Pour quiere poner las amapolas en una tercera caja, mientras que acepta colocar una nueva rosa en *A*' "porque ya hay una así adentro". Idéntica reacción para el damasco. Sim, en presencia de elementos agregados, llega hasta a olvidar la alteridad en favor de la simetría numérica. Las reacciones muestran pues que la alteridad es todavía o bien frágil, o bien absoluta en vez de relativa, o sea cerrada de una vez por todas en función de los elementos iniciales y no abierta a cualquier agregado (error no generalizado, con todo, y que no comete, curiosamente, el más joven de los sujetos, Gub). En segundo lugar, ocurre a veces que los sujetos, en lugar de repartir correctamente el todo *B* en los *A* y los "demás *B*", por ejemplo las primaveras y "las demás flores", olvidan que el todo *B* constituye la reunión de los "*A*" y "los demás" (*A*'), y fusionan *B* y *A*'. Por ejemplo, Hun a los 7; 6, reparte todavía el todo en "manzanas y frutas", mientras que Obr usa la misma expresión para bautizar el todo después de reunir los *A* y los *A*' en una sola caja. Reconocemos en esta no conservación del todo las reacciones observadas a propósito de la cuantificación de la inclusión en el cap. IV: hay más (o tantas) *A* como *B*, porque las *A* son comparadas a las *A*' y no a las *B* iniciales (por fusión de *B* y de *A*' después de disociar *B*). Durante el estadio III, por el contrario, la complementaridad es estructurada en función de la inclusión, es decir que desde ese momento se está frente a clases secundarias en el sentido preciso de $A' = B - A$ con conservación del todo *B* e inclusión de *A* como de *A*' en *B*:

Bra (7; 4) reparte las flores en: *—Primaveras* (1) *y ahí* (2) *todas las flores salvo las primaveras.* —¿Podrías hacerlo de otro modo? *—Sí; aquí las rosas, y ahí cualquier flor salvo las rosas.* Lo mismo para las frutas: —(1) *manzanas y* (2) *la caja con frutas de todas clases.* —¿Se pueden poner mandarinas? *—Sí.* —¿Todas las frutas? *—Sí, salvo manzanas.* —¿Puedes clasificar de otro modo? *—Sí; las peras aquí* (1) *y aquí* (2) *toda clase de frutas pero no peras.* —¿Se puede agregar una banana? *—Sí; cualquier fruta salvo peras.*

Fra (7; 4) *—Las manzanas* (1) *y* (2) *las demás frutas.* —¿Y de otro modo? *—Aquí las bananas y allá las frutas que no son bananas.* —¿Y si juntamos las dos cajas? *—Las frutas.*

Fur (8; 1): *—Todas las manzanas juntas y todas las demás frutas.* —¿Y en otra forma? *—Las peras juntas, y después todas las otras frutas juntas.*

Sei (8; 6): *—Todas las grandes aquí* (1) *y aquí las demás* (2). —¿Y de otro modo? *—Las peras y las demás.* —¿Y si agrego un membrillo? *—Aquí* (2), *porque es la caja de frutas que no son peras.* —¿Y un higo? *—Aquí también, porque van las frutas que no son peras.*

Grai (10; 1): *—Aquí podemos poner todas las pequeñas y allá las demás.* —¿Y poniendo juntas las que quedan bien juntas? *—Aquí* (1) *las manzanas y allá* (2) *todas las frutas distintas de las manzanas.*

El mismo vocabulario de estos sujetos indica la síntesis de la complementaridad y de la inclusión: "todos salvo", y "cualquiera salvo" (Bra), "To-

dos los demás" (Fur), "las (*B*) sin las (*A*)" (Bea), otras tantas expresiones que marcan simultáneamente la presencia del todo *B* y la relatividad de la alteridad o de la clase secundaria *A'* en relación con la clase primaria o punto de partida *A*. Pero por supuesto, si esta síntesis de la complementaridad y de la inclusión se logra a los 7-8 años para las clases incluyentes (*B*) fuertes, como las flores y las frutas, seguirá habiendo un desajuste para las totalidades más débiles: vegetales en general, escuditos (sobre los que intentamos un sondeo), etc.

Conviene que nos preguntemos, en conclusión, cuál es entonces el sentido de estas clases secundarias, y si son susceptibles de adquirir, en determinadas situaciones, un significado funcional. En una investigación sobre 83 sujetos de 6 a 14 años tratamos de comparar los métodos ascendentes (pequeños montones elementales y reuniones progresivas) y descendentes (divisiones y dicotomías) de clasificación. El material consistió en 4 objetos inanimados y 20 seres vivos, entre ellos 4 personajes y 16 animales: 4 peces y otros 12, 4 salvajes y 4 domésticos, entre estos últimos 4 aves y 4 mamíferos. Una fuerte tendencia a asociar los objetos a los personajes (por colecciones empíricas) nos decidió a suprimir éstos.

Los dos resultados más claros de este sondeo fueron: primero, que la dicotomía no es precoz sino cada vez más frecuente en el nivel de las operaciones concretas, y segundo, que, en caso de dicotomías, la clase secundaria asume entonces un significado natural que corresponde precisamente a lo que acabamos de llamar la síntesis de la complementaridad y la inclusión.

Si seguimos la evolución de esas clases secundarias con la edad, encontramos además (sin volver sobre las alteridades preoperatorias, incluido el caso en que la colección *A'* es definida simplemente como "una mezcla") una tendencia bastante acusada a contentarse primero con simples negaciones (*A'* = las *B* que no son *A*), y después a combinar esta negación con la búsqueda de un carácter positivo (aquellas *B* que no son *A* y no tienen por lo tanto el carácter a_1 tienen por el contrario en común el carácter a_2).

He aquí dos casos representativos:

Gil (8; 8) subdivide en objetos y animales, éstos en "feroces" y domésticos, y éstos en los que viven en las casas y los que se usan en las granjas, etc. Cuando agregamos una ardilla, se siente molesto por su definición positiva: no doméstico = feroz, y lo agrega con los animales de granja. "*No es feroz, y sin embargo ¡no es tan doméstico como los demás!*".

Has (10; 0) reparte en objetos y seres vivos, éstos en animales y personas, los animales en "*todos los que caminan y todos los que están en el agua*", subdividiendo a los que caminan en "*todos los que pueden volar y todos los que pueden sólo caminar*", y éstos en "*salvajes y domésticos*".

Vemos así la combinación de los caracteres negativos y positivos: no-doméstico = salvaje o feroz, no volar = sólo caminar, etc.

§ 4. LA NEGACION

El análisis que acabamos de hacer de la clase secundaria muestra que la complementaridad precede a la inclusión y aparece bajo una forma intuitiva desde el nivel preoperatorio de las colecciones no figurales. Se plantea pues el problema de saber cuál es el significado de la negación en el niño: dada una clase o una colección *A*, la expresión no-*A*, ¿corresponde a una complementaridad en relación con "todo" (o sea a la clase *Z* más general de todo el sistema), o sólo en relación a la clase incluyente más próxima (*B*), o bien se refiere a cualquier clase de rango, *C*, *D*, etc.? Este problema presupone, cuando se lo formula así, la existencia de encajes inclusivos. Cuando éstos no existen aún (como ocurre antes del control de los mecanismos de inclusión), ¿cuál es entonces el sentido de las expresiones no-*A* (en extensión) o no-*a* (en comprehensión)?

I. Comenzamos por una investigación sobre 78 niños de 4 a 7 años, utilizando un material de 18 formas geométricas, compuestas por 3 cuadrados grandes y 3 pequeños, 3 discos grandes y 3 pequeños, 3 triángulos grandes y 3 pequeños, y cada tríada formada por un elemento azul, uno blanco y uno rojo. Las preguntas formuladas fueron las siguientes:
I (orden descendente): 1) Dame todo lo que no sean discos; 2) Dame lo que no sea discos azules; 3) Dame lo que no sea pequeños discos azules. II. Dame todo lo que no sea grande y rojo. III. 1) Dame todo salvo los... y 2)... excepto los... IV. (orden ascendente): 1) Dame todo lo que no sea pequeños triángulos (o "techitos") blancos; 2)... todo lo que no es pequeños triángulos, y 3)... lo que no sea triángulo. V. Dame un cartón que no sea nada parecido (o "lo mismo") que... VI. Si le das a X... y le das a Y..., ¿qué quedará para tí? VII. Dame todo lo que no sea verde. Además, se pide una clasificación, ya sea al principio, ya sea al final.
Examinemos en primer lugar los resultados obtenidos a propósito de la negación de una sola cualidad: no-redondo o no-triángulo (se hubiera podido pedir igualmente no-cuadrado o no-azul, etc., pero tuvimos que elegir, para no alargar demasiado el interrogatorio):

Cuadro IX. *Porcentaje de las respuestas entre 4 y 7 años, a la negación de una sola cualidad:*

	No-redondo				*No-triángulo*				*Promedios*			
Edades	*4*	*5*	*6*	*7*	*4*	*5*	*6*	*7*	*4*	*5*	*6*	*7*
(Nº de sujetos)	*(20)*	*(24)*	*(21)*	*(13)*	*(20)*	*(24)*	*(19)*	*(13)*				
No-*A*	80	64	95	100	100	70	100	100	90	67	98	100
Parte de no-*A*	5	0	0	0	0	20	0	0	2,5	10	0	0
Incomprensión[5]	15	36	5	0	0	10	0	0	7,5	23	2	0

[5] Clasificamos como "incomprensión" el caso de los sujetos que por no-*A* entregan las *A* mismas.

Constatamos así que a toda edad, cuando el niño comprende verbalmente la pregunta, se encuentra un 100 % de atribución de la negación al todo mismo (todo salvo los discos o salvo los triángulos), salvo un 20 % a los 5 años, que no considera como no-triángulos sino a los discos y no a los cuadrados, sin duda por influencia de la pregunta anterior.

En cuanto a por qué los niños de 4 años comprenden mejor la pregunta (en tanto consigna verbal, y sin relación con la acción de excluir) que los de 5 años, tal vez se deba a una selección escolar (los niños de 4 años que ya van a la escuela representan una fracción menor que la correspondiente a niños de 5 años en las mismas condiciones). Si con todo se confirmara esta superioridad aparente de los sujetos de 4 años, se debería sin duda al hecho de que los niños, al analizar menos el detalle de los elementos presentados, se limitan a indicar sincréticamente todo lo que no es redondo ni triangular, mientras que con el análisis de los detalles se le plantea al sujeto la cuestión de hasta dónde es preciso llegar con la complementaridad.

Para la negación de clases de dos cualidades A_1 x A_2 (o A_1 = redondo y A_2 = azul, y A_1 = triángulo y A_2 = pequeño), distinguiremos tres tipos de reacciones: 1) las que consideran esta negación con relación al todo (todo salvo A_1 A_2, ya sea A_1 no-A_2 o A_1 no-A_2, o ni A_2 ni A_1); las que la consideran con relación a la clase lejana (A_1 no-A_2 y ni A_1 ni A_2, o sea todo salvo azul o pequeño; y A_2 no-A_1, y ni A_1 ni A_2, o sea todo salvo redondo o triángulo); 3) las que la consideran con relación a la clase próxima A_1 no-A_2, o sea los azules no redondos o los pequeños no triángulos.

Haciendo un cuadro global de las respuestas obtenidas (preguntas I 2 y IV 2) sin tener en cuenta el detalle de las cualidades elegidas por el niño (forma, color o tamaño), obtenemos:

Cuadro X. *Porcentaje de las respuestas por la negación de las clases de dos cualidades (A_1 A_2):*

Edades (Nº de sujetos)	*4 (10)*	*5 (25)*	*6 (21)*	*7 (14)*
1) Todo salvo A_1 A_2	37	36	63	40
2) Clases lejanas	72	30	21	8
3) Clases próximas	14	40	21	67
Incomprensión	—	10	—	—

He aquí además, a título de comparación, las reacciones a la pregunta III ("Dame todo lo que no sea grande-rojo"):

Cuadro XI. *Porcentaje de las respuestas para la negación de la clase de los grandes rojos (A_1 A_2):*

Edades (Nº de sujetos)	*4 (10)*	*5 (20)*	*6 (20)*	*7 (14)*
1) Todo salvo A_1 A_2	14	20	58	25
2) Clases lejanas	72	30	21	8
3) Clases próximas	14	40	21	67
Incomprensión	—	10	—	—

En cuanto a las negaciones referentes a tres cualidades (pequeño disco azul o pequeño triángulo blanco), distinguiremos cuatro tipos de reacciones: 1) las que relacionan la negación con el todo mismo (todo lo que no es A_1 A_2 A_3 o sea las siete clases restantes del conjunto multiplicativo de 8 asociaciones)[6]; 2) las que la relacionan al todo menos una asociación (por ejemplo todo lo que no es los triángulos blancos o los discos azules, con lo cual quedan descartadas 6 asociaciones sobre 8); 3) las que la relacionan a una clase lejana de 3 a 5 asociaciones (por ejemplo todo salvo blanco, o salvo azul); 4) las que la relacionan a clases próximas de 1-2 asociaciones (por ejemplo todos los discos pequeños, salvo los azules, o los triángulos pequeños, salvo los blancos):

Cuadro XII. *Porcentaje de las negaciones de clases de tres cualidades (A_1 A_2 A_3):*

Edades	*4*	*5*	*6*	*7*	*4*	*5*	*6*	*7*	*4*	*5*	*6*	*7*
Nº de sujetos	*(10)*	*(25)*	*(21)*	*(14)*	*(10)*	*(25)*	*(21)*	*(14)*				
1) Todo salvo A_1 A_2 A_3.	14	18	72	50	30	44	68	33	22	31	70	42
2) 6 asociaciones	14	22	4	17	15	4	17	42	15	13	11	29
1 y 2) 6-7 asoc.	(28)	(40)	(76)	(67)	*(45)*	*(48)*	*(85)*	*(75)*	(37)	(44)	(81)	(71)
3) 3-5 asoc.	72	23	10	9	55	12	6	0	63	18	8	4
4) 1-2 asoc.	0	37	14	24	0	40	9	25	0	38	11	25
									(0)	(18)	(9)	(25)[7]

Comparando estos tres cuadros X a XII, constatamos ciertas regularidades: a) las negaciones en relación con las clases lejanas (marcadas con 2 en el cuadro X, y XI, y con 3 en el cuadro XII), o sea que no son relativas ni al todo ni a las clases más cercanas, disminuyen constantemente con la edad: de 50 a 16 % en el cuadro X, de 72 a 8 % para la negación de grande-rojo (cuadro XI) y de 63 a 4 % para las clases de tres cualidades. b) Recíprocamente, las negaciones con relación a las clases más próximas (lo que significa que la complementaridad utilizada por el niño es entonces la de la clase secundaria en el sentido del § 3) aumentan constantemente con la edad: de 13 a 45 % para dos cualidades, y de 14 a 67 % para los grandes-rojos (cuadro XI), y de 0 a 25 % para las clases de tres cualidades (notemos aquí que el 25 % a los 7 años se refiere exclusivamente a la clase próxima a una asociación, mientras que a los 5 y 6 años no se encuentra sino un 18 y 9 % de negaciones relativas a esta sola clase). c) La negación que se refiere al todo (todo salvo la clase no negada) da lugar a dos tipos de reacciones de distinta naturaleza: por un lado, hay aumento de ese género de negación

[6] Tenemos, en efecto, $B_1 B_2 B_3 = A_1 A_2 A_3 + A_1 A_2 A'_3 + A_1 A'_2 A_3 + A'_1 A_2 A_3 + A_1 A'_2 A'_3 + A'_1 A_2 A'_3 + A'_1 A'_2 A_3 + A'_1 A'_2 A'_3$ (donde $A' =$ no-A), o sea 8 asociaciones.

[7] Entre corchetes las negaciones relativas a una sola asociación, o sea a la clase más próxima.

a los 4-6 años, porque, contrariamente al caso fácil en que la clase considerada no presenta sino una sola cualidad, los pequeños experimentan alguna dificultad en pensar las dos o tres cualidades a la vez; por otro lado, ese género de negación disminuye de nuevo a los 7 años, no a causa de nuevas dificultades, sino en la medida en que los sujetos de este nivel estiman más importante distinguir la clase considerada de sus clases más próximas. La conclusión que se extrae de estos hechos es pues la de que la negación evoluciona en función del progreso de los encajes incluyentes. Las dos únicas formas de negación que presentan un significado general, en un sistema de inclusiones jerárquicas son, en efecto, la negación con relación a todo (= no-*A* absolutamente hablando), o la negación con relación a la clase próxima (= los *B* no-*A*, o sea la clase secundaria *A'*), mientras que la negación con relación a una clase incluyente cualquiera entre *B* y el todo *Z*, no tiene sentido sino en relación con tal problema particular que se plantea el sujeto. En el caso de la presente experiencia, en la que no se obtiene ninguna indicación sobre la intención de la negación, es pues normal que con el desarrollo progresivo de los encajes incluyentes la negación se polarice en la dirección del todo o de la clase próxima. Las negaciones intermediarias más frecuentes a los 4-5 años que en las cercanías del nivel operatorio de los 7 años, no son sino la expresión de la ausencia de clasificación jerárquica en los pequeños. Es inútil volver a dar ejemplos al respecto.

II. Una segunda investigación, más delicada, y que quedó en estado de sondeo, se refirió a un material dispar de figuras agrupadas en función de la imagen de una granja, y que comprendía a) seres humanos, b) animales, especialmente cuadrúpedos domésticos y aves, c) vegetales, con flores entre ellos, d) objetos inanimados (utensilios, útiles, etc.). Las preguntas formuladas fueron las siguientes: (con o sin las imágenes a la vista):.

1) Muéstrame (o dime) los que no son "animales". ¿Es más justo (o igualmente justo) decir que un hombrecito no es un animal o que una escalera no es un animal? Para impulsar al sujeto a proporcionar justificaciones, le hemos preguntado incluso: ¿qué queda peor, decir que un hombre es un animal o decir que lo es una escalera? ¿Por qué?

2) Muéstrame los que no sean aves (y como para la pregunta anterior, se encarece al sujeto contestar preguntándole "no habría ninguna otra cosa aún?"). ¿Es más justo (o igualmente justo) decir que un gato no es un ave o que un barril no es un ave? Etc.

3) Muéstrame lo que no sea pájaro (como para la pregunta anterior, alentamos al sujeto preguntándole: "¿alguna otra cosa además?"). Es más justo decir que un gato no es un ave o que un barril no es un ave? Etc.. .

4) Muéstrame todo salvo (o excepto) las "cosas" (u "objetos", utilizando el vocabulario del niño).

5) Muéstrame todo lo que no sea un tulipán, etc. (cf. 1 y 2).

6 ¿Hay más cosas que no son pájaros o más cosas que no son animales? (en este momento se replantea la pregunta de la cuantificación de la inclusión: ¿hay más animales o más aves?).

No insistiremos sobre las preguntas 1 a 4, que arrojaron resultados comparables a los de la negación referida a las formas geométricas, pero con un desajuste interesante, debido en parte a la estructura más débil de los encajes inclusivos en juego, y en parte, tal vez, al hecho de que se trata de reflexionar sobre la negación en lugar de actuar sin más (entregar lo que no es *x*). Comparando, en efecto, un grupo de 13 sujetos de 8 años con un grupo de 13 sujetos de 12-13 años, notamos una tendencia a relacionar la negación con la clase lejana en los primeros y con la clase próxima en los segundos. Para lo que no es un animal, 11 sujetos sobre 13 prefieren a los 8 años la clase lejana, y a los 12-13 años, 8 sobre trece prefieren la clase próxima. Para la negación de las aves, tenemos 8 sujetos sobre 13 en el primer sentido contra 11 sobre 12 en el segundo, en los mayorcitos. He aquí dos ejemplos típicos:

Hal (8; 11) muestra cualquier personaje, vegetal u objeto para "*lo que no es animal*". —Un niño me dijo que el hombrecito no es un animal y otro que la escalera no lo es. ¿Es igual de correcto, o uno tiene más razón que otro? *—El que dijo "el hombrecito" tiene menos razón.* —¿Por qué? *—"Escalera" es más justo. La escalera es de madera. El hombrecito tiene piernas: se parece más a un animal que una escalera.* —¿Y para los no-aves: una vaca o un carro (Hal ha citado esos dos términos entre los elementos invocados)? *—El que dijo "carro" tiene más razón: el carro no tiene patas, tiene ruedas. La vaca tiene patas y los pájaros también.*
Para lo que no es tulipán, es interesante destacar que Hal, al principio del interrogatorio, y sin imágenes a la vista, no cita sino flores y plantas (por referencia pues a las clases próximas). Cuando le preguntamos sin embargo qué es más correcto, etc., si decir que una vaca no es un tulipán o decir que una orquídea no lo es (él mismo ha citado las orquídeas entre los no-tulipanes), responde: *—la vaca, naturalmente. La vaca tiene menos forma de flor, Tiene cuernos y orejas. La flor no. La vaca tiene cola... ¡Ah, pero la flor también...!* —¿Y un tintero o una orquídea? *—Un tintero.* Etc.

Ros (12; 3), por el contrario, es un buen ejemplo de negación relativa a la clase próxima. —¿Es más correcto decir que el hombre no es un animal, o que no lo es la escalera? ¿O es igual de correcto? *—Las dos cosas son correctas, pero el que dijo "el hombre" estuvo mejor.* —¿Por qué? *—El hombre se parece un poco a los animales, Tiene patas. Tiene más o menos el mismo cuerpo.* —¿Qué queda peor, decir que un hombre es un animal o que una escalera es un animal? *—Peor queda que la escalera es un animal.* —¿Es justo decir que una vaca no es un ave, o que una casa no es un ave, o es igual de correcto? *—Es un poco ridículo decir que una casa no es un ave.* —¿Y la vaca? *—¡Al menos es un animal!* Para lo que no es tulipán, al principio del interrogatorio Ros no menciona sino flores, y agrega: *—Se pueden citar todas las demás flores no tulipanes.* —¿Qué es mejor, decir que un animal o que una rosa no son un tulipán? *—Las dos cosas son correctas, pero la segunda es más correcta, porque ambas son de la categoría de las flores* (sic). —¿Qué es más tonto, decir que la margarita es un tulipán o que el perro es un tulipán? *—El perro, porque es más no-tulipán* (!). —Y la margarita, ¿no es tonto? *—Sí, pero algo menos.*

Esos dos ejemplos, lo suficientemente representativo para ahorrarnos el citar más casos, iluminan plenamente el modo en que esos sujetos compren-

den la negación. Los dos están, de acuerdo, en efecto, en admitir que la negación no-A corresponde a grados diversos de diferencias: el perro, dice muy gráficamente Ros, "es más no-tulipán" que una margarita, lo que admite también Hal, cuando declara que "una vaca tiene menos forma de flor (tulipán) que una orquídea. Pero Ros concluye de ahí, como la mayoría de los niños de su edad, que la negación más útil es la que subraya esas complementaridades en relación con la clase próxima "no-A = B no-A o C no-A", mientras que Hal, con la mayoría de los niños más pequeños, piensa que la negación más fuerte es la más significativa, porque corresponde a la mayor diferencia: "no-A = Z no-A".
Esta preocupación por la clase próxima, que parece pues acrecentarse con la edad en esta situación como en la de las formas geométricas (I) resulta sin duda también del progreso de los encajes jerárquicos. Sería pues interesante plantear a los sujetos de 10-13 años la cuestión de la extensión de las clases negativas, conforme a la ley de dualidad de las redes, que vamos a examinar ahora.

§ 5. LA INCLUSION DE LAS CLASES COMPLEMENTARIAS Y LA LEY DE DUALIDAD DE LAS REDES

Sabemos que en las redes complementadas (= con complementaridad de A y de no-A bajo B, etc.), cuando un término A precede a un término B (por ejemplo está incluido en el: $A < B$), se obtiene por dualidad una nueva relación del sistema sustituyendo a A y B por sus complementarias y a la relación "precede" por la relación "sucede", o sea:

$$[(A) < (B)] \rightarrow [(\text{no-}A) > (\text{no-}B)]$$

(por ejemplo si las aves A están incluidas en los animales B, los no-animales no- B están incluidos en los no-aves no-A; habrá pues más no-aves que no-animales, ya que los animales no-aves son no-aves y no no-animales).
Nos pareció interesante plantear ese problema a los niños de 10 a 13 años por dos razones. Una, que completa a los de la negación y la complementaridad, otra, que presenta una cierta importancia desde el punto de vista teórico. Cuando caractericemos el estadio de las operaciones concretas por las "agrupaciones" elementales de clases y de relaciones (que no son sino semirredes y grupos incompletos, ya que carecen de asociatividad completa) y las operaciones formales por las estructuras proposicio-

nales, que comportan el grupo de las cuatro transformaciones INCR* y la red completa, esto significa sólo que, por medio de las operaciones que comportan el manejo efectivo y que se refieren directamente a los objetos (ésta es la definición que damos de las operaciones "concretas"), el niño no logra dominar toda la lógica de clases y toda la lógica de relaciones, sino que se limita a esas estructuras parciales que son las "agrupaciones elementales": ahora bien, los niños ignoran precisamente la ley de dualidad de las redes porque no consideran sino las complementaridades elemento por elemento (*A'*, *B'*, etc. para *A*, *B*, etc.) y no hacen intervenir las clases negativas generales no-*A* o no-*B*. Pero va de suyo que si se considera la lógica de las clases en su totalidad (o sea con la ley de dualidad), se encontrará en ella la estructura del grupo INCR y la de las redes propiamente dichas. Debemos pues esperar que, a partir de los comienzos del nivel formal, el niño domine esta ley de dualidad en el ámbito de las clases y no sólo en el de las proposiciones (de donde igualmente $p > q = q > p$), y eso es lo que quisiéramos controlar en este parágrafo.

Digamos de entrada, en primer lugar, que la verdadera razón del carácter tardío y formal del uso de esta dualidad reside en que, como el grupo INCR mismo, del que ella no constituye sino una aplicación, la ley de dualidad ($A < B =$ no-$B <$ no-A) comporta una síntesis operatoria de la ley de inversión N, (*A* transformada en no-*A*) y de la reciprocidad (permutación de los términos de la inclusión $<$). Pues bien, en el nivel de las operaciones concretas, hay intervención de la reversibilidad por inversión N, pero sólo en las agrupaciones de clases, e intervención de la reversibilidad por reciprocidad R, pero sólo en las agrupaciones de relaciones, mientras que no existe aún estructura que comporte la síntesis en un solo sistema operatorio de las inversiones y las reciprocidades: el carácter más novedoso y más general de las operaciones formales que comienzan hacia los 11-12 años consiste por el contrario en el poder de realizar esta síntesis, simultáneamente en el ámbito de la lógica proposicional y —como vamos a comprobarlo— en el de la lógica de las clases ampliada (gracias, precisamente, a la ley de dualidad).

Examinamos a este respecto 28 sujetos de 10 a 13 años con un material de figuras de animales, haciéndoselas repartir por dicotomías sucesivas (por ejemplo aves y demás animales, luego patos y otras aves) y formulándoles las preguntas siguientes: 1) Muéstrame todo lo que no sea los "patos", todo lo que no sea las "aves", etc.; y 2) "¿Hay más seres vivos que no son patos o más seres vivos que no son aves?" (íd. para las aves y los animales, etc.); o 2b): "¿Se pueden nombrar más cosas que no son patos o más cosas que no son aves?". Los sujetos a los que planteamos la pregunta 2a) fueron sometidos primero a un interrogatorio sobre la cuantificación de la inclusión simple ("¿hay más aves o más animales?") y aquéllos a los que planteamos la pregunta 2b fueron examinados previamente por medio de las pruebas sobre la negación (§ 4). Además, a propósito de la pregunta

* "INCR": iniciales de las cuatro operaciones lógicas Inversión - Negación - Conversión - Reciprocidad, por medio de las cuales puede cambiarse la forma de los enunciados proposicionales. (N. del Tr.)

2a fueron planteadas, en caso de dificultades, las preguntas de sustracción ("¿Qué queda si nos llevamos todos los patos? ¿O todas las aves? ¿O si un cazador mata todos los patos?", etc.), que ya vimos en el § 4, que facilitaban las soluciones y resultaban más fáciles de resolver que las preguntas de inclusión.

Dicho esto, hemos encontrado cuatro grupos de sujetos: 1) los que fracasan en las preguntas ($A < B$) y (no-B < no-A); 2) los que tienen éxito en las primeras y fracasan en las segundas; 3) los que tienen éxito en las primeras y logran resolver las segundas, pero después de muchos tanteos; y 4) los que resuelven sin dificultad tanto las primeras como las segundas.

Es inútil que citemos casos típicos del grupo 1, pero proporcionaremos un ejemplo de un caso que se encuentra en la frontera entre los grupos 1 y 2:

Aud (11; 7), después de reparticiones dicotómicas: —¿Hay más animales o más aves? —*Las aves son animales: hay igual.* —Pero si se contaran todas las aves y después todos los animales, ¿cuándo tendríamos más? —*Cuando se contaran todos los animales.* —¿Y hay más patos o más aves? —*Los patos forman parte de las aves, son aves también.* —¿Y cuándo tenemos más, ¿cuando contamos sólo los patos, o cuando contamos también las aves? —*Es lo mismo, ya que los patos son aves.* —¿Cuántos patos hay? (Los cuenta). —*Cuatro.* —¿Y aves? —*Ocho.* —¿Hay más patos o más aves? —*Es igual.* —¿Hay aves que no son patos? —*Sí.* —¿Y patos que no son aves? —*No.* —Entonces, ¿hay más patos o más aves? —... —¿Cuántas aves? —*Ocho.* —¿Y patos? —*Cuatro.* —¿Más, o el mismo número? —*Los patos son aves* (vuelve a contarlos). *Es igual.* —Y en el mundo, hay más... etc. —*No se puede saber, no se los puede contar.* —Y cuando se cuentan todas las aves, ¿hay más o menos que cuando se cuentan los animales? —*Igual.* —¿Cuántas aves tienes? —*Ocho.* —¿Y animales? —*Quince.*

—¿Hay más seres vivos que no son patos o más seres vivos que no son aves? —*No sé.* —Si quitas los patos, ¿qué queda? —*Las* [demás] *aves y los* [demás] *animales.* —¿Y si quitas las aves? —*Quedan los otros* [animales]. —Compara entonces. —*Es igual, ya que los patos son aves: hemos contado todo junto* [al contar las aves]. —Saca todo lo que no sea aves. (Aud saca figuras correctamente). —Y ahora (después de haber vuelto a juntar todo) quita todo lo que no sea patos. (Correcto). —¿Cuándo has sacado más? —*Igual: los patos son aves.* —¿Y hay más seres vivos que no son animales, o más seres vivos que no son aves? —*Las aves son animales, es pues lo mismo.*

Nos ha parecido interesante citar ese caso; a pesar de sus 11; 7, y a pesar del hecho de que parece "leer" correctamente las inclusiones (no hay patos que no sean aves pero hay aves que no son patos) sostiene, a pesar de que cuenta cuatro patos y ocho aves, que hay tanto de unos como de otras, ¡ya que los patos son aves! No puede pues desembarazarse de esta especie de falsa simetría de la inclusión, que hemos analizado en el capítulo III, como si "todos los A son B" significara "todos los A son todos los B". Fracasa pues, naturalmente, en la inclusión entre complementarios,

como si "los no-*B* son no-*A*" significara "todos los no-*B* son todos los no-*A*"...

He aquí ejemplos del grupo 2, éxito en $A < B$ y fracaso en no-$B <$ no-A:

Duv (11; 6): —¿Hay más patos o más aves? —*Pero los patos son también aves.* —Sí; ¿y bien? —*Hay más aves.* —¿Y más aves o más animales? —*Más animales, porque las aves también son animales.* —Muéstrame ahora todo lo que no sea patos, entre estas figuras. (Muestra los no patos). —¿Es todo? —*No* (correcto). —Muéstrame todo lo que no sea aves. —*Los animales, los que no vuelan.* —¿Todo eso son seres vivos? —*Sí.* —¿Hay más seres vivos que no son patos o más seres vivos que no son aves? —*Igual, porque un pato es lo mismo que un ave.* —Si un cazador quisiera matar todos los patos, y otro todas las aves, ¿quedaría más después de haber matado todos los patos o todas las aves? —*Más cuando mata todas las aves.* —¿Cómo? —*Si se matan todos los patos y todas las aves; los patos son también aves.* —¿Hay más seres vivos que no son aves, o más que no son animales? —*Igual; nada.* —¿Cómo? —*Las aves son animales. Entonces, no queda nada.*

Aub (11; 10): —¿Hay más seres vivos que no son aves, o más que no son animales? —*Más seres vivos que no son animales.* —¿Por qué? —*Porque están los hombres, que no son animales.*

Ger (13; 6): —¿Pueden nombrarse más cosas para "todos los que no son animales" o para "todos los que no son aves"? —*Más para los no animales.* —¿Por qué? —*Las aves son ya animales.* —¿Y bien? (No sabe qué contestar).

He aquí finalmente un ejemplo del grupo 3 (arribo progresivo a la dualidad) y 3 del grupo 4 (comprensión completa de la pregunta formulada):

Roc (11; 7): —¿Hay más patos o más aves? —*Más aves, porque los patos son aves.* —¿Y más animales o más aves? —*Más animales, porque las aves son animales.* —¿Y en el mundo? —*Más animales, porque las aves son animales.* —¿Hay más seres vivos que no son patos, o más seres vivos que no son aves? (Vacila). —*Más aves...* —¿Y si un cazador mata todos los patos y otro todas las aves...?, etc. —*Hay más no patos* (sic), *porque hay todas las aves que no son patos, más los animales que no vuelan.* —¿Y más no-aves o más no-animales? —*Hay más seres vivos que no son aves, porque están todos los animales que no vuelan. Los que no son animales no son ni siquiera aves, no son nada. Los que no son aves... quedan todos los animales que no vuelan* —¿Y en el mundo? (Vacila). —*Hay más no-aves.* —¿Por qué? —*Quedan los animales que no vuelan y los seres humanos.*

Stu (11; 4): —¿Hay más patos o más aves? —*Más aves, porque los patos son aves.* —Y en el mundo? —*Lo mismo.* —¿Más aves o más animales? —*Más animales, porque las aves son todas animales.* —¿Y en la naturaleza? —*Igual.* —¿Más seres vivos que no son patos o que no son aves? —*Más que no son patos.* —¿Y en el mundo? —*Es lo mismo, porque todos los patos son aves.* —¿Y más que no son aves o más que no son animales? —*Todas las aves son animales. Hay más seres vivos que son animales: hay más que no son aves.*

Ros (11; 8): —¿Más patos o más aves? —*Más aves: los patos son aves.* —¿Aves o animales? —*Más animales, porque las aves son animales.* —¿Más no-

patos o más no-aves? *—Más no-patos. En las aves hay muchas especies, en los patos no hay más que una.* —¿Más no-aves o más no-animales? *—Más no-aves, porque las aves son una especie de animales y entre los animales hay muchas especies.*

Dre (13; 4): —¿Se pueden nombrar más cosas para "todo lo que no son aves" o para "lo que no son animales"? *—No-aves.* —¿Por qué? *—Las aves son un objeto determinado* (= una subclase) *y los animales son muchas cosas* (= la clase entera). —Explícate mejor. *—Para "no-aves" se puede decir la vaca, el caballo. ¡Para "no-animales" no se puede decir la vaca ni el caballo!* —En el mundo, ¿hay más animales o más aves? *—Más animales, porque son todo un grupo, y las aves no.*

Vemos así que la solución del problema de la dualidad es no sólo descubierta sino claramente formulada desde los comienzos del nivel formal. Cuando Stu, por ejemplo, comparando las aves y los animales, dice "hay más seres vivos que son animales, hay más que no son aves", reúne así en una sola implicación la negación y la reciprocidad, lo que expresa a la vez la ley de la dualidad y el acabamiento culminante del sistema de los encajes, cuya inclusión simple marca una primera etapa durante la construcción de las agrupaciones elementales de clases en el nivel de las operaciones concretas.

§ 6. LA CLASE NULA

Las operaciones de clasificación se constituyen durante el estadio III, es decir al nivel de lo que hemos llamado las operaciones concretas porque, en oposición con las operaciones formales, se refieren directamente a objetos (y no a enunciados verbales), proceden elemento por elemento y no implican como estructura sino las de las "agrupaciones elementales" de clases y de relaciones, que no abarcan toda la lógica de esas clases y esas relaciones. Las agrupaciones elementales ignoran especialmente la ley de dualidad y el grupo INCR (aplicables en principio a las clases tanto como a las proposiciones). Por eso acabamos de constatar que la relación $(A < B) \rightarrow (\text{no-}A > \text{no-}B)$ no es comprendida sino en el nivel IV de las operaciones formales, y en general desde el nivel IV A. (
Con respecto a esa cuestión de las fronteras entre las operaciones concretas y formales, se plantea la de la clase vacía o nula. Las "agrupaciones

elementales" de clases implican, por supuesto, esta noción, en el sentido de que si se tiene $A = B - A'$ se tiene $B - A - A' = 0$ (o más simplemente, $A - A = 0$) y $A \times A' = 0$, es decir que excluyendo una clase de sí misma se la vacía, y la parte común a las dos clases disyuntas es nula. Desde un punto de vista estrictamente operatorio, se puede decir que el niño de 7-8 años comprende esta operación $+ A - A = 0$ en el sentido de que sabe bien que agregar A y luego quitarla equivale a no hacer nada, o sea ± 0. Pero ya que las operaciones concretas se refieren a objetos, y una clase nula es una clase sin objetos, ¿sabrá situar en pensamiento a la clase nula en el mismo nivel que a las otras? Esta es una cuestión muy distinta del simple manejo operatorio: se sabe, por ejemplo, que el cero fue el último número descubierto por la aritmética, y que no se lo promovió al rango de número propiamente dicho sino mucho después de la invención de la suma y de la resta (de la que por otra parte surgió, bajo la forma de $n - n = 0$). Puede pues ser interesante preguntarse, a propósito de las complementaridades y de las negaciones, cuál será la actitud de los niños de los diferentes niveles en presencia de una situación en la que la clase complementaria existe como clase, pero está vacía de todo contenido y constituye pues una clase nula.
La experiencia se realizó bajo la forma más natural de un conjunto de cartones cuadrados, redondos y triangulares para clasificar; unos llevaban figuras de árboles, frutas, casas, etc., y los otros no llevaban ningún dibujo. Entendiendo que se trata de clasificar todo, primero espontáneamente y luego por dicotomía obligada, será fácil observar las reacciones del sujeto, según que lo que le choque sea la ausencia de figuras sobre ciertos elementos o según que se limite a conferir a todos los elementos caracteres positivos, por ejemplo de forma.
Pues bien, la reacción de los niños fue bastante clara. Sólo a los 10-11 años adoptaron la clasificación que parecería sin embargo imponerse en semejantes casos: por un lado, la clase de los cartones con dibujo, por otro, los que no tienen nada... Hasta ese nivel, encontramos tres series de reacciones mezcladas, sin sucesión regular según la edad: 1) los cartones blancos son clasificados de otro modo que los que tienen dibujos, es decir, por sus propios caracteres positivos (forma); 2) se los adjunta a colecciones de caracteres positivos (colocados encima, deslizados debajo, etc.); 3) constituyen un residuo inutilizable, dejado en desorden al lado de las figuras clasificadas. En los tres casos, el niño se niega a construir, pues, una clase nula.
He aquí ejemplos de esas reacciones anteriores a los 10-11 años:

Deb (5; 8) hace tres montones: las cerezas, las casas y árboles, y deja a un lado, en desorden, los cartones en blanco (reacción 3). —Y con éstos ¿qué haces? —*Nada.* —¿Se los puede poner juntos? —*Sí* (hace tres grupos: los cuadrados, los redondos y los triangulares, reacción 1, por lo tanto). —Ahora acomoda bien todo en poco lugar. (Hace tres colecciones de figuras y tres colecciones de formas blancas). —¿Podrías hacer dos montones? (Reparte los dibujos en dos colecciones y agrega a ellas los blancos: reacción 2). —¿Queda bien? —*No; por-*

que aquí no hay dibujos y aquí sí hay. (Esto equivale a un enunciado verbal que implica la clase nula, pero sin que ésta sea efectivamente reconocida en la clasificación).

Dan (6; 5) clasifica por dibujos y colores a la vez, lo que le permite hacer una colección con los blancos. (Reacción 1). —¿Podrías hacer dos montones? (Coloca los verdes y los blancos de un lado, y los rojos del otro). —*Pensé que había que poner todos los verdes juntos y todos los rojos juntos* (no hay alusión a los blancos: 2). —¿Y éstos (blancos), son verdes? —*No* (los pone aparte: 3). —Pero yo te había pedido dos montones. —*Ya sé: los doy vuelta* [a los que tienen un dibujo], eso los hace a todos blancos (lo hace, y clasifica el todo en redondos y no redondos).

Bon (7 años) no clasifica sino los cartones con dibujo. —¿Y éstos? —*No hay que ponerlos, no tienen dibujado nada* (3). —Colócalos lo mismo; hay que clasificarlos a todos. (Los clasifica por la forma, aparte). —Con todo, ¿no tienen nada de parecido? —*Sí; lo blanco.*

Jac (8; 3) hace un montón de rojos y un montón de verdes —¿Y éstos? —*No son nada, son todos blancos* (reacción 3). —¿Puedes ponerlos juntos? —*Sí*. —Dime lo que tienes ahora. —*Un montón de rojos, un montón de verdes, un montón de nadas* (¡tal parece ser la definición de la clase nula!). —Entonces, arréglalos como quieras. (Los clasifica por dibujos y deja los blancos). —*¿Podrías hacer dos montones?* (Protesta; pero luego:) —*Sí; aquí tienen dibujos, aquí no.* —¿Queda bien así? —*Son blancos. Pueden hacer "los blancos"* (retorno al carácter positivo 1). —¿Qué más se podría hacer aún? (Clasifica por dibujos y colores según una doble entrada, pero sin los blancos). —¿Y los blancos? —*Se los deja así.* —¿No se te ocurre otra cosa? —*Sí* (los clasifica por la forma: 1). —Y ¿no se puede hacer así (reunimos los dibujos en un montón y los blancos en otro)? —*Sí; los blancos juntos porque no tienen dibujo* (ha comprendido pues muy bien la posibilidad de la clase nula)... *pero no los pongo porque no van bien con el otro montón.*

Dur (9; 5) termina por ceder a la sugestión de una dicotomía: —*Aquí todos tienen dibujos y aquí no*, pero no está satisfecho: —¿Qué dirías Dur, para defenderte, si te preguntarán por qué? —*Diría: "si te gusta poner juntos éstos* (los blancos), *puedes hacerlo, pero eso no hace para nada dos montones, porque aquí quedan tres colores* [y ahí nada]".

Vemos que no es nada exagerado hablar de una resistencia sistemática a dicotomizar los cartones en los que tienen dibujos y los que no tienen nada, a pesar de la consigna expresa de clasificar todos los elementos: de ahí la tendencia del niño o bien a desdeñar sin más los caracteres negativos (reacciones 2 y 3), o bien a conferir a los cartones caracteres positivos (reacción 1). El ejemplo más bonito es el de Dan, que prefiere dar vuelta los cartones con dibujos, para no tener más que blancos y poderlos clasificar por la forma.

Se podría objetar, por supuesto, que el niño tiene razón, y que un casillero vacío no tiene por qué intervenir en una "buena" clasificación. Pero de ningún modo estamos tratando de decidir qué sería lo más lógico; nos li-

mitamos a comparar al niño consigo mismo, ya que a los 10-11 años adopta precisamente otra actitud:

Hof (10 años): —¿Puedes hacer dos montones? —*Sí; poniendo los dibujados aquí y los blancos aparte.*

Job (10; 5): —Tienes tres pilas. ¿Cómo harías para ponerlas en estas dos cajas? —*Habría que poner en una caja las que tienen dibujo y en otra las que no tienen nada.*

Bru (10; 8): —¿Y si pusieras todo en dos cajas? —*Una caja con los que tienen dibujo, y otra con los blancos.*

Pig (11; 4): "*Todos los que tienen dibujos en una caja, para que no estén separados, y los demás en la otra.*

La evolución misma de esas reacciones plantea pues un problema, ya que se trata de explicar por qué esta dicotomía tan simple es de hecho tan tardía. La razón no puede estar sino en la oposición de las actitudes que caracterizan el nivel de las operaciones concretas con las que caracterizan el nivel de las operaciones formales, o de su fase preparatoria, que comienza a los 10-11 años: mientras las operaciones concretas están ligadas a su contenido, lo cual supone pues la existencia de un contenido y excluye la noción de clase vacía, el pensamiento formal consiste en manejar las estructuras independientemente de su contenido, aun si se trata de las estructuras ya elaboradas en el estadio precedente. Así pues, lo que parece muy natural a un niño de 10-11 años, y a nosotros mismos, puede no serlo en los niveles de 5-7 años y ni siquiera de 7-9 años.

§ 7. CONCLUSION

A pesar de los hechos algo dispares que describe este capítulo, se desprenden con todo ciertas líneas generales en cuanto a las relaciones entre el desarrollo de las complementaridades y el progreso de los encajes jerárquicos con la edad.

Un primer resultado interesante a este respecto reside en que en un grupo importante de sujetos (§ 3) se observa la formación de una variedad preoperatoria de alteridad que precede a la constitución de la inclusión: la colección *A* (por ejemplo las primaveras) y las "demás" (*A*'), tal es la forma bajo la que se presenta esta complementaridad naciente. Pero al

estar las "demás" definidas sin referencia al todo (a la clase *B*, que englobaría *A* y *A'*), se corre el riesgo de que sean definidas en un sentido absoluto (de donde la negativa de muchos sujetos a agregarles elementos nuevos, o sea no-*A*). Es la relativización progresiva de esta alteridad lo que conduce entonces, tarde o temprano, a la consideración del todo *B*, y que da cuenta de la inclusión de *A* y de *A'* en *B*, así como de la constitución, en tanto clase, de la clase secundaria *A'* o complementaridad operatoria.

Enlazada con este mecanismo central, asistimos entonces a la generalización de la clase secundaria o complementaridad operatoria a los casos en que esta clase está formada por un solo elemento. En el nivel de las clasificaciones preoperatorias, en las que las estructuras de "clases" no están aún sino esbozadas bajo la forma preconceptual e intuitiva de las "colecciones". Sin duda que en la acción, es decir en las exigencias funcionales de un problema práctico, el niño de 5-7 años es ya capaz de distinguir la "especie única" en el seno de presentaciones, que hacen variar las relaciones en juego (§ 1), pero no hay allí todavía acto de clasificación intencional, y, en este último terreno, habrá que esperar el nivel de los 7-8 años, o sea el de las complementaridades operatorias, para que la clase singular sea tratada como las demás (§ 2).

El problema de la clase nula (§ 6) es de naturaleza análoga, ya que ésta es igualmente incompatible con la noción de "colección". Pero es de un orden de dificultad superior, ya que una clase sin contenido es igualmente incompatible con una lógica de operaciones "concretas", es decir una lógica cuya forma permanece indisociable de su contenido. Es por eso que hay que esperar los comienzos de esta disociación de las estructuras de encajes inclusivos y de su contenido, para que se acepte la noción de clase nula, o sea hacia los 10-11 años.

Finalmente, el análisis de la negación (§ 4) nos ha mostrado cómo, partiendo de una negación indiferenciada (no-*A* = cualquier objeto que no tenga las cualidades *a*), próxima pariente de la alteridad intuitiva que precede a la inclusión operatoria, el niño evidencia una tendencia cada vez más fuerte a ligar la negación con los encajes inclusivos próximos, sin perder sin embargo de vista los grados de diferencia creciente que expresa la negación con respecto a los encajes inclusivos lejanos. Por el contrario, logra matizar los diversos grados de negación precisamente porque posee ya esta jerarquía de las diferencias, correspondiente a la de los encajes inclusivos. Al término de esta evolución (§ 5), esta conexión estrecha entre la negación y los encajes desemboca en el descubrimiento que corona el sistema de las complementaridades: que si $A < B$, entonces no-$A >$ no-B. Pero esta conquista de una de las formas de la "ley de dualidad" supone el empleo de las operaciones formales y del grupo de las cuatro transformaciones INCR.

En síntesis, hay pues una estrecha relación psicológica, tanto como parentesco lógico directo, entre los encajes inclusivos y las complementaridades, de tal manera que el desarrollo de las segundas concuerda íntegramente con lo que hemos dicho anteriormente del desarollo de los primeros.

Capítulo VI

LAS CLASIFICACIONES MULTIPLICATIVAS (MATRICES)[1]

Después de haber analizado en los capítulos I-IV, las etapas de la clasificación simple o aditiva, conviene estudiar ahora las clasificaciones dobles o triples, etc., a las que podemos llamar multiplicativas puesto que se presentan bajo la forma de matrices o tablas con varias entradas.
Además de las cuestiones que surgen de su estructura lógica más compleja, las clasificaciones multiplicativas plantean un problema psicológico interesante, que prolonga los precedentes, pero se presenta en términos bastante distintos: mientras que una clasificación aditiva es, en líneas generales, tanto mejor cuando el sujeto consigue liberarse de las colecciones figurales (en el sentido del cap. I), una clasificación multiplicativa parece formar cuerpo con cierto modo de presentación espacial (matriz con dos o más dimensiones), como si esta disposición, evidentemente simbólica a partir de determinado nivel, constituyera una colección figural, pero correspondiendo ahora de una manera más intrínseca a la estructura lógica del sistema.
Vamos pues, a encontrarnos en presencia de la siguiente situación paradójica: por una parte, las clasificaciones multiplicativas son lógicamente más complejas que las clasificaciones aditivas, pero, por otra, se apoyan en modos figurativos de presentación que convergen con tendencias psicológicas más primitivas (colecciones figurales). Ahora bien, como éstas son adquiridas aproximadamente en el mismo nivel que las clasificaciones aditivas (7-8 años) se tratará de discernir si es el factor figurativo el que compensa las dificultades de adaptación a la complejidad lógica, o si al contrario el niño consigue dominar las estructuras multiplicativas al mismo tiempo que las aditivas por razones de coherencia operatoria interna, cumpliendo el factor figurativo una función heurística auxiliar (y eventualmente más ilusoria que real) antes de llegar a ser simbólico.

[1] Con la colaboración de Y. Feller, F. Frank, E. Mc Near, F. Matthieu, A. Morf, G. Noelting, B. Raymond-Rivier y W. Sears.

§ 1. PLANTEO DEL PROBLEMA

Supongamos un juego de elementos con caracteres dobles (por ejemplo cuadrados y círculos, rojos y azules) susceptibles de ser repartidos de manera exhaustiva en dos clases A_1 y A'_1 según uno de sus caracteres (A_1 = cuadrados y A'_1 = círculos) y también en dos clases A_2 y A'_2 según otro de esos caracteres (A_2 = rojos y A'_2 = azules). Denominaremos B_1 a la reunión de las dos primeras clases (formas), sea $B_1 = A_1 + A'_1$, y B_2 a la reunión de las dos segundas (colores), sea $B_2 = A_2 + A'_2$. La clasificación multiplicativa consistirá entonces en clasificar esos elementos al mismo tiempo según la clasificación aditiva B_1 y según la clasificación aditiva B_2, esto dará origen a cuatro clases distintas:

$$B_1\, B_2 = A_1\, A_2 + A_1\, A'_2 + A'_1\, A_2 + A'_1\, A'_2 = B_1\, B_2$$

Si se desea repartir estas cuatro clases multiplicativas de manera tal que se conserve cierta vecindad entre las subclases surgidas de la misma clase aditiva (por ejemplo, para la clase A_1, poner $A_1\, A_2$ en vecindad de $A_1\, A'_2$ pero, para la clase A_2, poner también $A_1\, A_2$ en vecindad inmediata de $A'_1\, A_2$), sólo hay una disposición espacial posible, a saber la de una matriz (o tabla de doble entrada) de dos dimensiones: en este caso las clases A_1 y A'_1 corresponden a las dos columnas verticales y las clases A_2 y A'_2 a las dos horizontales (o viceversa), lo que preserva la vecindad de sus subclases. Se entiende que nada nos obliga a conservar las vecindades y que, en abstracto, la clasificación sigue siendo la misma, pero así como los encajes aditivos son simbolizados por envolturas topológicas (los círculos de Euler) de las que son isomórficos, del mismo modo los encajes multiplicativos sólo pueden ser simbolizados por intersecciones de dos o más dimensiones.

	A_1	A'_1
A_2	$A_1\, A_2$	$A'_1\, A_2$
A'_2	$A_1\, A'_2$	$A'_1\, A'_2$

Resulta fácil verificar las dos afirmaciones que acabamos de formular en la introducción a este capítulo, a saber, que tal estructura es más compleja que las clasificaciones aditivas, pero que corresponde a una disposición espacial que los sujetos del estadio I pueden interpretar a título de "colección figural".

En lo que respecta al primero de estos dos puntos, recordemos los 10 criterios de la clasificación aditiva (cap. II, 1) que son observados a partir del estadio III y de los cuales todos, excepto la inclusión (criterio 7), están ya en vías de aplicación a partir del estadio II. Todos estos criterios se aplican igualmente a una clasificación multiplicativa (puesto que ésta es

un compuesto de clasificaciones aditivas). Pero hay que agregar dos criterios nuevos y sus respectivas consecuencias, que vamos a numerar de 11 a 14:

11) Todos los elementos de B_1 pertenecen también a B_2 y recíprocamente, es decir que todos los elementos de B_1 son multiplicados por B_2 (y no únicamente algunos de ellos) y recíprocamente. Si hay elementos B_1 que no pertenecen a B_2 (por ejemplo cuadrados y círculos, del material ofrecido al niño, que no serían sólo rojos o azules, sino también negros) eso significaría que para que la clasificación fuera completa, habría que agregarle una clase B'_2 (= los negros), lo que daría como resultado una tabla con seis casilleros, a saber $B_1 \times C_2 = (A_1 A_2 + A_1 A'_2 + A_1 B'_2) + (A'_1 A_2 + A'_1 A'_2 + A'_1 B'_2)$. En este caso todos los elementos de B_1 pertenecerían a C_2 y recíprocamente.

12) Todos los elementos de A_1 pertenecen también a A_2 o a A'_2 (etc., pero no a ambos a la vez en virtud del criterio 5 de disyunción: $A_2 A'_2 = 0$);
todos los elementos de A'_1 pertenecen también a A_2 o a A'_2
todos los elementos de A_2 pertenecen también a A_1 o a A'_1
todos los elementos de A'_2 pertenecen también a A_1 o a A'_1

13) Las subclases A_1 y A'_1 (etc.) solamente comprenden elementos que pertenecen también a A_2 o a A'_2 (etc.) y las subclases A_2 y A'_2 (etc.) sólo comprenden elementos que pertenecen también a A_1 o a A'_1 (etc.).

14) Cada asociación elemental $A_1 A_2$ o $A_1 A'_2$ constituye una y sólo una clase multiplicativa.

Pero, por otra parte, es evidente que la matriz o tabla de doble entrada constituye una disposición que se caracteriza por una cierta configuración perceptiva con base de simetrías. En el caso en que $A_1 + A'_1$ son cuadrados y círculos y $A_2 + A'_2$ rojos y azules, los cuadrados de $A_1 A_2$ son simétricos a los de $A_1 A'_2$, mientras que los círculos de $A'_1 A_2$ son simétricos a los de $A'_1 A'_2$ y los rojos de $A_1 A_2$ son simétricos a los de $A'_1 A_2$, mientras que los azules de $A_1 A'_2$ son simétricos a los de $A'_1 A'_2$: hay pues una doble simetría general, determinada por los ejes horizontales y verticales, que corresponde a las complementaridades lógicas (por negación) del cuadro.

Ahora bien, este factor de configuración perceptiva y representativa es tan importante que, bajo ciertas condiciones, puede facilitar y provocar por sí solo la solución de pruebas que, a primera vista, estaríamos tentados a considerar como operatorias pero que de hecho involucran una solución que deriva del método de las meras "colecciones figurales". Tal es el caso de las pruebas llamadas de "matrices", por ejemplo las "Progressive Matrices" de Raven, en las cuales se proporciona la tabla multiplicativa ya hecha, con tres casilleros llenos sobre un total de cuatro (o cinco sobre un total de seis en las matrices "prolongadas" del tipo $B_1 \times C_2$) y donde se solicita al sujeto que complete la tabla llenando el último casillero; lo que equivale a decir que, dados $A_1 A_2$, $A_1 A'_2$, se trata simplemente de encontrar $A'_1 A'_2$. Está claro que en tal situación no sólo están satisfechos de antemano los criterios uno a diez de la clasificación aditiva, sino también

en parte los criterios multiplicativos once a trece: los tres elementos dados están ya clasificados según B_1 y B_2 a la vez; los dos elementos de A_1 pertenecen ya a A_2 o a A'_2; el elemento dado A'_1 pertenece a A_2 y sólo falta encontrar un A'_1 que pertenezca a A'_2; los dos elementos A_2 pertenecen ya a A_1 o a A'_1; el elemento dado A'_2 pertenece a A_1 y sólo falta encontrar un A'_2 que pertenezca a A'_1; la subclase A_1 contiene únicamente elementos A_2 y A'_2 y la subclase A_2 contiene únicamente elementos A_1 y A'_1. Resumiendo, las condiciones propias de la clasificación multiplicativa operatoria ya están cumplidas, en lo que concierne a los elementos dados, en la configuración perceptiva de la matriz, para el cuarto elemento que debe ser encontrado, sólo falta prolongar esas propiedades figurales usando las simetrías izquierda × derecha y base × altura, establecidas de manera perceptible para los tres primeros elementos.

Dicho de otro modo, en la disposición espacial usada por las matrices existe una prefiguración perceptiva de las condiciones de la clasificación operatoria basada sobre la multiplicación bi-unívoca de las clases, y esta prefiguración puede llevar a resultados positivos que no necesitarán ninguna operación y que estarán fundados únicamente en el juego de las relaciones de semejanza y diferencia estructuradas en función de la doble simetría de la tabla.

Pero lo que complica el análisis psicológico es el hecho de que el sujeto podrá completar sus estructuraciones figurales con un conjunto de puestas en relación más o menos operatorias, es decir, surgidas de todos los niveles comprendidos entre los estadios I y III. Resultará entonces muy difícil disociar los factores de operación y configuración, y tanto más cuanto que su dosificación dependerá en parte de la naturaleza de los datos proporcionados. Para pasar de la solución mediante el método de las colecciones figurales a la solución operatoria bastará, en efecto, que el sujeto razone en términos de clases y no ya de configuraciones, es decir, que atribuya las semejanzas y diferencias a los elementos como tales, independientemente de su disposición espacial. Pero es precisamente esto lo que resulta difícil de establecer. El método consistirá naturalmente no en limitarse al estudio de las matrices a completar, sino en solicitar también a los sujetos que construyan ellos mismos sus clasificaciones, hasta el nivel de las tablas espontáneas de doble entrada. Aquí, una vez más, el sujeto puede proceder mediante operaciones multiplicativas o colecciones figurales, con todos los intermediarios existentes entre ambos.

Si bien el análisis es difícil, el problema a resolver está claro, y consiste en escoger entre las tres interpretaciones siguientes:

(1) Las estructuras operatorias no derivarían de las estructuras figurales ya que la operación multiplicativa aparecería independientemente de las configuraciones, pudiendo ser retrasada, facilitada y también reemplazada por ellas.

(2) Las estructuras operatorias, prefiguradas por las configuraciones, derivarían directamente de las conductas relativas a estas últimas.

(3) Las estructuras operatorias multiplicativas, pasando como las estructuras aditivas por un estadio en el que predominan las colecciones figurales, surgirían ante todo de una coordinación u organización asimiladora de conjunto, que generalizaría, en el caso de las multiplicaciones, lo que se adquiere en el dominio de las clasificaciones en general (con progresos paralelos en las clasificaciones aditivas y multiplicativas).

La solución 1 conduciría a una neta discontinuidad entre los estadios primitivos y terminales, la solución 2 a una continuidad completa y la solución 3 a una discontinuidad relativa debida a la acción sucesiva de las configuraciones propias de la multiplicación (matrices) y de la coherencia progresiva de los sistemas operatorios. Más precisamente, comparando las reacciones de los sujetos ante los tests de matrices y ante las situaciones que exigen una clasificación multiplicativa espontánea, deberíamos encontrar, para verificar la solución 1, una discontinuidad en los dos casos, para la solución 2 una continuidad en los dos casos y, para la solución 3, algunas discontinuidades relativas en el primer caso y una continuidad en el segundo.

§ 2. PRIMEROS RESULTADOS DE LAS PRUEBAS DE "MATRICES"

El material usado consistió en 14 matrices de cuatro a seis objetos (de los cuales uno es a determinar) agrupados según la forma, el color, el tamaño, el número y la orientación (en este último caso se trata de animales cuyas cabezas están dirigidas a izquierda o derecha.[2]

Los sujetos: 14 de 4-5 años, 16 de 6-7 años y 17 de 8-9 años. Todas las pruebas, excepto dos, son logradas a los 8-9 años por el 75 % de los casos. Lo interesante del caso ha sido que se obtuvo, en determinadas pruebas, un porcentaje más elevado de respuestas correctas a los 4-5 años que a los 6-7 años: ver cuadro XIII. (Se trata aquí de los resultados de un estudio clínico que serán controlados con un material restringido de manera estandarizada).

[2] Se trata de elegir, entre 3 ó 6 modelos no desplazables, el que conviene mejor para ocupar el lugar vacante "para que quede bien en este sentido (gesto horizontal) y en este otro (gesto vertical)".

Cuadro XIII. *Resultados de las pruebas de matrices (% de éxitos):*

F = forma, C = color, T = tamaño, N = número, O = orientación, I = 3 modelos a elegir, II = 6 modelos a elegir (ninguna indicación equivale a I). Entre paréntesis el número de pruebas.

	FC (3)	*FT (2)*	*CO (2)*	*FN (2)*	*FCOII (2)*	*FCOI (1)*	*FCTI (1)*
4-5 años	46	43	45	76	26	60	53
6-7 años	76	89	67	74	55	46	44
8-9 años	84	89	80	95	86	64	61

Al leer este cuadro, comprobamos el hecho paradójico de que, si las pruebas con dos cualidades dan lugar a un éxito que se acrecienta con la edad (salvo aquélla en que interviene el número, que da un resultado constante de 4 a 7 años), en cambio las pruebas con tres cualidades, que implican una multiplicación más compleja y más difícil, dan en los tres casos FCOI (1) y FCTI (2) un éxito promedio mejor a los 4-5 años que a los 6-7 años, antes de repuntar un poco a los 8-9 años: se trata precisamente de las pruebas menos logradas a los 8-9 años, en oposición a las de dos cualidades, lo que verifica bien su carácter operatoriamente más complicado.
Por otra parte, hay una excepción a este logro precoz de las pruebas con tres cualidades, que tal vez se expliquen sin contradecir lo que precede: es el caso de las pruebas en que se ofrecen para elegir seis (y hasta siete) modelos, de los cuales sólo uno es correcto. Es posible entonces que esta circunstancia acarree para los pequeños una dificultad suplementaria que surge al comparar simultáneamente demasiados elementos a elegir, en lugar de los tres superpuestos que se usan en las pruebas habituales.[3]
Si los pequeños de 4-5 años (estadio I) logran realizar correctamente las tres pruebas de matrices con tres cualidades (y con tres elementos para elegir) en el 53-60 % de los casos contra el 44-46 % a los 6-7 años, y casi tan bien como los sujetos de 8-9 años (61-64 %), es pues evidentemente porque emplean un método distinto del de los mayores para resolver el problema: un método cuya aplicación sería menos frecuente a los 6-7 años (estadio II), porque el método propio de los mayores ya sería ensayado por los sujetos del estadio II, pero con dificultad, y sólo se desarrollaría en el transcurso del estadio III. Bastará con que nos refiramos a los caracteres principales de estos tres estadios (colecciones figurales, colec-

[3] Nos hemos ocupado además de verificar en 16 nuevos sujetos esta función de los tres o seis elementos para elegir (los seis contienen elementos idénticos), en el caso de pruebas con tres cualidades FCO y FCT. Parece que, efectivamente, se facilita entonces la solución correcta a los cinco años, lo que da nuevamente lugar a una tendencia a la bimodalidad entre los 5 y 8 años. Pero aprovechemos esta ocasión para insistir en el hecho de que esta bimodalidad de la curva de éxitos sólo ha sido observada para tres y no para dos cualidades y que constituye sólo un índice en favor de la dualidad de las soluciones perceptivas y operatorias. Este índice sólo adquiere su valor cuando es comparado con otros y especialmente con el otro modo de análisis que usaremos en el parágrafo 3, con las pruebas que emplean de manera constante seis elementos para elegir.

ciones no figurales y operaciones constitutivas de la inclusión) para comprender en qué debe consistir esta diferencia de métodos: mientras que los mayores (a partir del estadio II) tratan de razonar sobre los objetos y sobre sus tres cualidades al mismo tiempo (lo que indudablemente es más difícil que razonar sólo sobre dos caracteres), los pequeños del estadio I razonan menos de lo que miran, y se apoyan más en la configuración como tal, en oposición a los elementos u objetos. Al elegir pues el cuarto elemento en función de las simetrías figurales y no de las relaciones conceptuales, no son perturbados por la presencia de tres cualidades en lugar de dos, pues no es más difícil percibir tres caracteres que percibir dos pero es menos fácil razonar sobre tres que sobre dos. La presencia de una tercera cualidad refuerza las simetrías figurales a tal punto que los pequeños de 4-5 años, que cumplen bien el 53-60 % de las pruebas con tres cualidades, alcanzan sólo el 43-46 % de éxitos en las pruebas con dos cualidades (salvo la que hace intervenir los números figurales, es decir un factor de simetría especialmente poderoso).

Parece claro pues, que existe un método figural o casi perceptivo de solución al problema de las matrices de tres cualidades, método que es anterior a la solución operatoria. Ahora bien, si esta hipótesis es exacta, debe ser posible verificarla mediante el examen individual y clínico (interrogación) de los procedimientos usados por los sujetos. En realidad esta verificación es posible, pero no tan fácil como parece, pues en líneas generales, si bien los pequeños no saben justificar su elección, sin embargo nada les impide que, una vez encontrado el cuarto elemento por procedimientos que ellos mismos no saben analizar, describan los cuatro elementos en términos conceptuales y verbales correctos, dando la impresión de que han usado un método análogo al de los mayores. Contentémonos entonces por el momento con una comparación de los errores de los mayores (cuando los hay) con los éxitos de los pequeños (en el parágrafo siguiente usaremos una técnica más fina que consiste en proponer al sujeto otras elecciones y en examinar sus reacciones desde el doble punto de vista de la justificación y de la estabilidad de las elecciones).

Partamos de la prueba Nº 8. Desde el punto de vista de las operaciones lógicas, nos encontramos en presencia de tres pares de cualidades: A_1 (cuadrados) y A'_1 (círculos); A_2 (grandes) y A'_2 (pequeños); A_3 (blancos) y A'_3 (rayados). Dadas las tres asociaciones $A_1\ A_2\ A_3$ (1) + $A_1\ A'_2\ A'_3$ (2) + $A'_1\ A_2\ A_3$ (3), se trata de encontrar[4] $A'_1\ A'_2\ A'_3$ (lo que significa que la tabla no prevé las 9 combinaciones posibles, sino solamente 4, por el hecho de que $A_2\ A_3$ constituye un todo negado en bloque bajo la forma $A'_2\ A'_3$). Psicológicamente esto supone que el sujeto, buscando el A_1 (círculo) que no sea $A_2\ A_3$ (grande y blanco), piensa al mismo tiempo en los caracteres A'_2 (pequeño) y A'_3 (no-blanco = rayado). El problema reside entonces en comprender por qué los sujetos jóvenes llegan tan fácilmente

[4] Para estas matrices I a IX, ver figura 10 (1 a 9).

a darse cuenta de esos caracteres a la vez y por qué tantos sujetos de 8-9 años no lo consiguen. Veamos tres ejemplos:

Bab (5; 7) dice simplemente: "*Hay que poner un disco rayado*" sin mencionar el tamaño, pero eligiendo sin vacilar el pequeño.

Chap (6; 0) elige correctamente. —¿Por qué ése? —*Acá* (1) *hay un cuadrado sin líneas y acá* (2) *con líneas. Acá* (1) *uno grande y acá* (2) *uno chico* (entonces enuncia los tres caracteres y agrega espontáneamente:) *Si el disco grande* (3) *fuera rayado habría que poner* (en 4) *éste* (disco blanco pequeño). *Si el cuadrado grande* (1) *fuera rayado, el cuadrado rayado chico* (2) *tendría que ser blanco*".

Hei (7; 9) elige en primer lugar (para 4) el cuadrado grande rayado $A_1 A_2 A'_3$ pensando sólo en el color (A'_3) y olvidando la forma (A'_1) y el tamaño (A'_2). Después elige el círculo grande rayado ($A'_1 A_2 A'_3$) olvidando el tamaño (A'_2). —¿Está bien? —*Sí, porque esto* (4) *tiene rayas y esto también* ($2 = A_1 A'_2 A'_3$). —¿Y horizontalmente está bien? —*¡Ah! no, hay que poner el círculo chico rayado* ($A'_1 A'_2 A'_3$) *y el grande no* (coloca bien). —¿Está bien ahora? —*Sí, tenemos blanco y rayado* (muestra 1 y 2) *y blanco y rayado* (muestra 3 y 4).

Al comparar estos tanteos del sujeto Hei de 7; 9 con las reacciones inmediatamente correctas de los pequeños de 5; 7 y 6; 0 (Bab y Chap), parece difícil no reconocer la influencia de los dos métodos distintos cuya existencia supusimos antes. Si Hei olvida dos caracteres sobre tres y luego uno sobre tres, es probablemente porque trata de razonar y porque todavía le resulta más difícil pensar en tres cosas a la vez que en dos o en una sola. Si Bab y Chap encuentran el elemento correcto de primera intención, es posiblemente porque, hablando con propiedad, no razonan: miran en lugar de reflexionar y entonces se apoyan en las simetrías figurales y no en las transformaciones conceptuales, esto no les impide que, una vez hecha la elección, describan los cuatro elementos en términos nocionales y verbales correctos. Es sorprendente, en efecto, comprobar que Hei no llega por sí solo a reconocer que su elección (de A_1 A'_2 A'_3) no conviene "horizontalmente": es necesario preguntárselo, como si no se diera cuenta de la configuración de conjunto. Los sujetos jóvenes, en cambio, parten de la figura y la tratan a la manera de una buena forma incompleta, llenando la laguna en función de las simetrías. En pocas palabras, bajo la aparente identidad de las expresiones, se oponen al razonamiento sobre los objetos en tanto clases según tres sistemas a coordinar y la reacción ante la figura de conjunto con múltiples simetrías simultáneamente percibidas.

Eso es lo que permite controlar la prueba 5, la más difícil del grupo 5, 8 y 10 puesto que no da lugar a ninguna mejoría sensible con la edad (44 % de éxitos a los 4-5 años, 35 % a los 6-7 años y 52 % a los 8-9 años). La estructura lógica de esta prueba 5 no descansa sobre una multiplicación simple de las clases, pero agrega para la tercera cualidad (A_3 y A'_3) una distribución vicariante. En efecto, si A_1 corresponde a anémonas y A'_1 a tulipanes, A_2 a dibujos pequeños y A'_2 a los grandes, A_3 corresponde sim-

plemente a uno de los dos colores (rojo o azul) y A'_3 al otro, según una repartición cruzada (1 rojo, 2 azul y 3 y 4 rojo). Es por eso que los sujetos del estadio III experimentan aún cierta dificultad para resolver esta prueba y sólo lo consiguen por aproximación:

Baz (7; 9) elige para la casilla 4 una anémona azul grande (en lugar de un tulipán rojo pequeño): —¿Queda bien horizontalmente? —*No* (pone un tulipán rojo pequeño). *Así.* —Mira aquí (se le muestra la primera hilera horizontal). —*¡Ah! sí* (pone un tulipan rojo pequeño) *porque es lo contrario de cada lado.*

Los pequeños proceden por un método mucho más simple (que, por otra parte, subsiste en muchos casos en los mayores): se limitan a mirar las simetrías de la figura y se orientan según las diagonales. Por ejemplo:

Bab (5; 7) —*Hay que poner uno chiquito* (tulipán), *el rojo* (justo). —¿Por qué? —*Porque aquí* (3) *hay uno azul; allá* (1) *es rojo y allá* (2) *azul.*

Mei (5; 10) pone en primer término un tulipán azul pequeño, luego exclama espontáneamente: "*¡Ah! hay que poner esto* (rojo) *porque esto es como esto* (muestra las diagonales)".

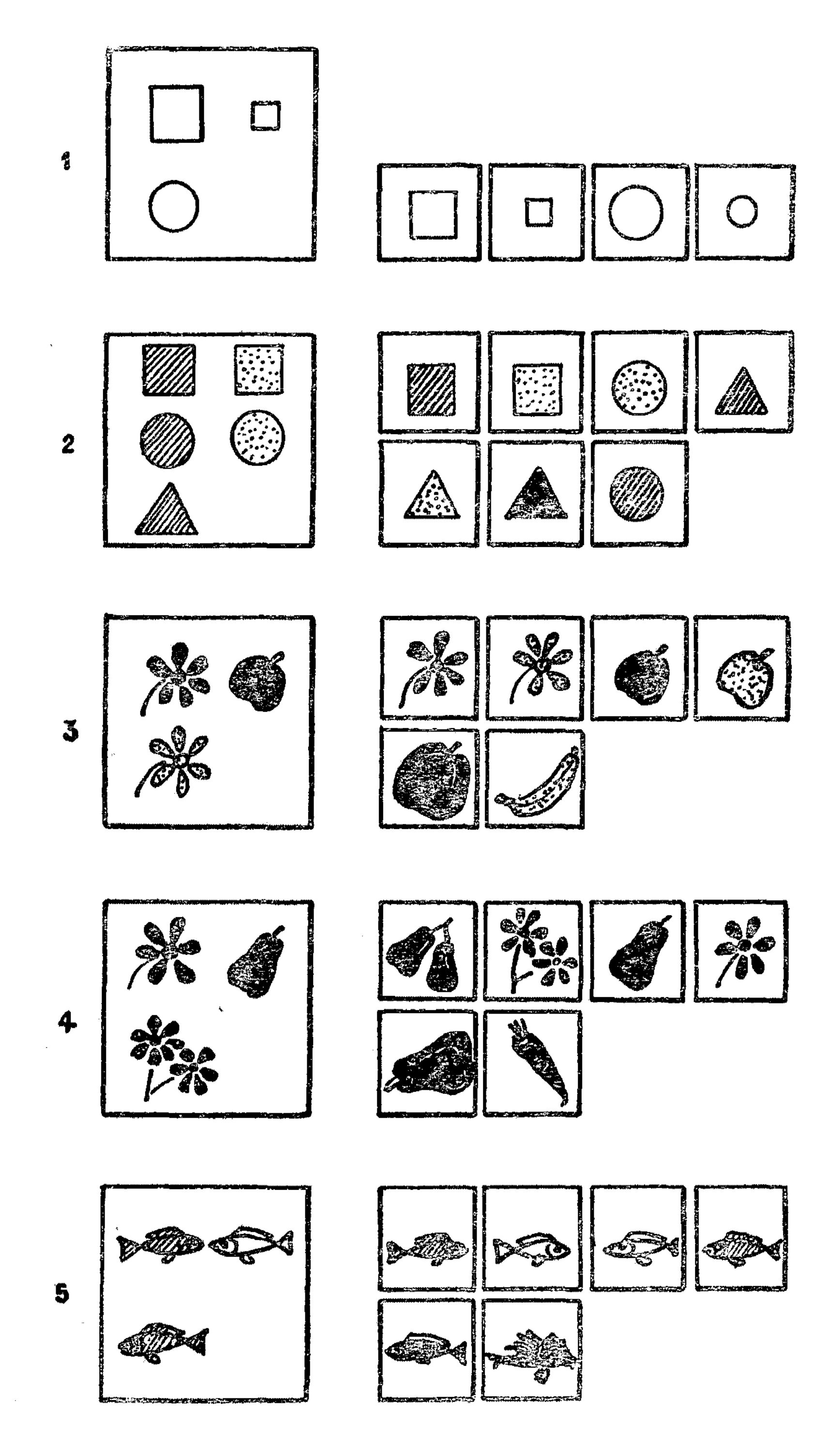
Del mismo modo, en la prueba 10 (forma, color, orientación), los mayores olvidan el color o la orientación, pero sobre todo esta última, porque se trata de un carácter relativo y no inherente a las propiedades permanentes del objeto considerado. En cambio los pequeños, por su método figural, ven inmediatamente que el elemento 4 debe estar colocado sistemáticamente en relación con 3 como 2 en relación con 1.

Resumiendo, parece existir un correspondiente figural de las estructuras de multiplicación bi-unívoca de las clases: consiste en reemplazar las reciprocidades propias de la correspondencia bi-unívoca por simples simetrías espaciales accesibles a la percepción y a la representación por imágenes. Es por eso que observamos un nivel de éxito precoz a los 5-6 años, para las pruebas con tres cualidades, que prefigura en el plano figural el nivel de los éxitos operatorios de los 8-9 años.

Pero si las pruebas con tres cualidades nos proporcionan así la prueba de una cierta prefiguración de las estructuras multiplicativas operatorias en el ambito de las colecciones figurales, y de una cierta discontinuidad entre los dos niveles (puesto que hay disminución estadística de los éxitos entre ambos), el conjunto de las pruebas de matrices parece en cambio indicar una continuidad relativa entre los estadios sucesivos. Lo comprobamos ante todo al examinar el % de los éxitos en relación con el número total de las elecciones efectuadas (para las 14 pruebas logradas):

Edades	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
Exitos	35 %	55 %	60 %	82 %	75 %	90 %

Por otra parte, si examinamos la primera elección de cada sujeto en presencia de una de las catorce matrices, independientemente de las correcciones ulteriores y de los éxitos o fracasos finales, comprobamos que la


1
2
3
4
5

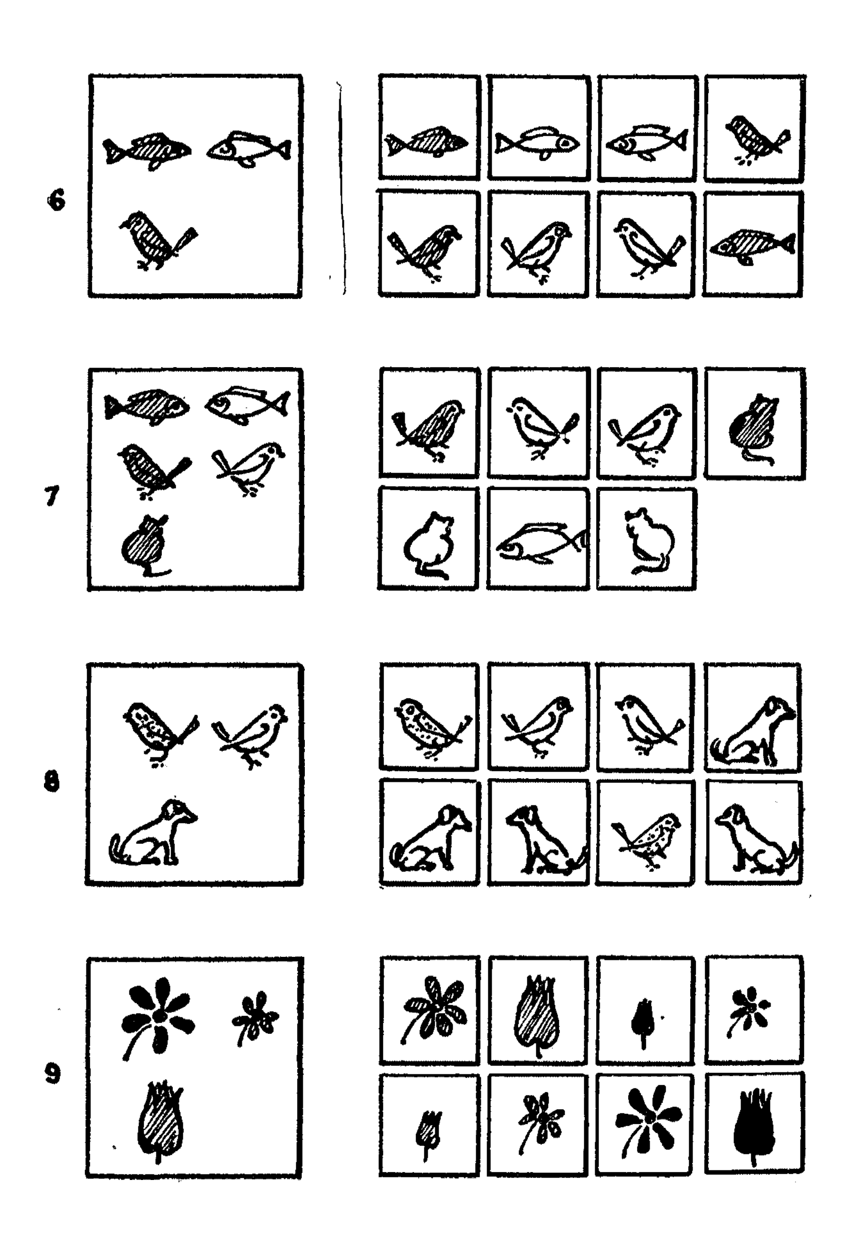


Fig. 10

tendencia a darse cuenta por lo menos de dos caracteres a la vez aumenta también con regularidad, mientras disminuye la tendencia a darse cuenta de un solo carácter. Veamos los porcentajes complementarios al respecto:

Edades	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
Un carácter	72 %	67 %	65 %	50 %	43 %	35 %
Dos caracteres (por lo menos)	28 %	33 %	35 %	50 %	57 %	65 %

Comprobamos primeramente que a los 7 años se cruzan estos dos movimientos descendente y ascendente en el 50 %: la edad de 7 años corresponde a los comienzos del estadio de las operaciones concretas.
En segundo lugar podemos inferir a partir de estos datos que si los sujetos jóvenes consiguen algunos éxitos por un método figural, es después de diversos tanteos y sin comprensión, desde un comienzo, de la necesidad de las intersecciones multiplicativas. En cambio, la actitud de los mayores está orientada desde el principio, en más del 50 % de los casos, hacia la multiplicación de los caracteres en juego.
Ahora bien, tanto la evolución de los éxitos globales como la de las actitudes multiplicativas al primer contacto con cada una de las pruebas indican una evolución relativamente continua, que contrasta con el carácter bimodal de la distribución de las reacciones en las pruebas con tres cualidades. Partiendo de estos distintos grupos de hechos podemos llegar a una filiación entre las estructuras figurales iniciales y las estructuras operatorias multiplicativas, según un desarrollo análogo al que hemos observado entre las colecciones figurales (aditivas) y las clasificaciones operatorias aditivas. Pero en el caso de las clasificaciones multiplicativas, subsiste el problema de saber cuál es la función exacta de las estructuras figurales que, como hemos visto, coinciden de manera más estrecha con las estructuras operatorias que con las clasificaciones aditivas. En lo que respecta a las pruebas de matrices analizadas en este parágrafo 2, la estructura figural, al ser presentada a los sujetos ya organizada, cumple seguramente una función excepcional de facilitación, lo que nos impide elegir entre las soluciones 2 y 3 distinguidas al final del parágrafo 1. Como mucho podría decirse que la mezcla de continuidad y discontinuidad que acabamos de advertir habla más en favor de la solución 3, puesto que la discontinuidad se nota sobre todo a propósito de las pruebas de tres cualidades, donde el método figural se distingue mejor del método operatorio, y la discontinuidad se vuelve a encontrar a propósito de los éxitos globales y de las actitudes iniciales en que los dos factores están mezclados. Convendrá entonces, para llevar el análisis más adelante, estudiar las clasificaciones multiplicativas espontáneas, cosa que haremos en los parágrafos 4 y 5, pero antes tenemos que proporcionar aún algunos complementos sobre las matrices, obtenidos por medio de una técnica más sistemática.

§ 3. LAS PRUEBAS DE MATRICES (CONTINUACION)

Los resultados del parágrafo 2 presentan sobre todo un carácter clínico. Nos hemos ocupado de controlarlos por medio de pruebas más estandarizadas, de las cuales proporcionaremos sobre todo los resultados estadísticos y que tendrán que ver con problemas algo diferentes, que completan los precedentes.

Para hacerlo, hemos retenido 9 de las 14 matrices usadas en el parágrafo 2, la primera de las cuales sirve simplemente de entrenamiento. Las 8 restantes que numeraremos I a VIII, involucran dos criterios (I y II forma × color, III forma × número, IV color × orientación) o tres (V a VII color × forma × orientación, VIII forma × color × tamaño).[4] Además hemos usado una técnica que llamaremos "abreviada", que sólo tiene que ver con las matrices II y V (con dos y tres criterios), después del entrenamiento sobre la matriz preliminar.

Para esta matriz preliminar, se presentan cuatro elementos para elegir, de los cuales tres son idénticos a los tres que ya se encuentran sobre la matriz misma. Para las matrices I-IV, se presentan seis elementos para elegir, de los cuales tres son idénticos a los de la matriz (contrariamente a la técnica del parágrafo 2); y para V-VIII se presentan ocho elementos para elegir, de los cuales tres son idénticos a los de la matriz. Estos elementos son presentados uno por uno sobre pequeños cartones separados (y no pegados en orden superpuesto sobre un cartón único), que el niño puede colocar a título de control sobre el casillero vacío de la matriz misma. El orden de presentación es constante para cada matriz, pero se ha variado sistemáticamente la línea de la figura de una matriz a otra.

Se plantean a los sujetos tres clases de problemas: (1) encontrar la figura justa; (2) justificar esa elección; (3) indicar si uno u otro de los cartones no elegidos quedarían igualmente bien o aun mejor (la estabilidad o movilidad de la elección resultan factores muy interesantes).

Comprobamos así que los problemas planteados completan, al menos sobre dos puntos, los del parágrafo 2: (a) Al presentar, entre los elementos a elegir, figuras idénticas (tres sobre seis u ocho) a las de la matriz misma, llegamos a distinguir mejor la parte de abstracción que interviene en la solución del problema. Por el hecho de que las soluciones por identidad son más frecuentes en los pequeños, perdemos tal vez la ocasión de un número suficiente de soluciones justas fundadas en una configuración perceptiva, para volver a encontrar las curvas bimodales obtenidas por algunas de las situaciones del cuadro XIII. Pero este inconveniente eventual se compensa mediante la obtención de una curva decreciente de soluciones por identidad (ver cuadro XV), que informa así sobre los progresos de la abstracción. (b) En cambio, para distinguir los factores figurales y operatorios, disponemos de dos nuevos datos simultáneos, uno de los cuales

[4] Para estas matrices I a IX, ver figura 10 (1 a 9).

es nuevo: la justificación de la elección (problema 2), que puede ser correcta o inadecuada, y, lo que se ha mostrado también como algo instructivo, la estabilidad de esa elección. En efecto, cuando el niño justifica adecuadamente su elección y, cosa que en general acompaña esta justificación (pero no siempre), se niega a modificarla, podemos admitir que ha comprendido las relaciones en juego. En cambio, cuando el niño, no consigue justificar lo que objetivamente corresponde a una elección correcta, ni logra mantenerla, cediendo a las sugestiones de cambio, podemos admitir que la elección inicial, justa en apariencia, se debió simplemente a las simetrías perceptivas.

Se tratará entonces de proporcionar, además del cuadro de los éxitos y fracasos globales por nivel de edad, el de las soluciones por identidades y los de las soluciones justas distinguiendo las "figurales" y las "operatorias" según los criterios indicados en el momento.

Comencemos con el cuadro de los éxitos promedio. Estos han sido cifrados a razón de un punto por criterio correctamente observado, sea 0, 1 ó 2 para las matrices I-IV y 0, 1, 2 ó 3 para las matrices V-VIII. Hemos agrupado en las mismas columnas las matrices que presentan los mismos tipos de criterios, o sea I y II para forma por color (FC) y V a VII para forma por color por orientación (FCO):

Cuadro XIV. *Exitos en las pruebas de matrices por números de criterios observados (2 para I-IV y 3 para V-VIII):*

	Téc. completa							*Téc. abrev.*	
Edades y número de sujetos	*FC* (I-II)	*FN* (III)	*CO* (IV)	*Pr.*	*FCO* (V-VII)	*FCT* (VIII)	*Pr.*	*FC* (II)	*FCO* (V)
4 (13)	0,4	0,4	0,2	0,3	1,1	0,2	0,8	0,9	1,2
5 (29)	1,1	0,7	1,2	1,1	1,9	1,3	1,8	0,8	1,0
6 (14)	1,4	1,0	1,5	1,4	2,3	2,8	2,5	1,8	2,0
7 (13)	1,1	1,4	1,6	1,3	2,7	2,2	2,6	1,7	1,9
8 (15)	1,8	1,7	2,0	1,9	2,7	2,8	2,8	1,9	2,3

Se comprueba entonces que, a pesar del mejoramiento general de los resultados con la edad, las reacciones de 6 años, en algunas situaciones (especialmente con la técnica abreviada), parecen mejores que las de 7 años, y parecen marcar entonces una especie de *maximum.* Un hecho de tal naturaleza debe resultar evidentemente de una interferencia de factores que se trata pues de disociar, puesto que una misma respuesta aparentemente correcta puede deberse tanto a razones operatorias como a simetrías figurales sin comprensión real.

Examinemos en primer lugar la evolución de las reacciones por identidad:

Cuadro XV. *Distribución de las identidades con la edad (en % de respuestas)*

	Téc. completa			*Téc. abreviada*		
Edades	*2 crit.*	*3 crit.*	*Pr.*	*2 crit.*	*3 crit.*	*Pr.*
4	45	35	40	25	37	31
5	37	32	35	41	48	44
6	30	7	19	0	14	7
7	20	0	10	38	37	37
8	0	0	0	0	0	0

En el caso de la técnica completa hay aprendizaje durante las pruebas I a VIII, de ahí el menor número de identidades para tres criterios que para dos, lo que se invierte (como es normal) en la técnica abreviada. Por otra parte se advierte la disminución de las soluciones por identidad a los 6 años, lo que corresponde pues al mejoramiento de las respuestas que se advierte en esta edad en el cuadro XIV. En cambio, en la técnica abreviada hay, sin aprendizaje, recrudecimiento de las identidades a los 7 años, como si en esta edad hubiera una laguna entre las soluciones figurales en vías de desaparición y las soluciones operatorias en vías de constitución.
Examinemos pues la repartición de estas dos clases de soluciones, apoyándonos en los criterios indicados más arriba (justificación y estabilidad).

Cuadro XVI. *Porcentaje de las soluciones operatorias y figurales:*[5]

	Figurales				*Operatorias*			
	Téc. compl.		*Téc. abrev.*		*Téc. compl.*		*Téc. abrev.*	
Edades	*2 cr.*	*3 cr.*	*2 cr.*	*3 cr.*	*2 cr.*	*3 cr.*	*2 cr.*	*3 cr.*
4	20	20	35	25	10	0	0	12
5	19	23	29	18	19	10	12	12
6	36	36	28	28	25	18	57	14
7	0	19	12	0	45	29	62	37
8	0	4	—	—	68	64	68	22

Para precisar, veamos dos ejemplos de lo que llamamos soluciones figurales.

[5] Las soluciones no clasificadas entre las figurales o entre las operatorias son falsas o inclasificables desde el punto de vista considerado (al provocar un cambio correcto las intervenciones del experimentador). La evaluación ha sido, pues, más estricta que para los resultados globales del cuadro XIII.

Vua (4; 5), para la matriz preliminar (un cuadrado grande, uno pequeño, un disco grande, etc.) coloca el disco pequeño, correcto: —¿Por qué? —*Porque hay dos cuadrados.* Pero a la pregunta —¿Podrías poner otra cosa?, responde inmediatamente: —*Sí, el cuadrado chiquito queda mejor.* —¿Por qué? *Porque es lo mismo* (identidad en relación con el elemento de arriba).
Del mismo modo para la matriz II (una flor y una manzana rojas, una flor amarilla...) Vua coloca correctamente una manzana amarilla: —¿Es lo mejor? —*Sí, porque hay dos manzanas, una roja y una amarilla.* —¿Quedaría bien una manzana roja? —*Sí, así hay dos rojas.* —¿Y una flor amarilla? —*Sí, porque* [ya] *está la manzana.* —¿Qué es lo que queda mejor entre las tres (manzana roja, manzana amarilla y flor amarilla)? —*La manzana roja.*

Fra (5; 10), para la misma matriz II, coloca en primer lugar una manzana grande, luego la aparta, inmediatamente una manzana roja y la sustituye por la amarilla (correcto). —¿Por qué? —*Así hay dos manzanas, una roja y una amarilla.* —¿Hay algo que quedaría mejor? —*La banana.* —¿Queda bien? —*Más o menos.* —Hay que poner una que quede bien. (Pone una flor roja). —*Es del mismo color* [que la manzana de arriba]. —¿Es lo mejor? —*No, la manzana roja.* (Identidad en relación con el elemento superior).

Vemos que estos sujetos (representativos de todos los que están clasificados en el grupo "figural"), empiezan, con o sin tanteos, con una solución correcta, pero sin poder justificarla siempre de una manera adecuada. Por otra parte, desde las primeras sugestiones, aceptan casi cualquier elemento, pero mostrando preferencia por las semejanzas o identidades en relación con los que figuran arriba o a la izquierda en la matriz: dicho de otro modo, cuando se trata de analizar las relaciones no consideran más de una por vez y pierden la ventaja del juicio figural global del comienzo.

Veamos ahora un ejemplo típico de soluciones operatorias:

Gra (7; 3), matriz II: pone de entrada la manzana amarilla "*porque son iguales pero de colores diferentes* (señala la dirección vertical) *y aquí* (dirección horizontal) *son del mismo color*". —¿Podrías poner otra cosa? —*La manzana roja, pero no queda muy bien porque arriba hay una flor roja y una manzana roja y, abajo, vamos a tener una flor amarilla y una manzana roja: es mejor tener una flor amarilla y una manzana amarilla.* Matriz V: coloca sin vacilar el pájaro verde. —¿Es lo mejor o podríamos hacer otra cosa? —*Es lo mejor. Tenemos el pescado verde y el pescado azul, después el pájaro verde y el pájaro azul. Arriba están enfrentados en sentido opuesto y abajo también tienen que estar enfrentados en sentido opuesto.*

Se advierte la unión de los dos criterios anunciados precedentemente: justificación que da testimonio de una puesta en relación según las dos (o tres) cualidades en juego y rechazo de la sustitución del elemento considerado como mejor.
Dicho esto, el cuadro XVI proporciona pues, la prueba de una dualidad neta entre las soluciones figurales y las soluciones operatorias de las pruebas de matrices. Mientras que estas últimas soluciones crecen regularmente con la edad en todas las situaciones, las soluciones figurales disminuyen a

partir de los 6 años. Si estas últimas parecen pasar por un máximum a los 6 años (lo que explica la distribución de las respuestas justas a esta edad en el cuadro XIV), este resultado es naturalmente relativo a la técnica adoptada que hace posible las soluciones por identidades: suprimiendo en los elementos para elegir las imágenes idénticas a las de la matriz, habríamos provocado en cambio un mayor número de respuestas justas a los 4 y 5 años (como vimos en el parágrafo 2 con las mismas pruebas: ver cuadro XIII) y en las distribuciones globales de los éxitos habríamos encontrado sin duda curvas bimodales en lugar de máxima aparentes a los 6 años, debido a la suma de los éxitos figurales y los operatorios.

En conclusión, estos resultados confirman bien, pero con otros métodos, lo que ya el análisis clínico y las distribuciones estadísticas del parágrafo 2 nos habían permitido entrever: que si, en las estructuras multiplicativas de clases (matrices) como en las estructuras aditivas (clasificaciones simples), hay filiación de las estructuras operatorias a partir de las estructuras figurales iniciales, sin embargo hay discontinuidad relativa entre estas dos clases de soluciones con resultados igualmente correctos (en relación con los datos objetivos), unas fundadas en las meras simetrías perceptivas y las demás en la comprensión propiamente dicha de las correspondencias.

§ 4. LAS CLASIFICACIONES MULTIPLICATIVAS ESPONTANEAS

Para empezar usaremos una técnica intermedia entre las matrices a completar (parágrafos 2-3) y las clasificaciones por cajas (parágrafo 5): se tratará aquí de una caja con cuatro compartimientos de tal modo que podamos quitar y poner los tabiques para determinar las relaciones establecidas por el sujeto entre las colecciones y las clases multiplicativas. Usaremos dos tipos de elementos para clasificar: unos (I) distribuibles en cuatro clases, cada una de las cuales está formada por elementos idénticos entre sí, y otros (II) distribuibles también en cuatro clases, pero sin identidades entre los términos individuales. La distribución de esos conjuntos es la siguiente:

I a: 16 dibujos repartidos en: (1) cuatro conejos negros sentados; (2) cuatro conejos blancos sentados; (3) cuatro conejos negros corriendo y (4) cuatro conejos blancos corriendo.

I b: 16 figuras geométricas consistentes en: (1) cuatro cuadrados azules; (2) cuatro cuadrados rojos; (3) cuatro círculos azules y (4) cuatro círculos rojos.

II: 16 dibujos[6] que representan (1) cuatro hombres (un gendarme, un payaso, un jugador de fútbol y un señor de frac); (2) cuatro mujeres (una con sombrero, otra llevando una canasta, una tercera llevando un balde y una esquiadora); (3) cuatro chicos (dos, distintos, llevando mochilas, un tercero corriendo y un cuarto jugando al diávolo); (4) cuatro chicas (una con mochila, una segunda corriendo, una tercera acompañada por un perro y la última con una muñeca).

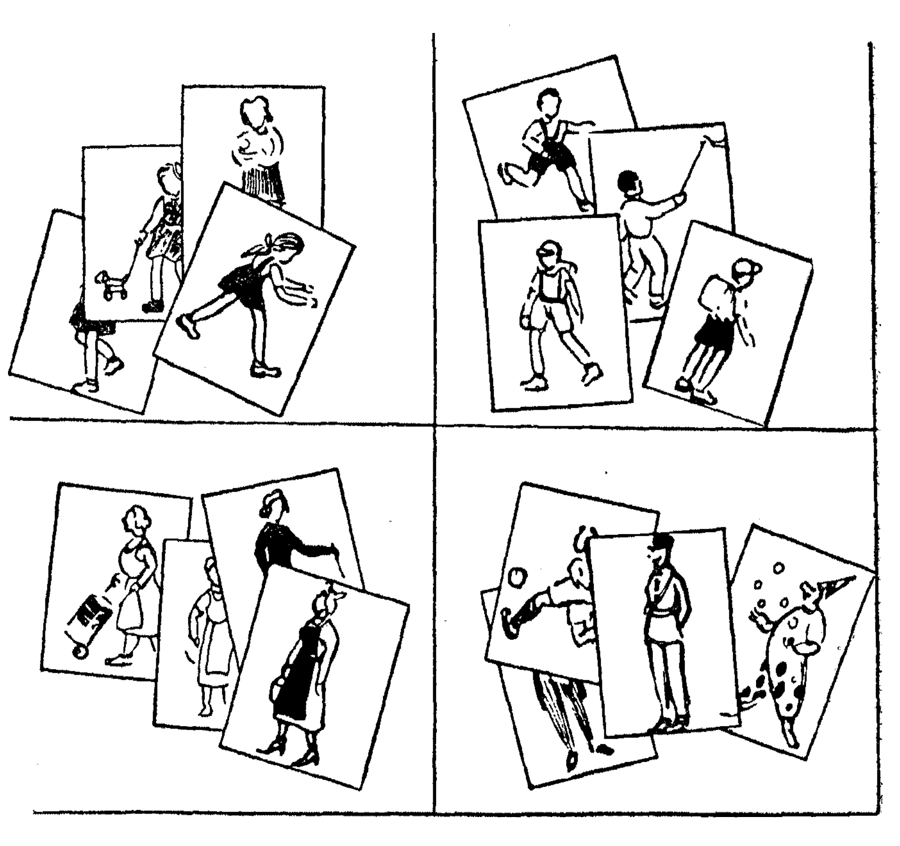


Fig. 11

Para el conjunto II la interrogación implica las siguientes etapas: (a) clasificación libre ("poner juntas las cosas que quedan bien juntas, las cosas que se parecen"); (b) se presenta una caja con cuatro compartimientos solicitando que se hagan cuatro montones con todos los dibujos; (c) se

[6] Para esos 16 dibujos (II), ver figura 11.

retira uno de los tabiques que se cruzan en la caja, dejando así dos grandes compartimientos y se solicita que "hagan solamente dos montones", con justificación, luego se solicitan otros dos pero "de otra manera"; (d) se colocan nuevamente los dos tabiques: "Vas a hacer de nuevo cuatro montones pero de tal modo que si quitamos esta separación (vertical) los dos montones (así reunidos: se los señala con un gesto) formen un buen conjunto y que, si quitamos la otra separación (horizontal), podamos mezclar también los dos montones (gesto)".
Para los conjuntos I a y I b el principio (a) y el fin (d) de las interrogaciones han sido los mismos, pero las partes (b) y (c) son reemplazadas por reparticiones en cajas simbólicas (sic) negra o blanca (o redonda y cuadrada) con aberturas en forma de conejo, etc.
El principio de la investigación es pues el mismo que el de las matrices de los parágrafos 2 y 3, pero con importantes diferencias: (a) el niño está con todos los elementos en un pie de igualdad (no hay elementos ya clasificados y otros a elegir para terminar la clasificación), y debe clasificarlos a todos; (b) debe buscar por sí mismo los criterios de su clasificación (los recipientes simbólicos puestos a su disposición están vacíos al principio y simplemente limitan el número de clases posibles sin prejuzgar sobre el detalle de las intersecciones); (c) las sub-clases multiplicativas no son singulares, sino que cada una implica varios elementos idénticos.
Es inútil remontarse al estadio I cuyas colecciones figurales (alineamientos, etc.) no tienen relaciones genéticas con las futuras tablas de doble entrada, aun cuando se trate de objetos colectivos o complejos que presenten la apariencia momentánea de las mismas (cf. cap. I, 2, en III, el caso de Nel). En cuanto al estadio II (colecciones no figurales), asistimos a un pasaje gradual desde las clasificaciones simples y sucesivas (es decir según los dos criterios posibles pero encarados uno por vez) hasta la clasificación multiplicativa simultánea. Los tipos de conducta al respecto son los siguientes, clasificándolos desde los más simples a los más evolucionados (conviene advertir que se trata de tipos y reacciones variables en un mismo sujeto y no necesariamente de tipos individuales estables ni a fortiori de sub-estadios):
I. El tipo más simple consiste en clasificar las figuras solamente en dos colecciones (conejos que corren o sentados, negros o blancos), pero sin subclases y sin cambios de criterio una vez construidas las dos colecciones:

Ber (4; 5) hace dos columnas de conejos (sentados y corriendo) sin preocuparse por los colores. Cajas y bolsas: idem. Compartimientos: ocupa sólo dos, siempre con la misma subdivisión: —¿Puedes ocupar los cuatro? —*Sí.* Pero pone conejos sentados (negros y blancos) en los casilleros 1 y 4 (en diagonal) y conejos que corren (negros y blancos mezclados) en los casilleros 2 y 3. En cuanto a las fichas, pasa al tipo II.

Un segundo tipo de reacción consiste en clasificar los elementos en cuatro colecciones, sin relaciones simultáneas entre ellas:

Jea (5; 3) hace una fila de conejos blancos que corren, después otra de conejos negros que corren, una tercera de conejos blancos sentados y una cuarta de conejos negros sentados, pero sin relaciones entre las cuatro filas. Se le dan las dos cajas y las dos bolsas: pone en la primera los conejos blancos que corren, pero ninguno negro, y los sentados en la segunda, dejando el resto sobre la mesa: —¿Podrías poner los otros? —... —¿Te parece que pueden ir dentro? —*No,* etc. Después de una sugestión pasa al tipo I y divide en conejos sentados y conejos que corren mezclando los colores. Se le presenta entonces la caja con compartimientos: no hay reacción. Entonces se hace delante del niño la clasificación en cuatro colecciones, luego se quita un tabique: —¿Aquí? —*Conejos que corren.* —¿Y aquí? —*Conejos que juegan* (= sentados). (Se coloca nuevamente el tabique quitando el otro). —¿Y aquí? —*Conejos que corren y conejos que juegan.* —¿Y aquí? —*Lo mismo.*

Este sujeto distinguía por sí mismo cuatro clases, pero sin relaciones. La prueba está en que, cuando se lo obliga a reunir los elementos en dos clases, se atiene a ellas pero sin subdivisiones. Por otra parte, cuando se construye una tabla de doble entrada con la caja de dos tabiques, reconoce las mismas clases (sentados o que corren), pero sin discernir las otras subdivisiones según los colores.

III. Un tipo de reacción un poco más evolucionada consiste en construir dos colecciones, de las cuales una sola está subdividida en sub-colecciones, mientras que la otra no lo está, aunque se vuelven a encontrar los mismos caracteres:

Dan (5; 7) clasifica los conejos en sentados (blancos y negros mezclados), en blancos que corren y en negros que corren. Se le da las cajas y las bolsas: mantiene su división en tres colecciones solamente. Caja con cuatro compartimientos: pone primero a un lado los sentados, y los que corren a otro. Luego subdivide estos últimos en negros y blancos en dos compartimientos y coloca en los otros dos conejos sentados (negros y blancos mezclados).

En cambio, reparte correctamente las fichas en cuatro colecciones, cuadrados y redondos, azules y rojos. Pero, como en el tipo II, se trata sólo de cuatro colecciones aisladas. En efecto, al quitarse el primer tabique, Dan reconoce "*cuadrados y redondos*" pero cuando se lo coloca nuevamente y se quita el otro tabique, no reconoce en estas dos colecciones rojos y azules sino simplemente: "*Hay* (arriba) *cuadrados y redondos y acá* (abajo) *redondos y cuadrados*".

Este tipo III está orientado en la dirección de la tabla de doble entrada puesto que una de las dos colecciones iniciales ya está subdividida en dos, pero el sujeto permanece insensible a la simetría que debería conducirlo a la misma subdivisión para la otra clase. Sin embargo, cuando pasa al tipo II, construye cuatro colecciones isomórficas a las de una tabla con doble entrada: pero si bien, durante la construcción, hay allí un esquema premultiplicativo, éste no llega, una vez acabada la construcción, a la doble dicotomía que aseguraría la multiplicación misma, y sólo toma conciencia de una dicotomía sobre dos.

IV. El tipo 4 se acerca bastante más a la tabla de doble entrada: dos dicotomías sucesivas, pero de valores diferentes, que se manifiestan por

resistencias variadas a hacerlas interferir según todas las combinaciones multiplicativas:

Nis (5; 10) clasifica las fichas en dos colecciones (cuadradas y redondas), luego las mismas en otras dos (azules y rojas). Coloca fácilmente las dos colecciones en la caja con compartimientos bajo la forma de cuatro subcolecciones, lo que parece realizar una tabla con doble entrada completa, pero se niega a admitir las clases por intersecciones: (Se retira el tabique entre rojos y azules). —*¿Cómo son?* —... —*Si los tomo todos juntos, ¿qué habrá?* —*Cuadrados.* —*¿Nada más?* —*También redondos.* —¿Se los puede poner juntos? —*Sí.* —¿Por qué? —*No sé.* (Son todos azules pero ya no ve esta posibilidad de clasificación que ella misma ha usado al principio), etc. Se quita el segundo tabique: iguales reacciones.
Pasamos a los conejos: Nis construye ahora de primera intención la tabla con doble entrada en la caja con tabiques (sentados y corriendo, negros y blancos). Cuando se retira uno de los tabiques, distingue bien las dos clases de los que corren y de los que "*no hacen nada*". Pero, al quitarse el otro tabique, se niega a reconocer las otras dos clases (negros y blancos): —¿Son del mismo color (se le muestran los negros)? —*No, sí, todos tienen las orejas puntiagudas.*

Es en tales casos que la estructura espacial de las tablas con doble entrada parece imponerse por razones figurales, antes que la comprensión completa de la operación multiplicativa esbozada sin embargo en esta misma construcción.
V. El tipo V es aún un caso de doble clasificación sucesiva correcta, pero de interferencias incompletas, debidas esta vez al hecho de que los sujetos disponen las colecciones en diagonal y no según los ejes de la caja:

Myr (6; 5) "*¡Conejos que corren y conejos sentados; blancos y negros!*" La expresión verbal es pues perfecta, pero Myr dispone las cuatro colecciones dentro de la caja de tal modo que los negros ocupan una de las diagonales y los blancos la otra. Al levantar uno de los tabiques, tenemos las dos clases: "sentados" y "corriendo". Pero al levantar el otro, "*no, no queda bien, está todo mezclado*". Se le pide una reordenación, pero a pesar de los múltiples ensayos que realiza, Myr vuelve siempre a la diagonal.

VI. Intersecciones correctas previo tanteo: este último tipo del estadio II marca la transición al estadio III:

Ala (5; 11). Fichas: en primer lugar advierte las azules, luego pone las cuadradas a un lado, pero alternando, en cada colección, las rojas y las azules en lugar de subdividir los círculos y los cuadrados en dos subcolecciones; roja y azul. Poco a poco se va liberando de esta disposición figural (heredada del estadio I) para aceptar las subdivisiones en cuatro colecciones. Pero una vez logradas éstas, las coloca correctamente en la caja con tabiques: (Se retira uno de los tabiques). —¿Qué tenemos ahora en la caja? —*Redondos y cuadrados* (correcto). —¿Y ahora? (se levanta el otro tabique mezclando los elementos de uno de los lados). —*No importa* [que mezclemos redondos y cuadrados] *porque son también rojos.* —¿Y del otro lado? —*Están los azules: cuadrados y redondos.*
Conejos: igual reacción, previo tanteo.

Finalmente, los sujetos del estadio III logran de primera intención la estructura multiplicativa:

For (7; 9) clasifica espontáneamente (sin caja) los conejos según las cuatro subclases posibles, luego las coloca correctamente en las cajas y en las bolsas y también en la caja con tabiques. Al quitar alternativamente los tabiques, acepta las cuatro reuniones: "*Sí, porque son todos blancos*", luego "*porque corren*", "*porque todos están sentados*" y finalmente "*porque todos son negros*". Las fichas dan lugar al mismo éxito inmediato.

En conclusión, con esta técnica no hemos encontrado más estructuras espontáneas de matrices bajo una forma figural en el estadio I que con la técnica del parágrafo 5. En cuanto a la preparación de la multiplicación operatoria, el estadio II nos ofrece el cuadro de los tipos jerárquicos que podemos seriar como sigue: 1 (I y II) → 2 (III) → 3 (IV y V) → 4 (VI). Distinguimos en esta sucesión el proceso que describiremos a propósito del estadio II en la experiencia del parágrafo 5, pero sin que estemos en condiciones, desde el punto de vista estadístico, de hacer corresponder estos cuatro grupos con sub-estadios. Las formas más simples de reacción (I y II) consisten en considerar los dos criterios (o cualidades a multiplicar) separadamente, sin coordinación fuera de tiempo. El tipo III, más evolucionado, marca un principio de coordinación, puesto que el sujeto construye tres colecciones con dicotomía entre la primera y las otras dos según el segundo criterio: pero las tres colecciones quedan sobre el mismo plano y el principio de coordinación no termina en una intersección completa entre las clases debidas a las dos dicotomías posibles. En la tercera etapa (tipos IV y V) hay ahora dos dicotomías completas (no ya parciales como en el tipo III), reaccionando la segunda retroactivamente sobre los resultados de la primera; pero a falta de una concentración de esas marchas sucesivas en un todo simultáneo que completaría así la retroacción por un proceso anticipador, el sujeto no consigue la construcción del sistema propiamente multiplicativo. Finalmente, el tipo VI, llega a esa concentración y a esa anticipación, pero por etapas sucesivas (tanteos), mientras en el estadio II el sistema se completa en un esquema anticipador inmediatamente aplicado a los datos presentados.
En cuanto a la clasificación de las figuras humanas (problemas II), proporciona los mismos resultados. Limitémonos a citar sujetos que representan las tres etapas principales caracterizadas por el descubrimiento de dos o cuatro clases, pero sin multiplicación propiamente dicha, luego éxito gradual y finalmente inmediato:

Mar (6; 6) empieza reuniendo los dos chicos porque están "*en la misma posición, los dos van a la escuela*", luego las dos mujeres porque "*están en la misma posición*", luego el señor de frac y el policía "*son iguales no del todo*" y se conforma con un alineamiento de los restantes. Al pedírsele cuatro montones, vuelve a los cuatro precedentes. Para dos montones responde: "*niñas, señoras y niños, papás*".

Este sujeto llega bien a las cuatro clases de una posible matriz, pero sin ninguna idea de multiplicación. Los sujetos siguientes se acercan a ella o la consiguen progresivamente:

Van (6; 3) comienza con ocho montoncitos, de los cuales seis son homogéneos (dos chicos con mochila, etc.) y dos mezclados (señora y niña, payaso y esquiadora). Para cuatro montones la respuesta es: (1) gendarme, hombre de frac y

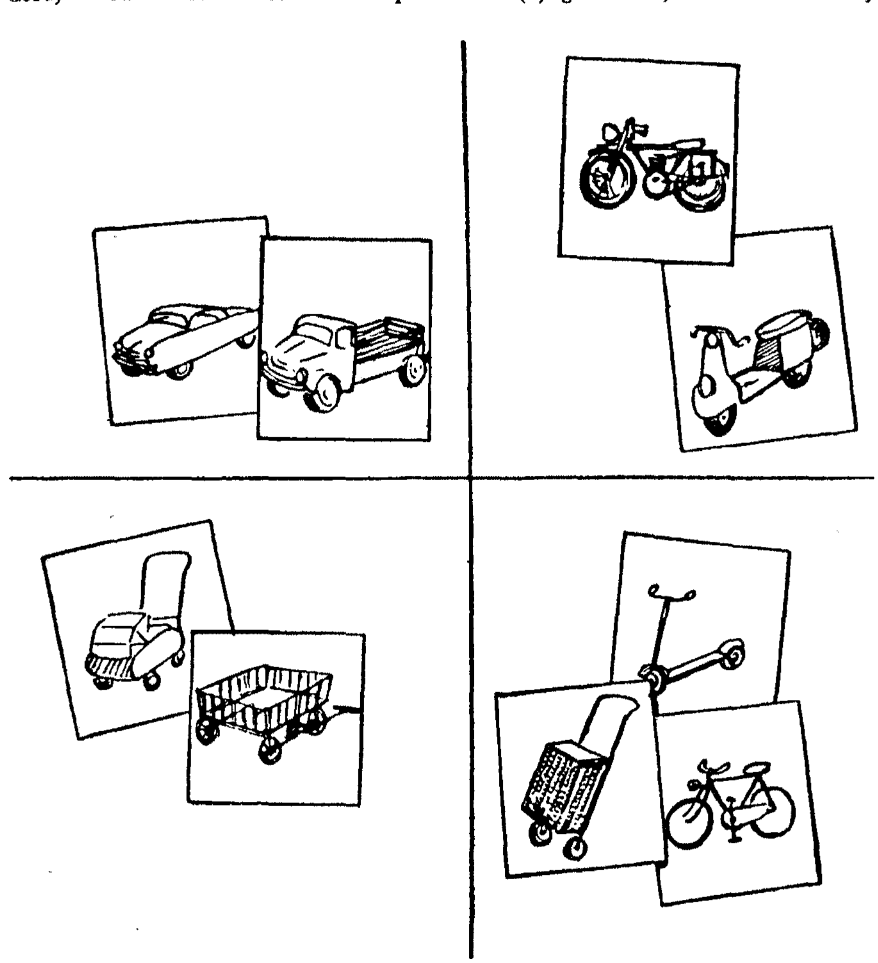


Fig. 12

tres señoras, (2) payaso, (3) dos chicos con mochila y cuatro niñas, (4) esquiadora y dos chicos corriendo. Para dos montones reparte por edad (niños y adultos) luego, en el momento de un segundo ensayo, por sexo: "*Todos los chicos y señores juntos, todas las niñas y las señoras juntas*". Ante un nuevo pedido de cuatro montones, llega a una tabla con doble entrada, pero en diagonal: (1) señoras y (2) niñas; (3) chicos y (4) señores.

Cat (6; 8) empieza también con ocho montoncitos, después, para cuatro, da: (1) tres esquiadoras, (2) cuatro niñas, (3) las señoras, (4) los señores. Para dos montones, reparte en primer lugar por sexos, luego por edades. Ante un nuevo pedido de cuatro montones, proporciona una tabla con doble entrada correcta: niñas y señoras, chicos y señores.

El sujeto siguiente en cambio, es representativo del éxito inmediato:

Dub (8; 6) empieza con ocho. Ante el pedido de cuatro montones construye de primera intención la tabla con doble entrada correcta. —¿Y si hiciéramos así? (señores, niñas, señoras y chicos, es decir en diagonal). ¿Quedaría bien igual? —*No, porque acá están las niñas y los hombres.* Indica entonces claramente el sentido multiplicativo de su propia tabla: según una dimensión los "*chicos y los mayores*" y según la otra los sexos.

Comprobamos pues el carácter al mismo tiempo espontáneo y progresivo de la construcción de las estructuras multiplicativas.

§ 5. LAS CLASIFICACIONES MULTIPLICATIVAS ESPONTANEAS (CONTINUACION)

Hemos realizado otras investigaciones, cuyo principio común es presentar de nuevo al sujeto un conjunto de objetos que pueden ser clasificados según dos criterios diferentes, e investigar si logra repartirlos según esos dos criterios al mismo tiempo, y cómo lo hace.
El mejor ejemplo es el de ocho imágenes (automóvil, camión, motocicleta, motoneta, carro, cochecito, bicicleta y changuito) que pueden ser repartidos según sean o no motorizados y según tengan dos o cuatro ruedas. La consigna es "poner juntos los que quedan bien juntos", primero en cuatro cajas, luego en dos (dos o tres veces seguidas), otra vez en dos y finalmente, si el niño no ha encontrado por sí solo una disposición con doble entrada, en cuatro cajas distribuidas en matriz (ver la fig. 12).
Observamos en este caso un conjunto de reacciones de complejidad creciente que podemos seriar según nuestros estadios I (mezcla de semejanzas y de convivencias empíricas), II (colecciones diferenciadas con complementaridades) y III (estructuras operatorias con inclusiones e intersecciones). Está de más insistir en las reacciones del estadio I. Consisten en alinea-

mientos o montoncitos con semejanzas dos a dos, o con conveniencias empíricas o aun sin otra razón que la de reunir:

Bou (4; 10). Dos alineamientos de cuatro objetos, pero sin semejanzas, a no ser esporádicamente por parejas (bicicleta y motoneta).

Nic (5; 5). Cuatro cajas: (1) "*bicicletas*", (2) "*autos*", (3) "*un carro*", y (4) "*un cochecito*". En dos cajas: (1) auto, motoneta, motocicleta y changuito, (2) los cuatro restantes. La bicicleta y el cochecito van juntos porque con frecuencia se guardan en el mismo lugar en las casas, etc.

En este nivel I que corresponde a las colecciones figurales no hay rastros de estructuras espontáneas de matrices, aunque los sujetos de la misma edad logran con relativa facilidad, como hemos visto en las parágrafos 2-3, resolver las pruebas de matrices por una especie de lectura directa de las dobles simetrías perceptivas.

En el nivel II, las colecciones construidas por el sujeto, no sólo se fundan únicamente en las semejanzas, sino que también se diferencian en subcolecciones complementarias, que se esbozan, desde el comienzo del estadio, en una forma imperfecta y sin disyunciones completas, para precisarse enseguida bajo la forma de clasificaciones dicotómicas primero sucesivas y luego relacionadas en un todo mediante intersecciones multiplicativas.

Veamos algunos ejemplos de los comienzos del estadio II:

Grei (6; 6) empieza con cuatro montones: (1) carro, changuito, (2) bicicleta, motoneta, moto, (3) auto y camión, (4) cochecito. Luego pone el cochecito con el carro "*porque el cochecito tiene cuatro ruedas*". —¿Y (2)? —*Porque tiene dos ruedas.*

Dos cajas: Grei pone todo dentro de una sola caja. —*Voy a poner todo lo que rueda* (parte, pues, de una única clase total). —¿Y si lo ponemos en dos cajas? —*Aquí* (carro, cochecito y changuito) *son todos carros.* —¿Y aquí (todo el resto)? —*Porque no hay otros lugares.*

Se recomienza con dos cajas: (1) "*Todos los de dos ruedas*"; (2) "*todos los de cuatro ruedas*".

Cuatro cajas "pero poniendo las cosas de manera distinta que la primera vez": (1) Camión, auto, "*esto tiene motor y tienen cuatro ruedas*". (2) Moto, motoneta: "*Tienen motor* (y dos ruedas)". (3) Changuito y carro: "*Son carros. Tienen dos y cuatro ruedas*". (4) Bicicleta y cochecito.

Saf (4; 6): (1) Automóvil, camión: "*Son dos autos*". (2) Motoneta y moto: "*Las dos son eléctricas* (= motorizadas)". (3) Carro, carretilla:[7] "*hay que caminar y empujar con los pies*". (4) Cochecito, bicicleta: "*Hay que empujar con la mano y los pies*".

Vemos esbozarse así algunas diferenciaciones con complementaridades: cuatro y dos ruedas, los carros y el resto (Grei, por dicotomía de la clase total "todo lo que rueda"), motorizados y a tracción, etc. Pero tales subdi-

[7] En reemplazo del changuito, desconocido para este sujeto.

visiones no son completas (no comprenden el conjunto de los objetos a clasificar) ni unificadas (los mismos criterios para el conjunto), cosa que les impide la disyunción. Finalmente, cuando se propone a estos sujetos una repartición en tabla de doble entrada, no saben adaptarse a ella (contrariamente a la prueba de las matrices de los parágrafos 2 y 3, donde sólo se trataba de llenar el cuarto casillero, estando ya ocupados los tres primeros.

En la continuación (segunda mitad del estadio II), las diferenciaciones con complementaridades se generalizan al conjunto de los elementos, y el sujeto puede pasar de una primera forma de complementaridad a otra forma a título de segunda clasificación posible. Pero allí se trata de clasificaciones sucesivas sin que todavía haya fusión de ambas en un sistema multiplicativo único:

Fer (5; 6), después de haber puesto en cuatro cajas dos grupos de vehículos de cuatro ruedas y dos de dos, reúne todo en dos cajas: —*Dos ruedas y cuatro ruedas.* —¿Podrías hacerlo de otra manera? (Se le dan otras dos cajas). —*Estos llevan nafta* (= motorizados) y *éstos no* (correcto). Pero al volver a las cuatro cajas, reproduce la clasificación inicial que excluye toda doble entrada (la bicicleta está sola en 1 y la carretilla sola en 4).

Gal (6; 6) hace cuatro montones y exclama: "*Ya me doy cuenta, ¡todos tienen ruedas!*". Consigue diferenciar en dos cajas una clase de cuatro vehículos motorizados —"*todos tienen motor*"— y una clase formada por los otros cuatro, de los cuales dice simplemente: "*Tienen ruedas*" (pero no motores). Con dos nuevas cajas reparte los mismos elementos en una clase con dos ruedas y otra con cuatro. Pero fracasa en la tabla de doble entrada.

Mau (5; 7) hace igualmente dos clasificaciones sucesivas, una según "*tengan motores o no*". Fracasa el intento de reunirlos en una clase única.

El problema está entonces en comprender cómo pasará el sujeto, de estas dos clasificaciones distintas pero sucesivas, a la clasificación multiplicativa, reuniendo a ambas en un mismo sistema. Como veremos al analizar la llegada al estadio III, parece que este pasaje de una a otra arrastra en primer lugar un pasaje recíproco o retroactivo de la segunda a la primera y que esta retroacción provoca entonces la anticipación que permite reunirlas. Pero para seguir este proceso complejo, es importante analizar el detalle de las reacciones sucesivas en uno o dos casos individuales:

Sac (7; 8). Después de una clasificación en cuatro cajas sin criterios de conjunto, reúne el camión, la motoneta, la bicicleta, la motocicleta y el auto en una caja y el resto en la otra: —*Acá* (1) *tienen ruedas todos.* —¿Y los otros —*También.* —¿Entonces? —*Tienen motor todos, menos la bicicleta* (la coloca en 2) *y aquí* (2) *hay ruedas y no hay motores.* Nuevo ensayo: reparte en cuatro y dos ruedas, pero sin decir nada más que "*ruedas*". Se le dan entonces cuatro cajas: (1) moto y motoneta; (2) camión, auto; (3) bicicleta, changuito y (4) carro, cochecito. —¿Por qué éstos? —*Tienen ruedas y no tienen motor.* —¿(3)? —*No tienen motor.* —¿(2)? *Un motor.* —¿Y (1)? —*También un motor.* —¿Podríamos poner el auto con la motoneta y el camión con la moto? —*No, éstas*

tienen cuatro ruedas y aquéllas solamente dos. Hay cuatro clases multiplicativas correctas, pero sin tabla de doble entrada.
Un mes más tarde (7; 9), Sac pretende no recordar nada, pero rehace inmediatamente, en cuatro cajas alineadas, la misma clasificación. Se le pide que "arregle las cajas para que queden bien reunidas de a dos". Construye entonces una figura tal que las cajas (1) y (4) ocupan una diagonal, y las cajas (2) y (3) la otra, describiéndolas como sigue: (1) cuatro ruedas sin motor; (4) cuatro ruedas con motor; (2) dos ruedas sin motor y (3) dos ruedas con motor.

Jan (7; 1) empieza empíricamente con cuatro cajas, luego los reúne en dos según sean "con motores" o "sin motores". —¿Podrías hacerlo de otro modo? —*Sí, hay de madera y de hierro.*
Cuatro cajas: recomienza ensayando un sistema hierro o madera y motor o no-motor. —¿Podrías hacerlo de otro modo? —*Creo que sí, tengo una idea:* (1) *de madera-cuatro ruedas* (carro y camión); (2) *de madera-dos ruedas* (changuito); (3) *de hierro-cuatro ruedas* (auto, cochecito) y (4) *de hierro-dos ruedas* (bicicleta, motoneta y motocicleta).

Kro (7; 9) también empieza con cuatro colecciones sin criterio previo, luego los reparte en dos según tengan motor o no, y nuevamente en dos según tengan dos o cuatro ruedas. Al recibir cuatro cajas, los distribuye entonces según las cuatro asociaciones: con motor, con dos o cuatro ruedas y sin motor, con dos o cuatro ruedas.

La diferencia entre estas reacciones que marcan el comienzo del estadio III y las del nivel II reside en que hay intervención neta de esquemas anticipadores: Jan, por ejemplo, dice "tengo una idea", y clasifica inmediatamente en función de esa idea previa. De una manera general está claro que la clasificación multiplicativa, que consiste en repartir todos los objetos según dos criterios a la vez, no podría ser descubierta sin la intención previa de reunir en un todo único las distintas dicotomías establecidas antes. Pero no es menos claro que esta anticipación no podría surgir ex nihilo y que es preparada por las reacciones que la preceden. Ahora bien, los casos individuales que acabamos de citar no empiezan precisamente por ninguna reacción anticipadora, puesto que, en presencia de las cuatro cajas vacías iniciales, los sujetos comienzan con una clasificación empírica, por tanteos sucesivos, es decir, sin un plan de conjunto. Después de lo cual descubren un criterio general (motor o no), y luego otro (cuatro o dos ruedas, de madera o de hierro). La única diferencia con los sujetos del estadio II (Fer, Gal y Mau), que también encontraban esos criterios sucesivos, es que en lugar de pasar directamente del primero al segundo olvidando lo que precede, tienden, en el momento de la adopción del criterio siguiente, a retornar al precedente por un movimiento retroactivo: es así que Sac, a un mes de distancia, sigue bajo la influencia de sus clasificaciones anteriores y, aunque no formula al principio la distinción entre dos y cuatro ruedas, vuelve constantemente a ese criterio. La anticipación que lleva a reunir los dos criterios en un mismo sistema multiplicativo es pues función de las oscilaciones y de las retroacciones previas que, de sucesivos, los convierte en alternantes y finalmente en simultáneos.

Desgraciadamente, en el caso de este material, las posibles dicotomías son múltiples (Jan introduce la dicotomía "de hierro" o "de madera" en lugar de dos o cuatro ruedas), de modo que los sujetos de 8-9 años, en lugar de registrar una estabilización de las reacciones que acabamos de notar entre los 7 y 8 años, progresan en el sentido de una movilidad cada vez mayor con respecto a esos posibles criterios:

Bon (8;3) en presencia de las cuatro cajas iniciales vacías empieza inmediatamente con las cuatro clases multiplicativas más simples, con motor o sin él y con cuatro o dos ruedas. Pero cuando se le pide la clasificación en dos cajas, Bon encuentra ocho criterios posibles: dos o cuatro ruedas, con o sin techo, con o sin guía, con o sin puerta, con o sin asiento, con o sin campanilla, con o sin frenos y con o sin neumáticos. ¡Sus asociaciones darían 256 clases multiplicativas! Cuando se le vuelven a dar cuatro cajas vacías, Bon ensaya distintas combinaciones, todas incompletas. En cambio, cuando se le presenta un dispositivo de tabla de doble entrada, vuelve a las cuatro clases iniciales exhaustivas.

Ben (8; 6) del mismo modo encuentra seis dicotomías según los criterios de motor, ruedas, asientos, rayos, luz y contenido (personas o cosas), lo que daría 64 clases que, naturalmente, no trata de reunir en un solo sistema.

Aparte de estas complicaciones finales, esta investigación muestra claramente cómo, una vez en posesión de los instrumentos que intervienen además en la clasificación aditiva (ver cap. II, 1-2), el sujeto tiende por sí solo a reunir en un mismo sistema multiplicativo las clasificaciones ante todo sucesivas efectuadas según los criterios iniciales (pasaje del estadio II al III). Pero comprobamos que, si bien consigue construir fácilmente cuatro clases multiplicativas, no trata —salvo excepciones— de disponerlas según la estructura figural de las matrices o tablas de doble entrada; esto parece confirmado por el hecho de que, junto a los factores figurales, interviene en la elaboración de las clasificaciones multiplicativas un factor de coordinación, preoperatorio primero (regulaciones con retroacciones y principio de anticipaciones) y operatorio luego, con evolución relativamente continua.

§ 6. LA MULTIPLICACION (O INTERSECCION) SIMPLE

Los hechos examinados hasta ahora parecen mostrar que las estructuras multiplicativas no surgirían durante el desarrollo sin relación con las estructuras preoperatorias y figurales anteriores (hipótesis 1 del parágrafo 1), pero tampoco derivarían directamente de esas estructuras figurales (hipótesis 2): pasando por una etapa figural, se deberían a una organización progresiva que se apoyaría a su vez en la que interviene en parte en las clasificaciones meramente aditivas (hipótesis 3). En cuanto a la naturaleza de esta organización, parece proceder según las siguientes etapas: en primer lugar una o dos dicotomías sin relación, después efecto retroactivo de la segunda sobre la primera, posteriormente fusión de ambas en un esquema anticipador.

Pero si en realidad es así, debe intervenir una diferencia neta entre la evolución de las multiplicaciones completas, tratadas hasta ahora, y las multiplicaciones simples, o intersección de dos clases solamente, que vamos a ver ahora. Se dice que hay "multiplicación completa" entre dos clases compuestas B_1 y B_2 (o $B_1 = A_1 + A'_1$ y $B_2 = A_2 + A'_2$) cuando todos los elementos de B_1 forman parte de B_2 y recíprocamente y cuando las subclases de la clase A y A' dan lugar a interferencias (o intersecciones) según las cuatro asociaciones $A_1 A_2$; $A_1 A'_2$; $A'_1 A_2$; $A'_1 A'_2$. Hablamos en cambio de "multiplicación simple" cuando dos clases cualesquiera A_1 y A_2 tienen sólo una parte común $A_1 A_2$ y cuando cada una de ellas presenta una parte no común a la otra, a saber $A_1 A'_2$ y $A'_1 A_2$. La multiplicación simple es, pues, una operación parcial, que interviene en la multiplicación completa, pero tal que A_1 y A'_2 no estén reunidas en B_1 ni A_2 y A'_2 en B_2 y que falte la asociación $A'_1 A'_2$.

Ahora bien, podría pensarse (y esto sería coherente con una psicología y una lógica atomistas) que la multiplicación simple es más "elemental" que la multiplicación completa y que es genéticamente más precoz; la multiplicación completa, concebida como un sistema compuesto por multiplicaciones simples, sería así de formación más tardía.

En la hipótesis contraria, en que los sistemas operatorios de conjunto se conciben como más primitivos desde el punto de vista genético y más fundamentales desde el punto de vista lógico, la multiplicación simple no sería otra cosa que el producto de un recorte en el seno del sistema total de multiplicación completa y, en consecuencia, sería de formación más tardía. En particular, si la génesis del sistema total resulta del juego de las coordinaciones —retroactivas primero y anticipadoras luego— cuya existencia acabamos de suponer, el hecho de estar obligados a clasificar el conjunto de los elementos del sistema según las dos clases B_1 y B_2 de la multiplicación completa aceleraría esta formación psicogenética, mientras que la intersección simple sería más tardía en tanto no provoca (o provoca menos) las coordinaciones debidas a la obligación de clasificar todos los elementos a la vez, según las dos dicotomías posibles.

Hemos tratado de analizar la evolución de la multiplicación simple, por medio del siguiente dispositivo.[8] Se presenta, por un lado, una hilera de objetos verdes (una pera, una gorra, etc.) y, por otro, una hilera de hojas de árbol de distintos colores (marrón, rojo, amarillo, etc.): una de las hileras es perpendicular a la otra, y el punto de intersección está marcado por la presencia de un casillero vacío (en blanco) que hay que llenar (en forma imaginaria o mediante el dibujo o eligiendo uno de los muchos objetos presentados); el problema está en encontrar un objeto "que quede bien con todos" los de una y otra hilera, es decir, una hoja verde. Pero antes de pedir al sujeto que elija este elemento común a las dos clases,

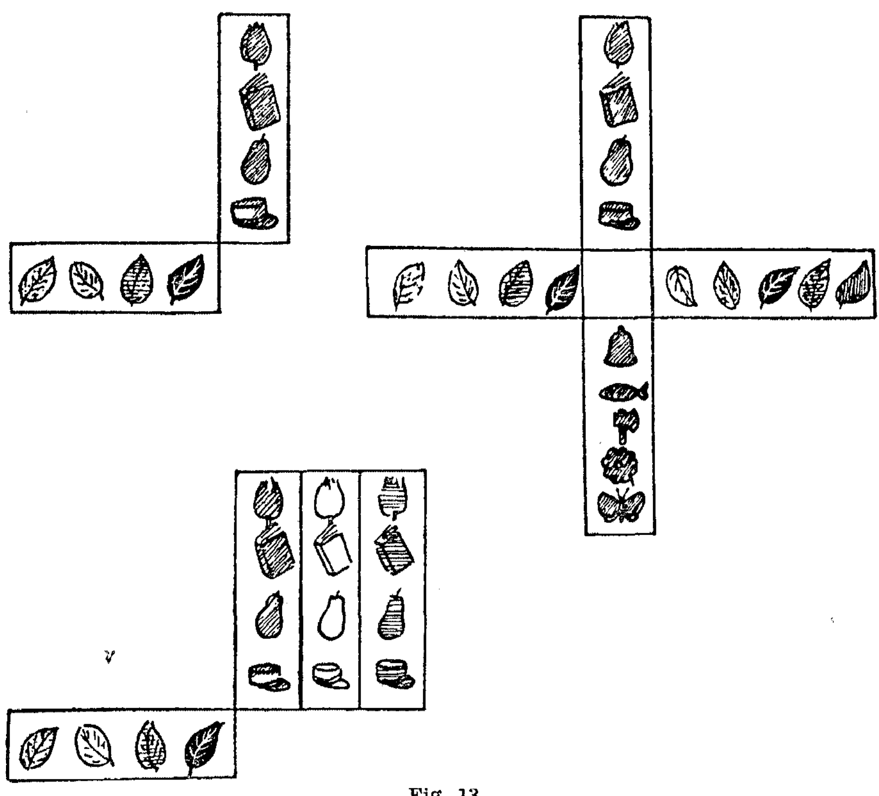


Fig. 13

se le pregunta primero para cada una de ellas: "¿Por qué se han puesto juntos todos estos objetos? ¿Se parecen en algo?" (o también "¿Son todos...?"). Además, si el sujeto experimenta alguna dificultad para resolver el problema, se refuerza de distintas maneras el efecto de intersección: se prolongan las dos hileras en una figura con forma de cruz (con el casi-

[8] Ver figura 13.

llero vacío en el centro, o se las ensancha con hileras paralelas y yuxtapuestas que acentúan el efecto de semejanza o que, al contrario, procederán por contraste (se doblará, por ejemplo, la hilera de las hojas con una hilera de gatos, lo que refuerza el lazo común a las hojas, etc.).

El interés de esta técnica no estriba sólo en oponer la multiplicación simple, o intersección de clases, a la multiplicación completa, sino también en permitir desprender las relaciones entre la multiplicación de dos clases de la formación de esas clases mismas.

Dicho esto, veamos en primer lugar los resultados obtenidos en lo que concierne a la evolución según la edad de los grupos más generales de reacciones, la primera de las cuales consiste en tener en cuenta, para la elección del objeto en cuestión, sólo una de las dos colecciones de objetos ya dibujados, y la segunda, en tener en cuenta las dos colecciones a la vez (lo que es entonces una reacción multiplicativa, pero sin que haya multiplicación de clases propiamente dicha):

Cuadro XVII. *Reacciones a una sola o a las dos colecciones a la vez:*[9]

Edades:	*5-6*	*7-8*	*9-10*
Una sola colección	85 %	42,5 %	17,5 %
Dos colecciones	15 %	57,5 %	82,5 %

Se comprueba entonces que, si las pruebas de matrices en su gran mayoría (forma, color, número, orientación, etc., en oposición a las relaciones de causalidad, etc.) son resueltas a los 7-8 años por el 75 % de los sujetos, estas multiplicaciones simples entre dos clases lo son sólo a los 9-10 años. Seguramente el factor figural cumple una función no despreciable en el caso de las matrices, pero, si bien es menos pregnante en el del presente dispositivo (en escuadra y, sobre todo en cruz), sin embargo no está ausente de él.

Tratemos entonces de seguir paso a paso las etapas de esta multiplicación simple, describiendo los diferentes tipos particulares de reacciones que pertenecen al grupo I (una sola colección) y al grupo II (las dos colecciones consideradas simultáneamente):

I. Las elecciones en función de una sola colección. (I 1) Identidad con el término vecino. Esta reacción, que sin duda es la más elemental, consiste en reproducir en su forma o en su color uno de los dos elementos más próximos a la casilla a llenar:

Fra (5; 10): —¿Qué hay que poner para que quede bien con todos éstos y con todos éstos? —*Una gorra* (= elemento más próximo de la colección de objetos verdes). —O ¿qué otra cosa? —*Una hoja* (toma la violeta como elemento más cercano).

Mon (5; 10): —*Una hoja* (color del elemento vecino). (Agregamos un ensanche rojo). —¿Y ahora? —*Una gorra* (como elemento vecino). (Se agregan dos man-

[9] Unos veinte sujetos por cada grupo de edades.

zanas ampliando la serie de las hojas y elementos verdes para duplicar los ya colocados). —¿Y ahora? —*Una manzana de éstas* (color anaranjado como la vecina), etc.

Vemos que los móviles de la elección son puramente perceptivos: por una parte, semejanza bajo la forma de identidad,[10] y con el elemento situado en proximidad inmediata, por otra, despreocupación respecto de los siguientes y de la otra colección. Esta variedad de reacción constituye más de la mitad de las respuestas a los 5 años, un tercio a los 6, y desaparece sólo a los 8 años.
(I 2) Identidad con un elemento interior a una de las dos colecciones. Tenemos aquí una simple prolongación de la conducta precedente: el *maximum* de frecuencia se da a los 6 años y esta segunda variedad se hace excepcional a los 8 años:

Cot (5; 9) empieza con la vecindad, luego pasa a los elementos interiores: *Una gorra y una campana* (= los más próximos de la misma colección). —Una sola cosa. —*La pera* (interior a esta misma colección de objetos verdes). (Se coloca una prolongación a la hilera de hojas) —¿Y ahora? —*Una hoja.* —¿De qué color? —*Rosa* (interior). —*¿Podrías poner otra cosa?* —El libro (interior a los objetos verdes).

Cri (6; 9). Flores y objetos amarillos: —*Una flor.* —¿Y para que quede bien también con todos éstos? —*Un bichito* (insecto amarillo, hacia el medio de la serie). (Gatos y objetos rosados). —¿Y ahora? —*Un chanchito y un gatito* (un elemento de cada colección, pero sin intersección multiplicativa). —Hay que poner uno solo, pero que quede bien con todo esto y con todo esto. —*Entonces un chanchito, porque a mi hermanita y a mí nos gusta mucho el rosa.* —Un chanchito, ¿quedaría bien con esto? (los gatos). —*No, hay que poner un gatito.* —Y ¿para que quede bien también con esto? (los objetos rosados). —*El chanchito.*

Esta segunda variedad de reacción se prolonga en una sub-variedad intermedia entre (2) y (3), que conduce a esta última y por otra parte desemboca, en algunos casos, en un principio de relación entre las dos colecciones: son los casos en que el objeto es elegido en el interior de una de las dos colecciones pero en razón de las relaciones funcionales o de las relativas a un objeto complejo que interesa también a la otra colección.

Ber (5; 11). Hojas y objetos verdes: "*La pera verde, porque queda bien con las hojas*".

La pera es elegida así, por una parte por pertenecer a los objetos verdes (es uno de los elementos dados, interior a esta hilera) y, por otra, porque queda bien con las hojas por pertenecer como ellas a un mismo objeto total (un árbol). Pero esta variedad, que conduce al tipo 3, es demasiado excepcional para constituirla en un tipo separado.

[10] Cf. la función de las identidades en las pruebas de matrices: 3, cuadro XV, y su disminución con la edad en la técnica completa.

(I 3) Elección de un elemento no dado que presenta, con uno o varios de los términos de una de las dos colecciones, una relación funcional o de parte a todo relativa a un objeto unitario. La novedad está en que el elemento elegido no está dado en las colecciones presentes, pero el sujeto no logra encontrar un elemento no dado que pertenezca a una de estas dos clases, y sustituye esta relación lógica de pertenencia inclusiva, por una relación de pertenencia partitiva más fácil de imaginar (relación infralógica de parte a objeto complejo total). Hay allí un curioso residuo de las reacciones primitivas de clasificación, pero un residuo tardío, que se produce sobre todo hacia los 7-8 años y desaparece solamente hacia los 10 años (antes de los 7-8 años el sujeto apenas consigue imaginar elementos no dados). Pero debe notarse que, si hay resurgimiento de una conducta primitiva, ésta va acompañada a menudo de un principio de puesta en relación con la segunda de las dos colecciones y no sólo con la que da lugar —a propósito del objeto no dado pero elegido por el sujeto— a la imaginación de un objeto complejo:

Eli (8; 9)empieza relacionando las dos colecciones: (hojas y objetos verdes) *un árbol* (que contiene hojas y verde). —¿Y ahora? (dos prolongaciones). —*Un tronco de árbol* (verde). —¿Quedaría bien con esto? (las hojas). —*Sí, porque la hoja queda bien en un tronco de árbol.* (Prolongación rosada). —*Un objeto para trabajar la tierra: eso quedaría bien con la carretilla* (es decir, una sola colección). (¿Hojas y objetos rosados?). —*Una persona para que lea el libro* (una sola colección). —Eso, ¿quedaría bien con esto? (hojas). —*No, haría falta un señor para cuidar las hojas.*

Ani (9; 6). Hojas y objetos verdes: —*Una ciruela.* —¿Por qué? —*Porque las hojas son casi como una ciruela.* —¿Quedaría bien con esto? (objetos verdes). —*No, porque es azul.* (¿Flores y objetos amarillos?). —*Una castaña, porque son hojas de castaño.* —¿Quedaría bien con esto? (hojas). —*No queda bien con las hojas. Un vaso* [quedaría bien] *porque pondremos los tulipanes en un vaso, y los tulipanes son amarillos.*

Vemos que este tipo de reacción marca un progreso sobre las precedentes, por una parte por el hecho de que en algunos casos (como en el ejemplo de Ber para el tipo 2, pero con una frecuencia mayor) hay ya un principio de puesta en relación entre las dos colecciones presentadas. Pero la reacción permanece sin embargo bastante primitiva, puesto que se refiere a un objeto complejo y no a una pertenencia inclusiva.

(I 4) Elección de un elemento no dado que presenta cierta equivalencia con los elementos de la colección considerada. Esta reacción marca un nuevo progreso en tanto se encamina en la dirección de la extensión de una clase propiamente dicha, porque el sujeto procede elemento por elemento y siempre en función de "todos":

Mic (6; 2). Hojas y objetos verdes: "*Una hoja* (distinta de las ya colocadas), o *una campanilla* (para las hojas) *o un globo verde*".

Pie (8; 9) empieza con reacciones del tipo 3: (¿Hojas y objetos verdes?). —*Un árbol.* (Flores y objetos rosados). —¿Y ahora? —*Pasto para el chanchito. No, hay que repetir una flor* (toma otra). (¿Manzanas y objetos amarillos?). —*Frutas.*

Lou (8; 10). Hojas y objetos verdes: —*Rosa.* —¿Por qué? —*Porque todavía no hay rosa* (en las hojas). (Dos prolongaciones, una de ellas de objetos rosas). —*Un cerezo, porque hay verde y un poco de rosa* (principio de relación pero con reacción vecina al tipo 3).

Clau (9; 5). Hojas y objetos verdes: —*Una manzana.* —¿Por qué? —*Ya hay frutas* (en los objetos verdes), *entonces ponemos una manzana, y así tenemos otra fruta.* —¿Y queda bien con esto? (hojas). —*No, una hoja amarilla porque no hay hojas amarillas.*

Esta reacción consiste, pues, en completar la colección dada, agregando un elemento parcialmente equivalente, lo que anuncia un principio de búsqueda de la clase lógica.

(I 5) Elección de un objeto no dado perteneciente a una de las dos clases. El criterio de la aparición de la clase, en oposición a la simple colección, es la abstracción de la cualidad común, en comprehensión, con cuantificación mediante la palabra "todos", en extensión. Cuando el niño llega a esta constitución de las clases propiamente dichas, está en general, *ipso facto*, apto para la multiplicación completa de los dos sistemas de clases, es decir, para la construcción de tablas de doble entrada o matrices (con ligeros desajustes en uno u otro sentido). En cambio, en lo que concierne a las multiplicaciones simples o intersecciones de dos clases, hay desajuste neto en el sentido de un retraso de la intersección sobre la formación de las clases. De ahí este tipo I 5:

Dam (7 años) propone agregar una manzana a la serie de los objetos verdes porque "*no son los mismos objetos pero están pintados del mismo color*", luego propone una hoja de un nuevo color para la serie de las hojas porque "*son los mismos objetos pero pintados de distintos colores*". Para las otras hileras de objetos da respuestas del mismo tipo considerando sólo una hilera por vez, sin intersección multiplicativa. Finalmente aparece la idea de intersección y pasa entonces al tipo II 5 (allí la encontraremos nuevamente).

Este sujeto no emplea la palabra "todos" para caracterizar las dos clases pero está claro que expresiones tales como "los mismos objetos" o "no los mismos objetos pero el mismo color" se aplican simultáneamente a una extensión total y a la comprehensión correspondiente.

II. Elección en función de las dos colecciones a la vez. Desde que interviene el esquema que se traduce mediante las palabras "a la vez" (pero independientemente del empleo de esas palabras), se está en presencia de una relación multiplicativa. Pero ocurre que, así concebido en su forma general, el esquema multiplicativo aparece mucho antes de adquirir su estructura operatoria final: a propósito de los tipos I 2 a I 5 ya hemos comprobado esbozos de puestas en relación entre las dos colecciones. Resulta pues de cierta importancia seguir atentamente las etapas propias de las reacciones del tipo II, puesto que ese desarrollo gradual de la multiplicación nos proporciona la prueba de que ese esquema operatorio se construye en estrecha correlación con el de la adición y sólo espera para cons-

tituirse que el esquema esté elaborado y pueda servirle de punto de partida. A este respecto volveremos a encontrar los mismos cinco tipos de crecimiento, más un tipo II 0 que marca la transición entre el aditivo y el multiplicativo:

(II 0) Yuxtaposición de dos elementos o dobles. La transición entre las elecciones en función de una sola colección y las elecciones en función de las dos a la vez está asegurada por conductas poco frecuentes estadísticamente (menos del 10 % en cada una de las edades de 4 a 9 años), sin duda porque son rápidamente sobrepasadas por formas más efectivas de multiplicaciones: el sujeto elige no un solo objeto que conviene a dos colecciones, sino dos objetos, cada uno de los cuales convienc respectivamente a cada una de las dos colecciones:

Ber (5; 11) ya citado en I 2 (a propósito de una subvariedad con tendencia a relacionar las dos colecciones): (Objetos rosados y manzanas). *—Hay que poner algo rosado y una manzana de otro color.* —¿Qué color? *—Rojo o rosa granada.* (Se advierte que está a punto de llegar a una manzana rosada). —¿Y esto? (Gatos y objetos amarillos). *—Hay que poner una cosa amarilla muy chiquita y un gatito.* (¿Flores y objetos violetas?) *—Una cosita violeta y una florecita marrón.*

Ris (6; 9). Gatos y objetos rosados: *—Un chanchito y un gatito.* (¿Manzanas y objetos violetas?). *—Una manzana y un objeto violeta.* —¿Y si ponemos una sola cosa? *Una manzana, y la pintamos de violeta.*

Estos dobles marcan simplemente una etapa en la interferencia de las dos colecciones: para ponerlos en relación el sujeto empieza con una delegación de cada una por medio de un objeto particular y, como lo muestra el caso de Ris, esos dos objetos pueden estar fundidos en uno solo.

(II 1) Multiplicación de elementos aislados más próximos. Cuando los elementos representativos de las dos colecciones son identificados de primera intención en uno solo, encontramos en primer lugar la tendencia a no considerar en sus conjuntos respectivos las dos colecciones a interferir, sino a considerar simplemente un elemento de cada colección, comenzando por el más próximo:

Jac (5; 10) cuyas demás reacciones son del tipo I 1: (Objetos violetas y hojas). *—Una gorra* (como el objeto violeta inmediatamente vecino), *pero debe tener el mismo color que esto* (la hoja más próxima, que es azul).

Vemos que al no considerar el conjunto de las colecciones Jac toma el criterio de forma del cartón cuya colección se caracteriza por el color, y el criterio de color del cartón cuya colección está caracterizada por la forma (sin esta inversión hubiera elegido una hoja verde, fundándose también únicamente en la vecindad, y su reacción habría sido considerada como propia del tipo II 5, ¡salvo que se hubieran tomado las debidas precauciones en el interrogatorio!).

(II 2) Multiplicación de elementos aislados elegidos en el interior de las colecciones. La estructura de la intersección es la misma (no hay referencia al conjunto de las colecciones), pero hay progreso en tanto el niño ya no se atiene a una sola vecindad inmediata:

Den (6; 9). Flores y objetos verdes: —*Una pera.* —¿Quedaría bien con esto (flores)? —*No, entonces así* (el tulipán verde que está en el cartón de los verdes). —¿Y así? (flores y objetos amarillos). —*Una flor.* —¿Cómo? —*Así* (muestra una flor de color anaranjado en medio de la hilera). —¿Por qué? —*Porque es amarilla.* (Flores y objetos violetas). —*No hay nada* (Den busca un objeto ya dado). —Busca en tu cabeza. —*La azul pero pintada de violeta.* (¿Manzana y objetos verdes?) —*Necesito rojo para las flores... no, hay que poner verdes a las manzanas.*

Hay, pues, búsqueda de la intersección, pero desde luego en analogía con uno solo de los elementos de la hilera de los colores, interior a esta hilera, hasta el momento en que el sujeto imagina la parte común de una manera que tiende hacia algo más genérico (pasaje del tipo II 4).

(II 3) Elección en función de relaciones partitivas (objetos unitarios) o funcionales. Este modo II 3 corresponde, pues, al tipo I 3; por otra parte ya hemos comprobado casos de transición entre I 3 y II 3 (caso de Ani):

Lec (6; 2). Hojas y objetos verdes (entre los cuales hay una manzana, una gorra, etc.): —*Una manzana, porque podemos tener una manzana sobre las hojas.* —¿Queda bien con el verde? —*Sí, porque a veces, cuando tenemos una manzana, ponemos la manzana dentro de la gorra.*

Ala (7; 11). Hojas y objetos verdes (entre éstos hay un hacha). "*Un árbol, porque queda bien con el hacha y con las flores*".

Eli (8; 9). Gatos y objetos amarillos (entre ellos una pera): "*Ramas: la pera crece en la rama y el gato se sube arriba*".

Pie (8; 10). Gatos y objetos azules (entre ellos un pájaro): "*Un árbol con un nidito arriba y un gato que trepa*".

Ani (9; 6, ya citada en I 3). Gatos y objetos violetas: "*Un ovillo de lana porque los gatos juegan con la lana que es violeta*".

El progreso, pues, está en que hay imaginación de elementos no dados, pero que están unidos a los otros por relaciones, no de clases, sino partitivas y funcionales, cuya reaparición resulta curiosa en estas edades cuando están ampliamente sobrepasadas en las clasificaciones espontáneas, aditivas y multiplicativas (éstas en oposición a la intersección simple).

(II 4) Multiplicación de relaciones genéricas. El tipo corresponde a I 4 aditivo:

Ris (7; 6). Manzanas y objetos azules: —*Una valija; no, una pera.* —¿Por qué? —*Porque también es una fruta.*

Ons (9; 6). Hojas y objetos verdes: "*Una ciruela* (verde) *porque las hojas son casi como una ciruela*" (piensa en la forma).

Hay entonces multiplicación pero con equivalencias demasiado flojas, como en el caso de las primeras definiciones lógicas sólo por el género, sin diferencias específicas.

II 5 Multiplicación de las clases. Es la solución correcta:

Dam (7 años, ya citada en I 5): Flores y objetos rosas: —*Una flor rosa.* —¿Quedaría bien una pelota rosa? —*No, porque acá* (hilera de flores) *no hay pelotas.* Manzanas y objetos amarillos: —*Una manzana amarilla.* —¿Y con esto? (gatos y objetos rojos). *Un gato...* (silencio). *¡Un gato rojo! Porque acá todos son gatos y acá todo es rojo.*

Se advierte la referencia explícita a la clase ("todos") en oposición a un objeto particular dado (como en II 1 o en II 2), como la invención del término nuevo, aunque irreal (el gato rojo).

Ateniéndonos a esas reacciones II 5 explícitas, encontramos los siguientes porcentajes en función de la edad:

5-6	*7-8*	*9-10*
12,5 %	30 %	50 %

Esto confirma la dificultad de la intersección simple, que es superior a la de las multiplicaciones completas (parágrafos 2 a 4).

§ 7. ADICION Y MULTIPLICACION

Esta dificultad mayor de la intersección simple nos permite llevar más adelante el análisis de las relaciones entre la adición y la multiplicación, pues, según la solución adoptada para ese caso de la multiplicación simple, valdrá a fortiori para la multiplicación completa, que es más precoz.

Todo lo visto aquí, y en particular el estrecho paralelismo entre los tipos I 1-5 y los tipos II 1-5 de las reacciones que acabamos de analizar en el parágrafo 6 a propósito de la multiplicación simple, habla en favor de la hipótesis 3 del parágrafo 1, es decir, de una organización operatoria conjunta de los esquemas aditivos y multiplicativos. Pero esta hipótesis 3 puede ser comprendida en dos sentidos diferentes: el de una prioridad temporal de la adición en relación con la multiplicación, y el de una organización simultánea.

A este respecto, el cuadro XVII del parágrafo 6 podría inducirnos a creer en una prioridad temporal de los esquemas aditivos, puesto que, desde los 5-6 años, hasta los 9-10, los sujetos pasan del 85 al 17,5 % de reacciones a una sola de las dos colecciones a comparar y de un 15 a un 82,5 % de reacciones a ambas a la vez. Pero este cuadro, que no tiene en cuenta el grado de elaboración de los esquemas aditivos o multiplicativos, puede presentar dos distintos significados: o bien el niño llegaría a organizar sus esquemas aditivos (reacciones a una sola colección) antes que sus esquemas multiplicativos, o bien, a medida que se van dando progresos en la organización estructural de los esquemas aditivos (en el caso de una sola o de las dos colecciones), progresaría correlativamente en la construcción de los esquemas multiplicativos (reacciones a las dos colecciones a la vez). Los resultados que acabamos de describir en el parágrafo 6 son decisivos en favor de esta segunda interpretación: en efecto, las reacciones a una sola colección (tipos I 1 a I 5) toman exactamente las mismas formas y pasan por los mismos niveles que las reacciones a las dos colecciones a la vez (tipos II 1 a II 5). El cuadro XVII prueba simplemente que cuanto más elementales permanecen las reacciones a una sola colección (I 1 a I 3) y cuanto más alejadas están de la adición propiamente operatoria, mayor es la dificultad que experimenta el niño en relacionar las dos colecciones por medio de una sola reacción a la vez. Recíprocamente, cuanto mejor estructurado está el sistema aditivo (tipos I 4 y sobre todo I 5), mejor se elabora correlativamente el esquema multiplicativo (II 4 y II 5). Esto significa que es una sola y única organización operatoria de conjunto la que da nacimiento simultáneamente a los esquemas aditivos y multiplicativos.

Pero, para tener derecho a admitir esta conclusión, conviene asegurarse de que el dispositivo usado no es naturalmente retardatorio de la elaboración de los esquemas aditivos, sugiriendo (por la consigna y por la presentación figural) una intersección entre las dos colecciones, aun en los casos en que el sujeto no consigue realizarla. En consecuencia, hemos completado la investigación precedente con un análisis de las reacciones que se producen cuando, en lugar de hacer buscar un objeto que pertenece simultáneamente a las dos colecciones, sólo se pide completar cada una de las dos colecciones, consideradas separadamente.

Para ello se deja un espacio en blanco en la extremidad de cada una de las dos hileras de elementos, y no ya un espacio común a las dos hileras (zona de intersección). Formulamos entonces las dos preguntas siguientes: (1) "Hemos dibujado estas figuras. ¿Por qué hemos colocado juntos estos dibujos? ¿Y éstos? ¿Por qué quedan bien juntos?, etc.". (2) Inmediatamente presentamos algunas figuras dibujadas aisladamente: "Como ves, nos hemos olvidado de un dibujo, por eso hay un lugar vacío en cada cartón. Tú debes elegir entre éstos los que quedan bien con todos los que están en el mismo cartón". En caso de duda se ofrecen los dibujos uno por uno.

Los resultados obtenidos son exactamente los mismos que en la experiencia precedente, cuando los sujetos reaccionan sólo a una colección. Dicho de otro modo, encontramos los tipos I 1 a I 5 de reacción, siendo el tipo I 3

(relaciones partitivas y funcionales) más raro porque los objetos a agregar no deben ser inventados sino elegidos entre los objetos dados. Sin embargo es interesante volver a examinar algunos ejemplos, pues nos encontramos así en presencia de un nuevo problema no estudiado en los cap. I, II y III, a saber, el de la comprensión de las clases ya constituidas en oposición a la construcción de colecciones espontáneas: asistiremos así, desde un punto de vista aún no examinado, a las dificultades, progresivamente superadas, de la construcción de las relaciones de pertenencia a una clase (x es A); estas dificultades tienen que ver esencialmente con la de la operación aditiva que consiste en caracterizar la clase A mediante una coordinación de la comprensión a con la extensión correspondiente al cuantificador "todos" ("todos los a son A" y "todos los x calificados a son A": cf. cap. III). Veamos ejemplos de las reacciones (1) a (3):

Ang (6; 2) para la colección de objetos verdes da una simple enumeración, sin extraer el carácter común. —¿Por qué están juntos? *—Porque la flor queda bien con la fruta.* Elección: la gorra verde *—Porque es igual* [a una de las que están comprendidas ya en la hilera]. —¿Qué otra cosa? *—La gorra roja. No, el color no queda bien.* —El zapato (verde) ¿quedaría bien? *—No, esa forma no queda bien.* Para la colección de hojas, Ang dice: "*hojas*". —¿Puedes elegir un dibujo para ponerlo aquí? (lugar vacío). *—La hoja azul* (idéntica a la próxima). —¿Por qué? *—El color es el mismo, pero la posición no.* —La flor violeta, ¿quedaría bien? (Busca). *—Sí, porque es la misma posición que ésta* (la amarilla).

Jun (6; 3) parece indicar correctamente los caracteres comunes a las dos colecciones: "*hojas*" y para la otra: "*es lo mismo, pero verde*". Pero cuando se trata de completarlas propone "*la pipa azul*" para las flores. —¿Por qué? *—Porque es del mismo color que esto* (flor azul). —¿Qué más? *—La flor violeta.* Y para los objetos verdes: *—La gorra verde.* —¿Por qué? *—Porque es lo mismo que esto* (objeto más próximo). —¿Quedaría bien la gorra roja? *—Sí, porque también es una gorra.* —¿Y el zapato verde? *—Sí, porque es verde,* pero también una flor azul *porque a veces hacemos verde con azul.*

Ried (6; 6) para la clase de objetos verdes se limita a una enumeración sin indicar la cualidad común. Elección: "*el libro verde*". —¿Por qué? *—Hay un libro acá.* —¿Qué más? *La gorra verde.* —¿Y qué más? *—La hoja verde* (la quita enseguida). *No, no hay hojas acá.* —Y el zapato verde, ¿puede quedar bien? *—No, no hay zapatos.* —¿Qué es lo que queda mejor? *La gorra* (= idéntica al elemento más próximo). Para las hojas, Ried dice "*hojas*" y elige la hoja azul (que ya está), luego la amarilla (id.): —¿Cuál es mejor, la azul o la amarilla? *—La amarilla porque queda bien con esto* (la más próxima). —Pero tiene que quedar bien con todas. *—La hoja azul no queda bien con la amarilla... No sé.*

Vemos que ni las definiciones ni las elecciones llegan a caracterizar "todos" los elementos de la colección A mediante una cualidad común a, ni a adjuntarle un nuevo elemento x, que podría ser cualquiera con tal que presentara la misma cualidad a. En cambio estos sujetos buscan ya sea el elemento idéntico al más próximo (cf. la reacción I 1 del parágrafo 5) ya sea un elemento idéntico a uno de los otros (cf. I 2), o imaginan aún

relaciones partitivas o funcionales (la flor con la fruta, la pipa con la gorra, etc.) o analogías que surgen del tipo siguiente.
En efecto, las reacciones correspondientes al tipo I 4 consisten en elegir el elemento que falta según analogías parciales, aventajando en comprensión la sola cualidad común pero creando el lazo de analogía sólo con una parte de los elementos dados:

Bas (5; 2) define correctamente las dos colecciones: '*hojas*" y "*verde, verde, verde*", cosa que no le impide querer adjuntar a esta última "*una manzana roja porque pusieron una pera*" y a las hojas "*una gorra roja* (porque hay una hoja roja)" o "*una pipa azul porque ya hay una flor azul*". En otras palabras, la colección definida por las mismas formas es extendida en el sentido de los colores análogos y la definida por los mismos colores en el sentido de las formas análogas.

Nad (6; 4) también adjunta una gorra roja a los objetos verdes porque entre ellos hay una gorra, etc.

Vemos que el criterio ya no es la identidad (incluso algunos sujetos se niegan a elegir tal o cual elemento "porque ya está") sino una analogía que, de hecho, altera más o menos completamente la definición inicial de la clase dada, a pesar de que los sujetos proporcionan correctamente esta definición (marcando así un progreso sobre los tipos precedentes).
Veamos finalmente algunas reacciones correctas (correspondientes al tipo I 5):

Fra (7; 6) para los objetos verdes propone: "*La manzana rosa, no, la hoja verde porque los demás objetos son todos verdes: podemos poner también el zapato verde y la gorra verde*". Para las hojas: —*La hoja verde.* —¿Y el zapato verde? —*No, con las hojas no.*

Bru (7; 6): elecciones correctas "*porque así todo es verde*" y "*porque todas tienen que ser hojas*".

Estos hechos son instructivos desde dos puntos de vista. Un primer resultado, sorprendente en principio, pero muy coherente con las conclusiones de los capítulos I a IV, (y notablemente con el análisis del "todos" y del "algunos", cap. III) es que aun para clases ya constituidas, la pertenencia inclusiva, a determinar para un nuevo elemento que hay que adjuntarle, se adquiere sólo en el estadio III (Fra y Bru: cf. el empleo regulador del "todos" en los enunciados de esos sujetos). Podemos concluir entonces, en segundo lugar, que en los dispositivos del parágrafo 6, la correlación estrecha entre las etapas de formación de los esquemas aditivos y multiplicativos no se atiene a la mezcla de los factores: la construcción de los esquemas aditivos de pertenencia y de inclusión es muy lento y progresivo, y a medida que se van cumpliendo sus progresos, se elaboran correlativamente los esquemas multiplicativos.
Esta conclusión vale *a fortiori* en los casos de las multiplicaciones completas, en oposición a las intersecciones simples, puesto que estas últimas son elaboradas con menos facilidad que las primeras.

§ 8. LA CUANTIFICACION DE LAS CLASES MULTIPLICATIVAS

Después de haber examinado la evolución de los esquemas multiplicativos como lo hicimos en los capítulos I-II y IV para los esquemas aditivos, nos queda por analizar la cuantificación de las clases multiplicativas tal como intentamos hacer en los cap. III y IV con las clases aditivas. Se tratará entonces de estudiar los problemas del "todos" y del "algunos"' y de la cuantificación de la inclusión pero en una estructura de matriz o de intersección simple.

Nos limitaremos a discutir un problema de intersección, pero mediante una técnica más activa que la del parágrafo 5, cuyos resultados nos proporcionarán así un complemento de información sobre la multiplicación simple, favoreciendo al mismo tiempo al máximo la comprensión de las cuantificaciones.

Disponemos de cuatro clases de fichas: Discos azules (Da), Discos rojos (Dr), Cuadrados azules (Ca), y Cuadrados rojos (Cr), y de ocho clases de cajas que contienen fichas según diversas combinaciones. Cuatro de estas cajas están indiferenciadas: la de las rojas *r* (tapa forrada con papel rojo), la de las azules *a* (tapa forrada con papel azul), la de los discos *D* (tapa blanca en la que se ha pegado un disco blanco) y la de los cuadrados (tapa blanca con un cuadrado de cartón blanco pegado). Las otras cuatro cajas están diferenciadas y corresponden a las cuatro variedades de fichas Dr, Da, Cr y Ca (se ha pegado una ficha de cada clase sobre las tapas blancas).

Además disponemos de dos hojas de papel blanco sobre las cuales han sido dibujadas una gran circunferencia negra y una amarilla que se entrecruzan, delimitando así tres partes de las cuales una es común a ambas. Esto servirá para simbolizar dos clases y su intersección (denominaremos a estas tres partes *A*, *AB* y *B*, siendo *AB* la parte común).

La experiencia comienza pues, y comprende ocho fases. Se coloca ante el niño un montoncito de fichas mezcladas, que incluye 5 Da, 5 Dr y 5 Ca y las cuatro cajas diferenciadas, que contienen cada una 5 fichas, que corresponden a la que está pegada sobre la tapa:

(1) Previa explicación del contenido de las cajas y de la tarea a cumplir (reproducir de memoria el montón presentado) se le pide al niño que observe atentamente las fichas mezcladas, luego se las esconde y el sujeto reconstruye un montón análogo con el contenido de las cajas. En caso de fracaso se pasa a (2).

(2) Las mismas 15 fichas son dispuestas sobre una de las hojas, los Dr sobre el círculo negro (en 1), los Ca sobre el amarillo (en 3) y los Da en la parte común (en 2). El círculo negro simboliza así las fichas redondas (Dr y Da), y el círculo amarillo las fichas azules (Ca y Cr) y la parte común a ambos las fichas redondas y azules (Da). Sin indicar este simbolismo, se pide al niño que observe cuidadosamente el dispositivo, luego

se lo esconde y él reproduce sobre la segunda hoja de papel (que contiene los mismos círculos) con el contenido de las mismas cajas (diferenciadas).

(3) Se hace un montoncito con fichas de cuatro clases: (Da, Dr, Ca, y Cr), se le presentan las cuatro cajas indiferenciadas pero vacías, se le explica el destino de ellas ("para todos los discos", etc.) y se le pide que las llene con las fichas presentadas. Si el sujeto coloca sólo una clase de fichas por caja (Da y no Da + Dr) se le pide que empiece de otro modo (variación de criterio). Si fracasa, el experimentador lo hace con él.

(4) Se le pregunta inmediatamente cuál es el contenido de esas cuatro cajas (indiferenciadas) cerradas.

(5) Nuevamente se pone ante el niño la hoja de papel ocupada por 15 fichas como en (2). Se le pide entonces que describa el contenido del círculo negro y del amarillo, por qué los Da están en 2 (parte común), etc.

(6) Dejando la hoja de papel tal como está (con las 5 Dr, 5 Da y 5 Ca) se presentan las ocho cajas y se pide al niño que reconstruya el mismo conjunto sobre la segunda hoja de papel (con los mismos círculos pero vacíos) usando sólo dos de las ocho cajas (según las distintas posibilidades).

(7) Se pasa entonces a las preguntas de cuantificación de la inclusión, bajo las siguientes formas: "Si una nena hiciera collares con estas fichas (Da) o con éstas (todas las *a*, etc.) ¿cuál de los dos sería más largo?". Se formula la pregunta tres veces haciendo comparar: (I) las Ca con las a; (II) las a con las R; y (III) las D con las C (siempre hay 5 fichas por cada subclase Da, Dr y Ca, por lo que 5 Da y 10 a, 10 a y 10 D, 10 D y 5 C).

(8) Finalmente se pueden formular las preguntas del "todos" y del "algunos" aplicadas a esas diferentes clases.

Para no extendernos demasiado nos limitaremos a describir las reacciones correspondientes a las fases (5) a (8). Las fases (1) a (4) no nos aportan en realidad nada nuevo en relación con lo que ya hemos visto o con lo que veremos en el cap. VI a propósito de los cambios de criterio (el problema de los dos criterios que surge en (3) es resuelto a partir de los 7 años promedio).

En cambio el problema (5), pone en evidencia de una manera muy concreta las dificultades de la intersección. Veamos primero dos casos de fracaso:

Cha (6; 11): —¿Qué hay en el negro? —*Cuadrados azules.* —Señala con el dedo (lo hace correctamente). —¿Qué hay allí dentro? —*Cuadrados azules.* —¿Eso es todo? —*Sí.* —Señala otra vez. (Recorre la circunferencia). —*Discos azules.* —¿Es todo? —*Sí.* —¿Y en el amarillo? —*Discos rojos.* —Señala. (Lo hace). —¿Qué hay entonces? —*Discos rojos.* Deja de lado sistemáticamente la intersección.

Car (7; 1): —¿Qué hay en el círculo negro? —*Azules y rojos.* —¿Cómo? —*Redondos.* —¿Y en el amarillo? —*Cuadrados azules* (olvida los Da). —¿Quieres señalarlos con el dedo? (Señala el contorno del círculo amarillo). ¿Qué hay allí dentro? —*Cuadrados* (olvida nuevamente los Da).

Casos de transición:

Sta (7; 6): —¿Qué hay en el redondel negro? —*Azules.* —¿Cómo? —*Redondos y cuadrados.* —¿Y en el amarillo? —*Discos rojos.* —Recorre con el dedo. —*¡Ah! Discos rojos y discos azules.*

Guy (8; 3): —¿En el redondel negro? —*Cuadrados azules y discos azules.* —¿Y en el amarillo? —*Cuadrados rojos y discos rojos.* —Señala con el dedo. —*No, discos rojos y discos azules.*

Bau (9; 6): —¿En el amarillo? —*Cuadrados azules.* —¿Nada más? —*Después discos.* —¿Entonces? —*Cuadrados y discos azules.* —¿Y en el negro? *Discos rojos y azules.*

Boug (10; 4): —¿En el negro? *Cuadrados azules y discos azules.* —¿Y en el amarillo? —*Discos rojos.* —Señala. —*Discos rojos y discos azules.*

Casos de éxito inmediato:

Zan (8; 2): —¿En el redondel negro? —*Cinco de un lado y cinco de otro.* —¿Cómo? —*Discos azules y cuadrados azules en el otro redondel* [= en la intersección de ambos]. —¿Y en el redondel amarillo? —*Cinco rojos y cinco azules.* —¿Cómo son? —*Redondos.*

Beg (10; 5): —¿En el negro? —*Azules y rojos.* —¿Qué cosas? —*Discos azules y azules-rojos; no, discos rojos.* —¿Y en el amarillo? —*Cuadrados azules y también discos, discos azules.* —¿Hay algo en los círculos que te llama la atención? —*Se cortan.* —¿Podrían estar los discos rojos en el centro? —*Sí, pero entonces habría dos clases diferentes en cada círculo* [= no habría intersección].

La fase 6 (reproducir las tres subclases Dr, Da, Ca con dos cajas solamente) es más fácil, porque no hace intervenir a la intersección misma: en efecto, las ocho cajas involucran todas las combinaciones, pero de manera desunida, y las tres colecciones dadas pueden ser reproducidas independientemente de la intersección entre las dos clases que forman entre las tres. Sin embargo es solamente a los 7-8 años que el problema es resuelto, por el juego de encajes que supone. Veamos primero un caso de fracaso:

Car (7; 1) toma las cajas Dr y Da y prueba: —¿Qué es lo que te falta? —*Los cuadrados.* Sigue adelante con tanteos no sistemáticos. —Y si tomaras (D) y (Ca) ¿qué te parece? —... —¿Y (Da + Cr? —... —¿Y (r) y (a)? —*Sí.* —¿Y (C + Cr)? —*Sí.* —¿Seguro? —*No.* ¿Qué es lo que falta? —*Los discos,* etc.

Ejemplos de tanteos:

Pel (7; 0) toma Ca y r y comprueba que faltan los discos azules. Toma entonces la caja de los azules diciendo: "*Hay discos azules y cuadrados azules*" luego la caja de Dr y lo logra. —¿Y con (C + Da)? —*No* (justo).

Guy (8; 3) la hace bien de primera intención con D y C, pero cree que no hay otras posibilidades y tantea hasta llegar a (r + a). —¿Puede ser con (C + Ca)? —*No, no hay discos* (correcto). —¿Y con (Da + r)? —*Sí* (falso). —¿Qué hay en (r)? —*Cuadrados rojos y discos rojos.* —¿Y aquí (Da)? —*Discos azules.* —¿Entonces? —...

Exitos inmediatos:

Sta (7; 6) toma inmediatamente las cajas a y Dr.

Zan (8; 2) toma de primera intención r y a y busca otras combinaciones: a y Dr, etc.

Bau (9; 6) toma C y D. —¿Y con otras? —*Sí, los azules* y *los rojos* (b+r), etc.

Del mismo modo que las preguntas de las fases 1 a 4 que inciden sobre las distintas maneras de reproducir las colecciones en juego, estas preguntas 5 y 6 preparan directamente para el problema de su cuantificación (pregunta 7), ya sea poniendo en evidencia la intersección o mostrando de qué manera tres sub-clases pueden depender sólo de dos clases (pregunta 6). Examinemos pues ahora lo que proporcionan las cuantificaciones solicitadas, que son de tres clases: (I) $Ca < a$, inclusión simple de las 5 cuadradas azules en las 10 azules; (II) $a = D$, equivalencia entre las dos clases con intersección 10 azules = 10 discos; y (III) $D > C$, desigualdad entre los 10 discos y los 5 cuadrados. Se advierte así que la cuantificación I es intensiva (independiente de los números en juego, con tal que los *a* no *C* no sean nulos), mientras que las cuantificaciones II y III son extensivas, II con intersección y III entre clases desunidas. Las últimas preguntas suponen, pues, el número o la corespondencia numérica, pero los sujetos saben, por las manipulaciones precedentes, que cada subcolección está compuesta por cinco fichas.

Veamos en primer lugar ejemplos de fracasos a las preguntas 7 I y II y de fracasos o éxitos para las clases desunidas (III):

Vog (6; 8): —¿Cuál de los collares será más largo, el de los cuadrados o el de los discos? —*Serán iguales* (falso). —¿Y qué pasará con los azules y los discos? —*El de los discos será más largo, porque están los discos azules y los rojos* (falso: olvida que Da forma parte de los a). —¿Y con los azules y los cuadrados azules? —*El de los cuadrados azules será más largo.*

Fer (6; 5) las mismas reacciones, pero correcta para los azules y los rojos.

Car (7; 1): —¿Cuál de los dos collares será más largo, el de los azules o el de los cuadrados azules? —*...No sé* (los hace y comprueba:) *el de los cuadrados y discos* (=a). —¿Y qué pasará con los azules y los discos? —*...No sé... los dos iguales* (podría resultar correcto pero permanece vacilante). —¿Por qué? —... —¿Qué es lo que hay en el collar de los azules? —*Discos.* —¿Nada más? —... —¿Y en el collar de los discos? —*Azules y rojos. El collar de los discos será más largo* (olvida los cuadrados azules).
—¿Y con los discos y los cuadrados? —*Entre los discos hay rojos y azules; entre los cuadrados habrá cuadrados azules. El de los discos es más largo* (correcto).

Veamos ahora ejemplos de éxitos para las cuantificaciones extensivas, incluida la intersección, pero no para las intensivas:

Pel (7; 0): —¿Cuál de los dos collares será más largo, el de los azules o el de los cuadrados azules? —*El de los cuadrados es el más largo porque hay menos discos* (*Da*) *que cuadrados* (*Ca*). —¿Te parece? (Comprueba que $Ra = Ca$).

—*Entonces son iguales* (falso). —¿Y con los azules y los redondos? —*Iguales* (muestra correctamente los dos juntos, caso contrario, podría no haber pensado que a *Ca* = *Da*). —¿Y con los discos y los cuadrados? —*El de los discos será más largo. Entre los discos están los rojos y los azules* (correcto).

Guy (8; 3): —¿El de los discos o el de cuadrados? —*No son iguales. Los discos son más* (correcto). —¿Y con los azules y los cuadrados azules? —*Iguales.* —Trata de hacerlos. (Los hace y comprueba el error). —¿Y con los azules y los discos? —*Iguales* (señala correctamente).

Veamos finalmente ejemplos de éxitos en las tres cuantificaciones:

Sta (7; 6): —¿Los azules o los cuadrados azules? —*El de los azules es más grande.* —¿Y con los discos y los azules? —*Lo mismo.*

Nin (8; 9): —¿(*a* o *Ca*)? —*El de los azules porque los azules tienen discos y cuadrados azules.* —¿(*c* o *D*)? —*El de los discos.* —¿(*D* o *a*)? —*Iguales.* —¿(*D* o *Dr*)? —*El de los discos porque los discos rojos son sólo la mitad de los discos.*

Bau (9; 6): —¿(*b* o *C*)? —*Uno va a ser más largo: el de los azules.* —¿Por qué? —*Porque están todos los azules.* —¿Y con los discos y los azules? —*Iguales.* —¿Por qué? —*Porque tendremos* (para los *D*) *los rojos y los discos azules y* (para los *C*) *los discos azules y los cuadrados azules.* —¿Y con los rojos y los azules? —*El de los azules será más largo: en uno tendremos discos y cuadrados y en el otro solamente discos.*

Parece pues que el problema de la cuantificación de la inclusión (I), ya estudiado en el cap. IV, sigue siendo el más difícil de los tres. El problema III es naturalmente el más fácil pues tiene que ver con clases desunidas. El problema II o cuantificación de dos clases con intersección no es en todo caso más difícil que el de la inclusión, cosa que se trataba de establecer (pero naturalmente hay que controlar que el niño compare bien, en a y D los Ca + Ra con los Da + Dr y no solamente los Ca y los Dr). Si parece más fácil, puede ser por los entrenamientos provocados por las preguntas 1 a 6 (sobre todo 5 y 6), o porque la parte común Da no puede ponerse en relación con un solo todo como Ca y a en la pregunta I) sino con dos clases totales a la vez, cosa que tal vez es más simple desde el punto de vista figural.

Examinemos finalmente el problema 8 sobre el "todos" y el "algunos". Hay que advertir en primer lugar que la configuración Dr + Ra + Ca es exactamente igual a la del parágrafo 1 del cap. III (con la excepción de que aquí los cuadrados son azules en lugar de rojos y hay en cambio discos rojos) lo que equivale a decir que la configuración del cap. III comprendía implícitamente las mismas relaciones de intersección (entre los C y los a igual que aquí entre los D y los a). Pero la diferencia está en que en ese momento no insistimos en ellas, mientras que en la experiencia presente, todos los problemas precedentes (1 a 7) tienen que ver con las intersecciones y, por lo tanto, podrían ser concebidos como facilitando sistemáticamente los problemas 8 sobre el "todos" y el "algunos". Hay, pues, interés en determinar si es éste el caso o no. Los resultados muestran que no hay nada de eso:

Cou (5; 8): —¿Son azules todos los cuadrados? —*Sí.* —¿Son cuadrados todos los azules? —*No, porque también hay discos* (correcto). —¿Son rojos todos los discos? —*Sí.* (Deja de lado la intersección). —¿Son discos todos los rojos? —*Sí* (correcto pero por reciprocidad con la última respuesta).

Fer (6; 5): —¿Son azules todos los cuadrados? —*Sí.* —¿Son cuadrados todos los azules? —*Sí* (falso). —¿Son rojos todos los discos? —*No, porque también hay azules.* —¿Son discos todos los rojos? —*Sí* (correcto). —¿Son discos todos los azules? —*Sí* (falso). —¿Son azules todos los cuadrados? —*Sí* (correcto).

Mal (7;2): —¿Son azules todos los cuadrados? —*Sí* (correcto). —¿Son cuadrados todos los azules? —*No, porque hay discos y cuadrados* (correcto). —¿Son discos todos los rojos? —*No, porque hay algunos como éstos* (discos azules). —¿Son rojos todos los discos? —*No, porque hay algunos que son azules* (correcto).

Hes (7; 5): —¿Son cuadrados todos los azules? —*No, también hay discos azules* (correcto). —¿Son discos todos los azules? —*No, porque también hay discos rojos* (este argumento invertido es típico de la incomprensión de la pregunta, traducida bajo la forma "¿son todos los discos azules?").

Zer (7; 6): —¿Son discos todos los rojos? —*Sí.* —¿Son azules todos los discos? —*No, porque también hay cuadrados* (! cf. Hes). —¿Son rojos todos los discos? —*Sí* —¿Todos? —*Sí* (olvida la intersección *Da*).

Chu (7; 10): —¿Son cuadrados todos los azules? —*No.* —¿Son rojos todos los discos? —*No.* —¿Son discos todos los rojos? —*No, porque hay también discos azules* (!).

Encontramos así los mismos resultados que en el Cap. III. Por una parte observamos en un mismo sujeto una mezcla de respuestas correctas y falsas, aun tratándose de preguntas del mismo tipo ("¿Son *B* todos los *A*?", si *A* es menor que *B*, o "¿Son *A* todos los *B*?"): estas variaciones pueden deberse a menores facilidades figurales (el rojo y el azul se oponen con más fuerza que el disco y el cuadrado, etc.), o sobre todo porque el niño razona seguramente considerando al predicado ya desde el punto de vista de la comprensión ("Todos los *A* son b" siendo $b =$ cualidad redondo, rojo, etc.), ya desde el punto de vista de la extensión ("Todos los *A* no son *B*" = "Son unos *B*" o "Son algunos *B*"). Está claro que el punto de vista de la comprensión facilita la respuesta, mientras que el de la extensión hace surgir el problema (planteado por Hamilton) de la cuantificación del predicado. Es en el caso de un razonamiento en extensión, tanto para el predicado como para el término que sirve de sujeto, donde los errores parecen polarizarse como en el Cap. III: mientras que la pregunta del tipo "¿Son [unos] *A* todos los *B*?" provoca respuestas fácilmente correctas aun en el caso en que el niño la comprende bajo la forma "¿todos los *A*, son todos los *B*?", la pregunta del tipo "¿Son [unos] *B* todos los *A*?" da lugar a error cuando es comprendida según la falsa cuantificación del predicado "¿son (todos los) *B* todos los *A*?". Esto es precisamente lo que se advierte, por ejemplo, en el caso de Mal, que niega, en contra de la evidencia, que todos los rojos sean discos porque hay discos azules, y en el caso de Chu por la misma razón ("porque hay también discos azules").

Pero lo que resulta esencial en los presentes resultados es que, también en el caso de preguntas del tipo "¿Son A todos los B?" (siendo $A < B$), encontramos errores del mismo tipo, debidos sin duda a que se ha puesto el acento sobre la intersección de las clases en el caso de las preguntas precedentes (1 - 7): es así que Hes niega que todos los azules sean discos, no porque haya cuadrados azules en la clase de las fichas azules sino "porque hay discos rojos", lo que equivale a negar que todos los B sean A_1 no porque existen "$B\ A'_1$" sino porque ¡existen "A_2 - no - B"! Del mismo modo Zer niega que todos los discos sean azules, no porque haya discos rojos, sino "porque hay también cuadrados [azules]".

Veamos finalmente casos del estadio III, es decir, respuestas justas y correctamente justificadas:

Sei (7; 0): —¿Son cuadrados todos los azules? —*No, hay discos y cuadrados.* —¿Son azules todos los discos? —*No, hay rojos y azules.* —¿Son discos todos los azules? —*No, todos no.* —¿Son rojos todos los discos? —*No, sólo un grupo* (*Dr*). —¿Son discos todos los rojos? —*Sí.* —¿Son azules todos los cuadrados? —*Sí.*

Car (7; 3): —¿Son azules todos los cuadrados? —*Sí.* —¿Son cuadrados todos los azules? —*No, hay discos azules.* —¿Son azules todos los discos? —*No,* etc.

Hey (7; 3): —¿Son azules todos los cuadrados? —*Sí.* —¿Son cuadrados todos los azules? —*No.* —¿Son discos todos los azules? —*No.* —¿Son rojos todos los discos? —*No, también hay discos azules.*

Gra (8; 6): —¿Son azules todos los cuadrados? —*Sí, porque no hay cuadrados rojos.* —¿Son cuadrados todos los azules? —*No, también hay discos.* —¿Son azules todos los discos? —*No, también hay rojos.* —¿Son discos todos los azules? —*No, también hay cuadrados.* —¿Son discos todos los rojos? —*Sí.*

En estos casos parece que los ejercicios precedentes de intersección facilitan las respuestas, lo que resulta natural tan pronto como el control del "todos" y del "algunos" es suficiente para evitar las falsas cuantificaciones del predicado. Pero hemos visto que las intervenciones complican las respuestas a las preguntas del tipo "¿son A todos los B (siendo A menor que B)?" cuando el control es insuficiente. Como el control depende sobre todo del progreso de la inclusión y de las operaciones aditivas, podemos ver en estos hechos un nuevo ejemplo de las interacciones entre las construcciones solidarias de los esquemas aditivos y multiplicativos.

§ 9. CONCLUSIONES

Este largo capítulo sobre el desarrollo de las operaciones multiplicativas de clases parece poner en evidencia ante todo el paralelismo y la solidaridad que existen entre esta evolución y la de las operaciones aditivas, en el curso

de los tres estadios preoperatorios y operatorios de estos dos tipos de estructura.

En el parágrafo 1 del presente capítulo, nos hemos preguntado si las estructuras multiplicativas o matrices derivan directamente de las estructuras figurales correspondientes, dado su carácter de buenas formas perceptivas, si son independientes de ellas, o si proceden por etapas sucesivas, del mismo modo que las clasificaciones aditivas se apoyan en las colecciones figurales por intermedio de las colecciones no figurales.

Los hechos analizados nos permiten dar una respuesta a estas preguntas. En primer lugar es imposible considerar a las estructuras multiplicativas como surgiendo directamente de las configuraciones correspondientes, puesto que los parágrafos 2 y 3 nos han mostrado —mediante dos técnicas distintas cuyos resultados han sido convergentes— que existe discontinuidad entre las soluciones perceptivas y las soluciones operatorias de las pruebas de matrices. Por otra parte, es igualmente imposible considerar a las estructuras multiplicativas como debidas a coordinaciones tardías que se superpondrían a las estructuras iniciales ligadas a los dispositivos figurales, puesto que los parágrafos 4 y 5 nos han mostrado hasta qué punto las clasificaciones multiplicativas espontáneas proceden paso a paso, a partir de las colecciones figurales y del mismo modo que las clasificaciones aditivas.

Queda, pues, por eliminación, la tercera solución. Pero además ésta ha recibido una confirmación directa de los hechos descriptos en los parágrafos 6 - 8: Tanto el estudio de las intersecciones (6) o el de las relaciones entre la adición y la multiplicación a propósito del mismo dispositivo de intersección (7), como el análisis del "todos" y del "algunos" aplicados a las clases multiplicativas (8) han puesto en evidencia la estrecha solidaridad existente entre la construcción de las operaciones aditivas de clases y la de las operaciones multiplicativas. Desde tal punto de vista no hay en primer término elaboración de las estructuras aditivas y luego generalización de esas estructuras con dos o más dimensiones bajo la forma multiplicativa: hay, en todos los niveles, algunas formas, rudimentarias o acabadas, de clasificación, y estas formas pueden aplicarse tanto a un único criterio como a varios criterios al mismo tiempo (coordinados en caso de mayor perfección o mezclados de distintas maneras en los niveles más elementales): en el primer caso la estructura es aditiva y en el segundo multiplicativa, sin ninguna oposición esencial entre ambas.

Esta solidaridad de desarrollo, junto con los sincronismos de las etapas respectivas, muestra así que las estructuras aditivas y multiplicativas de clases constituyen una gran organización operatoria, única a pesar de las diferencias figurales y de las diferencias aparentes de complejidad. Llegaremos a la misma conclusión en lo concerniente a las operaciones aditivas y multiplicativas de relaciones seriales (Cap. IX y X) y comprobaremos además el parentesco genético entre estos sistemas de seriaciones y los sistemas de clasificaciones. Esos lazos genéticos entre las estructuras de conjunto de las operaciones elementales parecen constituir uno de los elementos más sólidos en favor de la concepción operatoria de la inteligencia.

Capítulo VII

LOS FACTORES DE LA MOVILIDAD RETROACTIVA Y ANTICIPADORA EN LA CONSTITUCION DE LAS CLASIFICACIONES ADITIVAS Y MULTIPLICATIVAS[1]

La principal diferencia que opone las clasificaciones operatorias del estadio III a las clasificaciones figurales del estadio I tiene que ver con el mayor o menor grado de movilidad de las manipulaciones mentales (e incluso materiales) del sujeto: movilidad retroactiva, que se traduce en las recomposiciones y los cambios de criterio (shifting) de que demuestra ser capaz el niño a raíz de una propiedad nuevamente señalada o de elementos nuevos para agregar a las colecciones anteriores; o movilidad anticipadora, que se manifiesta bajo la forma de proyectos interiores de clasificación que preceden a la manipulación efectiva y, especialmente, bajo la forma de una elección entre varios proyectos posibles, de modo de alcanzar, sin tanteos externos, el más adecuado.

En términos generales, en efecto, puede decirse que el sujeto del estadio I (colecciones figurales) no anticipa casi ninguna de las clasificaciones efectivas, sino que las elabora en el curso mismo de la acción y en forma progresiva; recíprocamente, una vez construída su primera clasificación figural, permanece en ella como detenido por una especie de perseverancia y no llega, por falta de movilidad retroactiva, a cambiar sus criterios ni a sobrepasar su realización inicial. Por el contrario, el sujeto del estadio III (clasificaciones operatorias) sólo pasa a la acción en función de esquemas anticipatorios y está siempre dispuesto, sin temer contradecirse en relación a sus proyectos ya realizados, a modificar sus criterios o a incorporar sus construcciones iniciales en otras más amplias y más comprensivas.

Como puede preverse que esta movilidad, a la vez retroactiva y anticipadora, constituye el contexto funcional general en el seno del cual se elabora esta estructura fundamental que es la reversibilidad operatoria, e incluso que, más precisamente, los progresos continuos de esta movilidad funcional co-

[1] Con la colaboración de Vinh-Bang, G. Noelting, M. C. Reymond y S. Taponier.

rresponden a los grados de estructuración de la operación (a partir de la acción irreversible y hasta la reversibilidad lógica, pero pasando por una serie de formas semi y luego casi reversibles), tiene cierta importancia el hecho de intentar analizar las etapas de tal movilidad bajo sus dos formas complementarias. Este es el objeto del presente capítulo.

Para entregarnos a este análisis hemos esperado estar al corriente de la formación tanto de los esquemas multiplicativos como de los aditivos, pues, como veremos, los cambios de criterio (que se deben, por ejemplo, a la introducción de elementos nuevos que se agregan a los precedentes para evaluar los grados de la movilidad retroactiva) culminan rápidamente en la construcción de tablas con dos o más entradas o en clasificaciones complejas intermedias entre las formas aditivas y multiplicativas. Conviene entonces estar al tanto de estos dos tipos de estructuras para entregarse al estudio de la movilidad progresiva de las clasificaciones.

En lo que concierne, también, al estudio de las anticipaciones clasificativas, estudiaremos las reacciones de los niños ante un material que comporta varios criterios posibles de clasificación, y nos preguntaremos hasta qué punto, en los niveles hasta aquí considerados, será capaz el sujeto de darse cuenta de estos diversos criterios simultáneos, en sus previsiones y en sus proyectos. También aquí, en consecuencia, las estructuras cuya anticipación estudiaremos se situarán a mitad de camino de las clasificaciones aditivas y multiplicativas.

Finalmente, para facilitar el estudio de tales anticipaciones, en el capítulo VIII compararemos las clasificaciones que pueden calificarse como visuales (en tanto implican elementos percibidos visualmente) con las clasificaciones que llamaremos "táctiles" en razón de que los objetos para clasificar sólo se dan al sujeto mediante vías tactilo-kinestésicas.

Estos capítulos VII y VIII constituirán así los últimos que se consagrarán a las clasificaciones, pero se sobreentiende que los problemas suscitados a propósito de la movilidad retroactiva y anticipadora conciernen tanto a la elaboración de series y a las multiplicaciones seriales como a las estructuras de las clases. Volveremos pues a encontrar los mismos problemas de la movilidad a propósito de estas estructuras seriales (por ejemplo, se puede hacer anticipar la elaboración de una serie como una clasificación; se puede estudiar la elaboración de series táctiles y visuales; se puede provocar la reestructuración de éstas mediante la introducción ulterior de elementos nuevos). Pero de ello nos ocuparemos (en el curso de los capítulos IX y X) a propósito de la construcción misma de estas estructuras de relaciones.

§ 1. EFECTOS DE LAS INCORPORACIONES SUCESIVAS DE ELEMENTOS QUE EXIGEN UNA REESTRUCTURACION DE LAS CLASES YA CONSTITUIDAS

Todas las estructuras cognitivas (así como, por otra parte, los procesos afectivos) provocan ciertos efectos temporales: acciones ejercidas por una estructura percibida o concebida con antelación, sobre una estructura percibida o construída ulteriormente, cuando existen relaciones suficientes (de analogía, de vecindad espacio-temporal, etc.) entre estas estructuras sucesivas. Estos efectos temporales pueden consistir en perseverancias, en transportes temporales (con identificaciones o contrastes), en trasposiciones o transferencias de diversas formas (con anticipaciones o sin ellas) y finalmente en generalizaciones. Luego, contrariamente a los niveles perceptivos y sensomotrices elementales, donde las acciones temporales tienen casi exclusivamente un sentido único (una percepción anterior modifica a la siguiente, pero ésta no actúa sobre aquélla), los numerosos intermediarios que conducen de la trasposición o de la transferencia sensomotriz a la generalización conceptual de nivel operatorio dan lugar a posibilidades nuevas, caracterizadas por la inversión del sentido de los efectos temporales. En efecto; si las formas más simples de generalización consisten simplemente en asimilar lo nuevo a lo viejo, las formas superiores presentan, por el contrario, la propiedad de duplicar este proceso asimilador con un proceso retroactivo tal que los elementos nuevos puedan también conducir a una reestructuración del sistema total al cual están asimilados, y esto hasta modificar los conceptos y los conocimientos anteriores. Son posibles entonces muchas combinaciones, la más equilibrada de las cuales consiste en que la reestructuración no destruya en nada la estructura anterior, sino que consiga integrarla de manera "maximal" en una nueva estructura que comprenda entonces dos sistemas secundarios: el antiguo y el nuevo; pero reunidos en una estructura total que conserve al anterior a título de caso particular.

Entonces, para estudiar los pasajes de las estructuras perceptivas, o, al menos, figurales, a las estructuras operatorias, es de importancia fundamental analizar cuidadosamente estos diversos modos de las acciones temporales, y singularmente las diversas formas de conservación o de retoque de las estructuras anteriores durante la construcción de estructuras ulteriores, retoque a que obliga, por ejemplo, la intervención de elementos nuevos.

Las técnicas adoptadas fueron las siguientes:

Técnica I (con material A): clasificación en dos cajas solamente, lo cual obliga a cambiar de clasificación en cada asociación. (0) los elementos iniciales son superficies: círculos y cruces, todos verdes, del mismo tamaño y del mismo cartón liso; (1) primeras asociaciones: estrellas amarillas (del mismo tamaño y cartón); (2) segundos agregados: dos grandes rombos y semicírculos violetas (cartones lisos); (3) terceros agregados: triángulos y óvalos en cartones ondulados.

Técnica II (material B): no hay una reestructuración obligatoria, a pesar de la clasificación en dos cajas. (0) pequeños y grandes círculos del mismo color; (1) asociación de círculos grandes y pequeños de un color nuevo; (3) asociación de cuadrados y círculos de dos tamaños pero de bordes dentados.
Técnica III (material B): introducción de tabiques sucesivos a colocar por el niño en el interior de dos cajas a medida que se agregan elementos.
Técnica IV (material A o B): pedir simplemente todas las clasificaciones posibles sucesivas a medida que se agregan elementos (sin cajas).
Se ve que estas técnicas favorecen tanto las modificaciones de la clasificación precedente (técnicas I y IV) como la persistencia (técnica II y III), para poder juzgar mejor las tendencias eventuales del niño, ya sea para negar lo que precede reestructurando el todo en función de lo que sigue, ya sea perseverando en sus clasificaciones iniciales.
En la exposición de los hechos, nos atendremos esencialmente a estos modos de reacción a los agregados, sin obligarnos a repartirlos según la forma de las clasificaciones adoptadas (lo que supondría una repartición según una tabla de doble entrada).

Veamos primeramente las reacciones de 3 a 4 años:

Rud (3; 6), material B (técnica II): pone en I los cuadrados grandes azules, y en II los pequeños discos azules, los grandes discos anaranjados y los cuadrados grandes azules. Luego quita todo y pone en I, arriba, los discos y los cuadrados pequeños y, abajo, los cuadrados grandes; luego, en II, los cuadrados y los discos grandes. Cuando se trata de las asociaciones de colores, continúa agrupando los pequeños con los pequeños (en I) y los grandes con los grandes (en I abajo y en II).

Til (3; 6) (material B, técnica II): después de algunos tanteos, los clasifica en azules (I) y rojos (II). Se le pide una clasificación en grandes y pequeños, pero continúa haciéndola en azules y rojos. Se le sugiere una clasificación en figuras dentadas y no dentadas, y la lleva a cabo. Pero cuando se vuelcan las cajas y se procede a las asociaciones sucesivas, sólo clasifica según el color, como al comienzo.

Arg 4; 5) (material B, técnica II) pone en I los grandes discos rojos y en II los pequeños discos rojos, que son los únicos dados en un comienzo. Se le agregan los discos azules: pone los discos azules grandes con los rojos grandes en I, mientras dice: "*Aquí va bien el azul. Pero estos pequeños* [discos azules] *¿dónde los pongo? Aquí* (I) *puse los azules; ¡tengo que poner aquéllos* [los pequeños discos azules] *con éstos!*"; lo cual implica un cambio de criterio, pero sin reestructuración, y contradictorio (en I los azules pequeños y grandes y los grandes discos rojos, y en II los pequeños discos rojos). Se le agregan los discos grandes dentados: "*¡Oh, estrellas también! Estas van juntas mejor aquí* (II): *se las puede poner así junto con los pequeños*" (nueva contradicción). —Fíjate bien. (Cambia): *—Entonces aquí* (I), *donde puse los azules* (pequeños y grandes, dentados y no); *aquí* (I) *es todo azul y acá* (II) *es todo rojo* (pequeños y grandes, dentados o no). (Se agrega el resto: cuadrados dentados y pequeños discos dentados: reestructura todo y empieza por los últimos:) *—Estos son estrellas, ¿pero éstos* [cuadrados dentados]? (Reparte todo entre I y II según criterios cada vez más heterogéneos, que va luego simplificando hasta retomar la simple dicotomía en

azules I y rojos II). —¿No podrías hacerlo de otro modo? (vuelve a colocarse todo sobre la mesa). —*Sí* (vuelve a ponerlos): *podría poner los rojos aquí* (I) *y los azules acá* (II). —¿Y de otro modo? —*No, no sé más.*

Prim (4; 10) comienza por poner los discos grandes rojos en I y los pequeños discos rojos en II. Se le dan los azules y él afirma: "*Aquí están los grandes* (I: azules y rojos) *y acá* (II: azules y rojos) *los chicos*". Se le dan los discos dentados (pequeños y grandes): trata de encontrar un término de conciliación, pero la repartición no es absoluta en grandes y pequeños y, después de algunas reestructuraciones, tiende a la dicotomía en dentados (I) y no dentados (II), aunque con excepciones. —¿Queda bien? —*Sí, muy bien.* —¿Podrías hacerlo de otra manera? Vuelve a elegir pero lo hace según el tamaño o según la presencia o ausencia de dientes. Renuncia por último a toda clasificación cualitativa y pone alternativamente un elemento en I y otro en II.

Estas reacciones iniciales son suficientemente claras y se remiten a las tres siguientes:

(1) La primera es la perseverancia: el niño que ha comenzado por el tamaño, aunque se le den nuevos elementos de otros colores no trata de reestructurarlos ni de construir subclases en función del color (Rud). Si comenzó por el color, continúa de la misma manera sin ocuparse de nuevas cualidades, incluso si es capaz de repartir el todo en dos colecciones según estas nuevas cualidades cuando se le ofrece ejemplo (Til).

(2) Cuando finaliza la perseverancia, hay incluso una cesación de la acción temporal; vale decir que el criterio precedente se olvida a expensas de un nuevo criterio que lo suplanta o que se le adjunta a despecho de las contradicciones. Arg, por ejemplo, empieza por repartir los círculos rojos en grandes y pequeños; cuando se le dan los azules, coloca los azules grandes con los rojos grandes, lo cual es coherente, pero también coloca los azules pequeños con los azules grandes porque son todos azules, en cuyo caso el criterio de seguir el color se sobrepone al criterio de seguir el tamaño (con lo cual el color subraya su perseverancia, pero como un nuevo punto de vista que ha suplantado al precedente).

(3) Además de la perseverancia y el olvido puro y simple, existe también una conducta mixta, pero que todavía no puede considerarse como una conciliación de elementos nuevos, con la estructura anterior: es una especie de incorporación arbitraria de lo nuevo en lo viejo en nombre de relaciones de conveniencia no explicitables en términos como "todos" y "algunos", y de las cuales el niño se limita a decir que "están bien". Arg, por ejemplo, una vez clasificados los discos simples en rojos y azules, coloca entre los discos rojos pequeños a los discos dentados grandes, tanto rojos como azules, y se limita a justificar esta relación diciendo "estos van mejor aquí". También Prim incorpora los dentados sin una razón aparente y luego cambia de criterio y abandona la partida.
Estas incorporaciones poco comprensibles se deben evidentemente al hecho de que, en presencia de elementos nuevos, el sujeto de 3 a 4 años no trata de razonar sobre las cualidades generales ("todos") de una de las coleccio-

nes ya construídas para aplicar estas cualidades al elemento que se trata de colocar: busca simplemente una relación entre este elemento nuevo y uno u otro de los elementos ya colocados, que sirve entonces como muestra privilegiada del conjunto (cf. capítulo VI, § 7). En este caso, la relación encontrada no es necesariamente coherente con la dicotomía inicial o precedente, e introduce un nuevo criterio que implica el olvido de los anteriores, y volvemos a caer en el proceso 2.

Se puede entonces admitir que este proceso 3 no constituye todavía un proceso original, sino una mezcla de perseverancia 1 y de olvido 2. Dicho de otro modo: el método de estos chicos es el mismo que el de los alineamientos en las clasificaciones espontáneas (cf. capítulo I, § 2): perseverancia, cambio de criterio. En una palabra: no hay aún retroacción, sino sólo asimilación a un sentido único (o incorporación de lo nuevo a lo viejo en función del criterio precedente), y sin acomodación suficiente como para involucrar efectos retroactivos de reestructuración del esquema asimilador; o, por el contrario, acomodación a los elementos nuevos pero sin asimilación del esquema anterior, lo cual nuevamente excluye los efectos retroactivos sobre este esquema.

Examinemos ahora las reacciones propias de los sujetos de 5 a 6 años:

Car (5; 6) señala un comienzo de organización sucesiva. Se le dan de entrada los discos rojos, que reparte en grandes (I) y pequeños (II). Se le agregan los azules: coloca todos los rojos juntos en I, y los azules juntos en II. Se le agregan los círculos dentados: "*¡Oh, estrellas!*"; toma entonces todos los dentados pequeños que clasifica según sus colores incorporándolos en las dos colecciones precedentes. Luego vuelca todo y construye el comienzo de una especie de tabla de doble entrada (con un error): dentados a la derecha y no dentados a la izquierda, los grandes arriba y los pequeños abajo (sin tener en cuenta para nada el color). Se le agregan los cuadrados, dentados y no dentados: "*¡Oh, esto va para largo!*". Los reparte en dos subcolecciones dentro del sistema precedente, pero se equivoca y termina en una nueva dicotomía general: "*Se pueden poner todas las estrellas ahí* (I, incluidos los cuadrados) *y los discos* (simples) *acá* (II)". Pero los subdivide aún según los colores, con lo cual obtiene una tabla de doble entrada: a la derecha los azules y a la izquierda los rojos, arriba los dentados y abajo los no-dentados. Llega entonces a una clasificación multiplicativa correcta de dos dimensiones, pero en forma empírica y sin anticipación.

Gat (5; 8), por el contrario, sólo llega a las diferenciaciones sucesivas de las colecciones, pero con la incorporación correcta de elementos nuevos en los sistemas anteriores. Se le dan luego los discos rojos, a los que clasifica en grandes y pequeños. Se le agregan los discos azules: los reparte también en grandes y pequeños: "*¡Ya está listo!*", después de lo cual reúne a todos los grandes en la caja I y a los pequeños en II: "*Los más grandes, en esta pieza; los chicos, en la otra*". Se le vuelven a dar los dentados: "*Ah, éstos pinchan...*". Se ponen otra vez los mismos (vuelve a clasificarlos por tamaño): "*los más grandes se quedan en esta caja y los más chicos en la otra*". Se le dan los cuadrados simples y dentados: "*¡Todavía faltaban éstos!*". Los divide nuevamente en grandes y chicos y vuelve a diferenciar el todo en subcolecciones, pero sin plan alguno de conjunto ni de simetrías espaciales: los cuadrados rojos dentados grandes, los discos rojos dentados grandes, los cuadrados azules dentados grandes, etc.

Sab (5; 8) clasifica luego los discos rojos en grandes y pequeños. Se le dan los discos azules y construye dos tablas de doble entrada sucesivas, pero en diagonal: azul arriba y rojo abajo con los pequeños, sobre una diagonal, y los grandes sobre la otra; luego pone el azul a la izquierda y el rojo a la derecha, sin cambiar los tamaños. Se le da un juego parecido, pero integrado por discos dentados: Sab construye entonces con ellos una tabla de doble entrada correcta: los pequeños arriba, los grandes abajo, los rojos a la izquierda y los azules a la derecha (todos dentados). Pero cuando quiere incorporar a esta tabla los discos simples anteriores, pone en seguida los azules con los rojos dentados, y los rojos simples con los dentados azules; luego corrige su error, lo cual da origen a una tabla de colores correcta, pero con elementos simples y dentados en los cuatro casos y desprecio por el tamaño en el caso de los discos simples. Se agregan por fin los cuadrados dentados y no-dentados: hay entonces superposiciones arbitrarias con mezcla de criterios y luego una reclasificación general según una tabla de doble entrada (cuyas dos dimensiones conciernen sólo a dos criterios, con desprecio de los restantes), con los discos arriba y los cuadrados abajo, los rojos a la izquierda y los azules a la derecha.

Fan (5; 8). La técnica y el material son los mismos. Clasifica los discos rojos en grandes y pequeños. Se agregan los azules: los clasifica en azules (I) y rojos (II) sin ocuparse de los tamaños. Se le agregan los discos dentados: pone en I, a la izquierda, los azules simples grandes y en I, a la derecha, los azules dentados grandes; pone en el borde superior de la caja I a los azules dentados pequeños (apilados) y en el borde izquierdo a los pequeños azules rojos (sic); la misma disposición repite en II con los rojos. Se le dan finalmente los cuadrados simples y dentados: hace una serie de nuevas subdivisiones en I y trata de reproducirlas en II pero abandona y los apila al azar.

Bae (5; 10) (técnica I, material A) clasifica los discos rojos en grandes y pequeños. Se le agregan los azules: pone en I los azules y en II los rojos, con los grandes arriba y los pequeños abajo (tabla de doble entrada en lo que respecta a las figuras). Se introducen los cuadrados: agrega subdivisiones en I y en II. Se agregan los ondulados: los coloca junto a los simples, según sus formas y en general según sus colores (con errores que corrige rápidamente); algunas subdivisiones según el tamaño, pero no consigue lograr una simetría entre las cajas I y II.

Ric (5; 10) (técnica II, material B), llega poco a poco a una tabla de triple entrada: en I los grandes (rojos arriba, azules abajo, discos a la izquierda y cuadrados a la derecha); en II los pequeños, con la misma disposición. Pero está incomodado por la técnica III (cajas con tabiques para dicotomías sucesivas) y por la falta de un plan de conjunto, lo que demuestra el carácter empírico del éxito precedente.

Nid (6; 1) (técnica II, material B) clasifica los discos rojos en grandes y pequeños. Se le agregan los azules: los rojos en I y los azules en II, con los grandes arriba y los pequeños abajo. Los discos dentados: los adapta a la clasificación precedente, pero llega sólo a una figura semi-simétrica (rojos a la izquierda y azules a la derecha, discos dentados grandes arriba y discos grandes simples abajo, los cual, hasta aquí, da una tabla de doble entrada correcta; pero los discos pequeños se juntan con los discos grandes simples, los discos dentados pequeños van a la parte superior y los discos pequeños simples contra su parte inferior).

Se agregan los cuadrados (simples y dentados): Nid se entrega entonces a una reclasificación total, separando cuidadosamente todas las subcolecciones, y disponiéndolas luego de una manera que podría ser isomórfica a una tabla de cuatro entradas: grandes y pequeños, dentados y simples, rojos y azules, cuadrados y discos, que corresponden espacialmente a dos conjuntos de cuatro subcolecciones (repartida cada una según las dimensiones arriba-abajo e izquierda-derecha, lo cual, hasta aquí, produce tres dimensiones), y formadas exclusivamente por elementos grandes sobre los cuales se colocan los pequeños (cuarta dimensión, hacia arriba). Sólo este hermoso ejemplo manifiesta diversas simetrías por entrecruzamiento: la mitad de los planos está hacia arriba en I y hacia abajo en II; los dentados y los simples están en diagonal en I y no en II. La clasificación es, entonces, completa, pero sin un plan de conjunto.

Myr (6; 2) clasifica los discos rojos en grandes y pequeños. Después que se le dieron los azules, ella los repartió en azules y rojos (sin distinción de tamaños). Se le dan los discos dentados: pone los rojos en I con una diferenciación en subcolecciones de dentados y no-dentados, y grandes y pequeños; en II están todos los azules, sin subcolecciones. Se agregan los cuadrados: todos los rojos en I y todos los azules en II, mezclados los unos con los otros.

Hug (6; 4) hace la repartición en grandes y pequeños (discos rojos), y después del primer agregado (de discos azules) en azules y rojos. Esta dicotomía simple subsiste en el segundo agregado (de discos dentados) pero al tercero (de cuadrados de dos colores, con y sin dientes) dice: "*¡Ah, cuántos que tengo ahora! Tengo que trabajar bien*". No obstante, se limita a colocar como antes los azules en I y los rojos en II sin diferenciaciones. —¿No podrías hacerlo de otro modo? —*No, no puedo.* —¿Y así? (se ponen juntos dos dentados). —*No, no queda bien;* (sí) *se podrían poner aquí las estrellitas.* Trata luego de hacerlo pero se equivoca y termina por hacer dos grandes clases sin diferenciaciones: los grandes y los chicos.

Jac (6; 7) comienza por repartir los discos rojos en grandes y pequeños. Después de agregárseles los azules, hace una tabla de dos entradas. Se agregan los discos dentados: retiene de ellos los grandes y los clasifica en rojos (I) y azules (II), les agrega luego los grandes no dentados de los mismos colores y los coloca debajo, lo cual vuelve a dar una tabla de dos entradas. Pero cuando quiere colocar allí los discos pequeños (y los pone sobre los grandes, lo que vuelve a dar una tercera dimensión hacia arriba), pone los dentados pequeños sobre los grandes no-dentados, y los no-dentados pequeños sobre los dentados grandes, lo que ofrece un entrecruzamiento. Igualmente, al agregarse los cuadrados, comienza por una repartición entre cuadrados y discos y una diferenciación entre dentados y no-dentados, pero para los tamaños y los colores se entrega a una serie de subdivisiones sin plan ni simetría, lo que conduce nuevamente a una serie de entrecruzamientos.

Pie (6; 8) comienza por los tamaños (con los discos rojos) y más adelante, después del agregado de los azules, se aferra hasta el final a una dicotomía azul-rojo sin subclases. Respecto de los dentados, se limita a decir: "*¡Oh, es cómico: parecen estrellas!*", pero los mezcla con los demás.

Kec (6; 10) se aferra desde el comienzo hasta el final a la dicotomía grande-pequeño. Cuando, según la técnica IV, se le piden las diversas posibilidades a medida que se van haciendo los agregados (reestructurando todo ya sin cajas),

empieza a repartir según las dicotomías cuadrado-disco, azul-rojo, y grande-pequeño, pero sin diferenciar en subdivisiones.

Estas respuestas de 5-6 años señalan un progreso evidente respecto de las de 3-4 años, en el sentido de que la perseverancia y el olvido, o, dicho de otro modo, las acciones temporales con sentido único o las ausencias de acciones temporales, dan lugar a retroacciones bajo la forma de reestructuraciones que tienden a conciliar los nuevos elementos con los sistemas anteriormente adoptados:

(1) En primer lugar, se encuentra menos perseverancia propiamente dicha, tal como la que se presenta en los sujetos de 3 a 4 años, al menos, que pueden cambiar de criterio cuando se les da un ejemplo, pero que son incapaces de hacerlo espontáneamente ni siquiera cuando se les pide que lo "hagan de otra manera". En efecto: no podría decirse que hay perseverancia cuando el sujeto conserva, sin más, el primer criterio y hace las subdivisiones en función de los siguientes: sólo hay perseverancia cuando el sujeto no se da cuenta de las novedades o las rechaza porque es incapaz de construir una nueva dicotomía. Lo que falta aún saber es si el sujeto es incapaz de hacerlo o si prefiere solamente atenerse a una dicotomía simple incorporándole sistemáticamente todos los nuevos elementos. En este aspecto, Get se aferra hasta el final a la división inicial en grandes y pequeños y solamente después del último agregado (cuadrados) comienza a tratar de ensayar nuevas subdivisiones: pero en su torpeza (faltas de simetría, etc.) se advierte que experimenta una dificultad real para desligarse del sistema adoptado hasta ahí, lo cual testimonia un claro efecto de perseverancia. Myr desde el primer agregado sustituye la dicotomía en colores por otra basada en los tamaños y a ella se atiene hasta el final: pues bien; nuevamente el hecho de que ensaye subdivisiones desde el segundo agregado (pero sólo en I) y de que renuncie a ellas desde el tercero, muestra que la perseverancia prima todavía sobre la retroacción. Pie y Kec conservan también su dicotomía (inicial o secundaria) hasta el final de las subdivisiones, pero Kec muestra que sería capaz de sustituirla por otras.

(2) Más a menudo (aunque menos que en los 3-4 años) se encuentran reacciones de olvido o de rechazo de los criterios anteriores en el momento de adoptar los nuevos. Esta reacción es rara en el caso del primer agregado pero es, no obstante, lo que ocurre con Fan y con Pie, que olvidan los tamaños cuando pasan a los colores. En cuanto a Myr y a Hug, que por un instante hacen lo mismo, vuelven inmediatamente al criterio anterior. En cambio, el número de los olvidos aumenta naturalmente después del segundo y tercer agregados.

(3) Vuelven a encontrarse todavía, aunque cada vez menos, conjuntos mixtos de naturaleza contradictoria: por ejemplo Sab, después de haber construido una tabla de doble entrada con los dentados (rojos + azules y pequeños + grandes), quiere incorporarle las formas simples e invierte los colores. Este género de reacciones parece desaparecer a los 6 años.

(4) La novedad esencial de este estadio es el esfuerzo de conciliación de los elementos agregados con el sistema anterior. La forma más simple de este efecto retroactivo es la diferenciación de las colecciones iniciales, pero avanzando elemento por elemento y sin simetría: Get (al final) y Myr son dos ejemplos.

(5) Una forma un poco más adelantada de retoque consiste en subdividir buscando simetrías entre las dos cajas, pero conformándose con simetrías locales y sin alcanzar simetrías de conjunto: por ejemplo, Fan (al final), Bae, Nid (entrecruzamientos), Jac (id.).

(6) Cuando se alcanza la simetría, el sujeto consigue elaborar tablas de doble entrada correctas, que resuelven entonces el problema de la incorporación de los elementos nuevos en los sistemas anteriores, diferenciándolos para tomar en consideración criterios suplementarios. Pero resulta esencial insistir en el hecho de que las tablas de doble entrada propias de cada estadio son elaboradas sucesivamente, a raíz de cada agregado, y no por la aplicación de un esquema anticipador: no se trata, en realidad, más que de subdivisiones progresivas ordenadas simétricamente (cf. Car, Sab, Nid y Jac al comienzo). Cuando los agregados conducían a más de dos criterios, había en general un retroceso a las formas precedentes de reacción.

(7) Ya se encuentran, a pesar de todo, casos de tablas de triple (Ric) e incluso de cuádruple (Nid) entrada, pero el empleo de la técnica III (Ric) o las asimetrías subsistentes (Nid) muestran el carácter aún empírico de las construcciones.

En general, si la elaboración de tablas de dos o más entradas parece más precoz en las pruebas presentes que en las del capítulo VI, conviene recordar que la técnica de los agregados sucesivos conduce mucho más naturalmente a la construcción de tales tablas que la clasificación de un conjunto complejo de elementos presentados todos simultáneamente: en este último caso, en efecto, se trata de dar cuenta a la vez de las diversas dicotomías posibles, lo cual supone un esquema anticipador, mientras que, cuando se presentan sucesivamente por agregados de elementos nuevos, bastan diferenciaciones elemento por elemento para imitar la multiplicación operatoria sin dominarla. Lo que estos hechos demuestran claramente es, por el contrario, la existencia de un proceso retroactivo de influencia creciente, que se traduce por las reestructuraciones, bajo los efectos de los agregados sucesivos.

Examinemos finalmente las reacciones del estadio III (7-8 años y aún más) en cuyo transcurso estas retroacciones se desdoblan en una anticipación de las ordenaciones posibles:

Ste (7; 1) clasifica los discos rojos en grandes y pequeños. Luego de agregarse los azules, subdivide en grandes y pequeños las dos clases de rojos y de azules (tabla de doble entrada). Después de agregar los discos dentados, subdivide en I las dos subclases de grandes y pequeños en dentados y no-dentados, y procede de la misma manera en II, pero con un entrecruzamiento que corrige al instante (tabla de triple entrada). Se agregan los cuadrados: reparte en I los cuadrados no-dentados según sus tamaños y sus colores, y en II los cuadrados den-

tados según la misma disposición, lo cual vuelve a constituir una tabla de triple entrada; después de esto coloca sobre los cuadrados los discos del mismo tamaño y color, lo cual agrega una cuarta dimensión a la tabla.

Bar (7; 6) reparte los discos rojos en grandes y pequeños, y luego subdivide las dos clases —al agregarse los azules— en azules y rojos. Cuando se agregan los discos dentados, mantiene su repartición en grandes y pequeños, y pone en I los dentados en la parte superior de la caja, con los azules debajo, los rojos encima y los no-dentados en la base de la caja, con la misma distribución de los colores; coloca en II los pequeños de una manera exactamente simétrica (tabla de triple entrada). Cuando se agregan los cuadrados, conserva el mismo cuadro y subdivide simplemente cada una de las dos clases precedentes en dos (cuadrados y discos), lo cual da a la tabla una entrada cúadruple.

Gol (8; 0) comienza también repartiendo los discos rojos en grandes (I) y pequeños (II), para subdividirlos luego en azules y rojos. Después del agregado de los discos dentados, renuncia a la división en colores y reparte los grandes (siempre en I) en discos simples —arriba de la caja— y dentados —abajo—; la misma distribución vale para los pequeños en II. Cuando se agregan los cuadrados, ella subdivide los grandes en cuadrados simples y dentados y en discos simples y dentados, con la misma repartición en II para los pequeños (o sea, tenemos una tabla de triple entrada con rechazo del color). Por el contrario, cuando se le piden otras posibles clasificaciones, ella las construye (por ejemplo, discos en I, cuadrados en II y subdivisiones simétricas), pero ateniéndose a las tablas de triple entrada.

Rau (8; 2) comienza por grandes y pequeños; luego, después del agregado de los discos azules, reparte los discos en azules y rojos con una subdivisión en grandes y pequeños. Cuando se agregan los discos dentados, se mantiene el mismo cuadro, pero los azules (I) se reparten en dentados (con una subdivisión en grandes y pequeños) y no-dentados (con la misma subdivisión); ocurre exactamente lo mismo con los rojos en II (tabla de triple entrada). Luego del agregado de los cuadrados, subdivide los azules (I) en cuadrados y redondos, dentados y no-dentados (estos últimos colocados sobre los primeros) y grandes y pequeños, con repartición simétrica de los rojos en II (tabla de entrada cuádruple).

Bar (8; 8) comienza como Rau (tamaños y después colores) hasta la tabla de triple entrada, luego del agregado de los discos dentados. Pero, después del agregado final de los cuadrados, no construye una cuarta entrada y se limita a las tablas de doble entrada, pero según tres combinaciones posibles: dentados o no, cuadrados o discos, y azul o rojo, con los tamaños como segunda dimensión.

Hag (8; 9) conserva el mismo sistema de dos clases hasta el final (grandes y pequeños), pero, cuando se produce el último agregado, y se le pide que efectúe otra ordenación, construye las mismas tablas de triple entrada de Bar.

Hen (9; 3)se limita, hasta el último agregado, a las tablas de doble entrada, utilizando como marco la pareja grande-pequeño y variando el criterio en la segunda dimensión. Después del agregado de los cuadrados conserva el mismo marco y efectúa la subdivisión en discos y cuadrados, luego en dentados y no-dentados, colocando al final los azules sobre los rojos (tabla de cuádruple entrada). —¿Podrías hacerlo de otro modo? —*Oh, sí; todos los dentados de un lado y los demás del otro. Tiene que haber tres de cada clase* (= tres parejas de caracteres, sin contar los del marco). *Con eso hay bastante* (vuelve a hacer una tabla de cuatro dimensiones).

Estas reacciones del tercer estadio son netamente distintas de las anteriores:

(1) Ya no hay perseverancia. Cuando un sujeto reproduce sin variar la misma dicotomía hasta el último agregado (como Hag), no lo hace por falta de movilidad retroactiva, sino para simplificarse el trabajo: para asegurarse de ello basta preguntarle si concibe otros ordenamientos y ver cómo construye tablas de triple o cuádruple entrada.

(2) Ya no hay casi olvido de las clasificaciones precedentes, a no ser por distracción momentánea o elección intencionada: Gol, por ejemplo, rechaza el color y se contenta con tablas de dos o de tres entradas (en lugar de tres y de cuatro).

(3) No hay ya subdivisiones contradictorias ni subdivisiones empíricas sin simetría.

(4) Las reestructuraciones a las cuales dan lugar los agregados de nuevos elementos pueden efectuarse sin ninguna modificación de los cuadros anteriores y por simples nuevas divisiones que se agregan a las antiguas o, por el contrario, con la modificación de las subdivisiones anteriores o de los marcos mismos. Bar, por ejemplo, conserva de un extremo al otro el marco general de grandes y pequeños, pero, cuando se produce el segundo agregado, sustituye la subdivisión en rojos y azules por la subdivisión dentados y no-dentados (los colores dan lugar a una nueva subdivisión de orden 3, subordinada a la precedente); después del tercer agregado, conserva el todo y agrega simplemente una subdivisión de orden 4. Ste, por el contrario, modifica dos veces el cuadro general y muchas veces las subdivisiones.

(5) Pero poco importa el orden en que se efectúan las diferentes subdivisiones (ya que se trata de reacciones multiplicativas y no de simples inclusiones, de tal modo que los colores interfieren con los tamaños, las formas generales y la presencia o ausencia de dientes, sin ningún orden necesario de inclusión en las cajas): lo importante es saber si los sujetos de cada estadio tratan de conciliar (o son capaces de conciliar) los nuevos criterios (agregados) con los antiguos, o si como en los estadios anteriores, sacrifican los criterios anteriores a los ulteriores, o a la inversa. Esta integración retroactiva se caracteriza, entonces, por la generalidad de las reacciones multiplicativas: la construcción de una tabla de doble entrada es general desde el primer agregado, y, o bien el sujeto construye inmediatamente de por sí las tablas de triple o cuádruple entrada, o bien se contenta con las de dos o tres entradas, pero con la posibilidad de cambiar de criterio a voluntad.

(6) Las multiplicaciones lógicas de 2, 3 ó 4 dimensiones son, por otra parte, anticipadoras. La prueba de la intervención de un esquema anticipador de naturaleza operatoria se da a veces espontáneamente cuando el sujeto enuncia sus proyectos: "Tiene que haber tres de cada clase, con eso es bastante", dice Hen cuando habla de las tres subdivisiones a introducir después de la primera dicotomía. En la mayoría de los casos, el carácter anticipador del esquema multiplicativo que asegura la reestructuración retroactiva sólo está atestiguado por la movilidad que el sujeto evidencia cuando se le pide vol-

ver a clasificar de otro modo lo que acaba de ordenar (ya analizaremos más adelante las capacidades de anticipación propias de los diversos niveles: ver el § 3).
En síntesis, la presente investigación ilumina de una manera particularmente clara los mecanismos, primero preoperatorios y luego operatorios, que conducen del estadio I al estadio III: mientras que al nivel de las colecciones figurales no hay todavía ni retroacción ni anticipación que permitan al sujeto conciliar los nuevos elementos con las clasificaciones anteriores (cada clasificación está así dominada por ciertos factores figurales anteriores o actuales, sin síntesis entre ellos), el progreso consiste en hacer posibles reestructuraciones siempre más sistemáticas cuyo doble carácter anticipador y retroactivo permita la integración de lo nuevo en lo anterior con diferenciaciones móviles de los marcos iniciales.

§ 2. LOS CAMBIOS DE CRITERIO QUE EXIGEN UNA REESTRUCTURACION DE LAS CLASIFICACIONES YA TERMINADAS

En la experiencia precedente, los elementos están dados sucesivamente, lo cual obliga a efectuar reestructuraciones retroactivas, ya sea por subdivisiones, etc., de las clases ya constituidas, ya sea por una reelaboración de toda la clasificación. En la experiencia presente, todos los elementos se dan simultáneamente y, una vez terminada la clasificación total, se pregunta si es posible efectuar otra (u otras) modificando el criterio del cual se partió. Se utiliza el mismo material inicial (cuadrados y discos, rojos y azules, de dos tamaños y sin dentado), pero, naturalmente, el problema por resolver es más difícil, por dos razones: por una parte, es más fácil hacer una clasificación multiplicativa si la atención es atraída sucesivamente por las tres o cuatro dicotomías posibles (A_1 y A'_1; A_2 y A'_2; A_3 y A'_3; etc.) que si todos los elementos se dan juntos, de tal modo que el sujeto no puede saber de entrada si la clasificación será multiplicativa (con dicotomías que se interfieren entre sí) o aditiva (con introducciones sucesivas en las cajas: $A < B < C$, etc.); por otra parte, es más fácil reestructurar lo que ya está clasificado cuando las clases son poco numerosas y se trata simplemente de incorporar elementos nuevos, que reelaborar el todo buscando un nuevo criterio o modificando el orden seguido hasta entonces. De todos modos, el problema se plantea de otra manera y sería importante completar el examen de las reacciones ante las incorpo-

raciones sucesivas con el de los cambios globales de criterio, para formarnos una opinión adecuada del grado de movilidad retroactiva de los sujetos de nuestros estadios I a III (o II y III). Para que la comparación sea más completa, hemos añadido tres agregados fuera de término a la experiencia del cambio de criterio que conduce a tres parejas de cualidades (forma, color y tamaño): elementos con grandes diferencias de tamaño, otros con agujeros (las figuras agujereadas en el centro o las no agujereadas corresponden así a las formas dentadas o no dentadas del § 1) y grandes cuadrados amarillos (que se suman a los rojos y azules).

La técnica, en pocas palabras, es la siguiente. Se dan al niño cuadrados y discos rojos y azules de dos tamaños (de 25 mm. de lado o de diámetro, respectivamente, o de 50 mm.). Luego se le pide que diga qué es lo que ve (mediante una descripción verbal de los elementos). Luego se le pide una clasificación libre, y luego una dicotomía en dos grandes cajas (permitiéndole hacer subdivisiones, si es que el sujeto lo desea, pero sin obligarlo a hacerlas. Luego se solicita otra clasificación, y lo mismo hasta obtener tres clasificaciones sucesivas. Finalmente, con otros sujetos, se utilizaron tamaños de 13 a 75 mm. de lado o de diámetro (con agregados eventuales de grandes cuadrados amarillos y de figuras agujereadas).

A continuación damos los resultados numéricos obtenidos con sujetos de 5 a 8-9 años, indicando además el número de criterios adoptados por el niño en el curso de una interrogación homogénea[2] alrededor de 40 sujetos han sido examinados, además con diversas variaciones en la interrogación clínica):

Cuadro XVIII. *Número de los criterios obtenidos de 5 a 9 años:*

Edades	*5 años*	*6 años*	*7 años*	*8-9 años*
(Nº de sujetos)	*(12)*	*(17)*	*(18)*	*(13)*
Criterios: 0[3]	27 %	12 %	5 %	0
1	46 %	12 %	11 %	0
2	27 %	47 %	56 %	31 %
3	0	29 %	28 %	69 %
2 + 3	27 %	76 %	84 %	100 %

Se ve, entonces, que, si bien los éxitos en la construcción de tablas de dos o más entradas son más tardíos que con la técnica del § 1, por las razones que ya hemos visto, las clasificaciones con dos o tres criterios sobrepasan el 75 % de los casos de 6 años, vale decir, poco antes del nivel operatorio de los 7-8 años. Luego, una vez que el niño es capaz de repartir el mismo mate-

[2] Para 2 colores, 2 formas y 2 tamaños, los niños eligen formas y colores, mientras que el criterio tamaño aparece después, incluso si los contrastes de dimensiones son muy grandes.

[3] Criterio "0" significa ninguna clasificación según un criterio que dé lugar a una dicotomía exhaustiva.

rial según dos o tres dicotomías exhaustivas, no está lejos de saberlas agrupar simultáneamente según un esquema multiplicativo.

Pero el problema de este capítulo no consiste en volver sobre el desarrollo de las clasificaciones aditivas (capítulo IV) y multiplicativas (capítulo VI): consiste en separar los factores de movilidad retroactiva y anticipadora susceptibles de explicar estos dos desarrollos solidarios. Pues bien, el cuadro anterior nos proporciona un índice cuantitativo neto de los progresos de la movilidad retroactiva (reestructuración de la clasificación de conjunto por uno o dos cambios de criterio, o ausencia de reestructuración por la fijación de un solo criterio o carencia de dicotomía inicial exhaustiva). El análisis cualitativo de los casos nos va a permitir, por otra parte, un complemento útil de lo que nos enseñó, en el § 1, la incorporación de elementos sucesivos: vamos a preguntarnos, en efecto, si existe una relación entre el grado de movilidad retroactiva del niño —comprobable en el modo en que llegue o no a las reestructuraciones con cambios de criterio— y su grado de movilidad anticipadora, estimado según la manera en que emprende la clasificación espontánea inicial y en que resuelve las primeras dicotomías que se le pide que haga.

Para estudiar esta relación, examinemos ahora los sujetos del estadio II (5-7 años, término medio), cuya débil movilidad retroactiva conocemos, y cuyas conexiones con su grado de capacidad anticipadora se tratarán de establecer:

Bla (5; 0) comienza por una figura compuesta (objeto colectivo) del tipo de las reacciones del estadio I (grandes cuadrados rojos pegados, reunidos con pequeños cuadrados rojos). —¿Puedes amontonarlos? (construye cinco pequeñas colecciones: cuadrados rojos grandes, cuadrados rojos pequeños, discos rojos pequeños, cuadrados azules pequeños y círculos azules de dos tamaños). Se le dan entonces dos cajas: pone en la primera todos los cuadrados (grandes y pequeños, rojos y azules) pero también los discos azules (grandes y pequeños), y en la segunda los discos rojos y nuevamente los discos azules (grandes y pequeños). —¿Estos van bien juntos? —*No.* (Toma los discos azules pequeños de I y los pone en II). —¿Y éstos? (discos azules grandes). —*Hay que ponerlos acá* (toma una tercera caja, III). —¿Y si los pones todos en dos cajas? (Termina por poner todos los azules en III y todos los rojos en II).

Se vuelve a mezclar todo y se le pide una nueva clasificación: hace pequeñas colecciones con los cuadrados rojos grandes, los discos rojos pequeños y los cuadrados rojos pequeños, los cuadrados azules pequeños, los discos azules pequeños y los discos azules grandes; luego pone todos los rojos en I y todos los azules en II. No encuentra otros criterios. Cuando se le da un cuadrado amarillo grande, lo pone solo en I y todo el resto en II, sin encontrar mejor solución. Por el contrario, cuando se le colocan todos los cuadrados en I y todos los discos en II, acepta el sistema "*porque allí* (I) *son todos discos*", y acá (I) "*todos cuadrados*".

Nyf (5; 0) procede por agrupamientos pequeños y luego usa las cajas: en I los cuadrados azules y rojos pequeños, en II los discos, en montoncitos separados (grandes y pequeños) y en III los cuadrados rojos grandes. Se le pide una clasificación en dos cajas (después de una nueva mezcla): pone en I los cuadrados rojos grandes y algunos discos azules grandes, y en II los discos azules pequeños y algunos discos azules grandes (la colección I, entonces, está compuesta por los

grandes, y la II por los azules, pero sin dicotomía). Pone en seguida todos los discos en I y todos los cuadrados en II. Nueva mezcla y pedido de una nueva clasificación: comienza otra vez a hacer pequeños montones que se relacionan ya sea por la forma, ya sea por el color, y termina por poner todos los azules en I y los rojos en II. Se le da el cuadrado amarillo grande: lo pone con los rojos "*porque tiene el mismo tamaño*" (muestra los cuadrados rojos grandes).

Jac (5; 2) va analizando uno por uno y llega a una repartición en discos y cuadrados. —¿Puedes hacer dos montones de otra manera? —*Sí* (retoma los elementos uno por uno y los va agrupando progresivamente hasta terminar en una nueva dicotomía entre discos y cuadrados). —¿Ya está? —*Sí.* —¿No puedes encontrar algún medio para hacerlo de otro modo? —*Sí* (y termina una vez más en la dicotomía discos + cuadrados). —¿No podrían ir así? (se los reparte en azules y rojos). —¿Se parecen? (I). —*No, porque hay cuadrados y discos.* Cuando se agregan los elementos agujereados por un orificio circular, Jac se limita a decir que "*son discos y cuadrados, y que algunos tienen un disco*" (= ¡el orificio central!).

Duc (5; 3). —¿Qué es lo que ves? —*Discos, cuadrados, discos grandes, cuadrados chicos.* —¿Alguna otra cosa? —*No.* Construye poco a poco seis montoncitos y luego los reparte en dos cajas: en I los cuadrados rojos pequeños y en II las otras pequeñas colecciones yuxtapuestas. Después de una nueva mezcla y un pedido de que encuentre otra clasificación, pone en I los cuadrados rojos grandes y en II las cinco pequeñas colecciones restantes.

Roh (5; 3) también construye seis montoncitos que reparte en seguida: en I los cuadrados rojos grandes y pequeños, y en II todo el resto (que comprende los discos rojos, los cuadrados azules, etc.). —¿Por qué pusiste aquéllos (I) juntos? —*Porque son chicos* (= los cuadrados rojos pequeños). —¿Y éstos? (los grandes, que también están en I). —*Son grandes.* —Y entonces, ¿cómo están ahí (I)? —... —Arréglalo, entonces. (Modifica simplemente las posiciones de las subcolecciones en el interior de cada una de las cajas I y II). —¿Cómo son los de ahí (I)? —*Son todos cuadrados* (exacto). —¿Y los de acá (II)? —*No son cuadrados* (falso). —¿Todos? (Pone los cuadrados azules en I). —Trata de hacerlo de otra manera (se le mezcla todo). (En I los cuadrados, en II los discos). —¿Ya lo hiciste antes? —*Sí.* —¿Y de otra manera? (No hay reacción. Se comienza a clasificarlos por colores). —¿Qué pusimos aquí? —*Rojos.* —¿Y acá? —*Azules.* —Continúa, entonces. (Recomienza según el criterio de la forma).

Lie (5; 5) hace tres conjuntos: (I) los cuadrados pequeños azules y rojos, (II) los discos grandes azules y los cuadrados rojos grandes, y (III) los discos azules y rojos pequeños. Luego corrige: (I) cuadrados azules pequeños, (II) cuadrados rojos pequeños y grandes, (III) discos. —¿Esto va todo junto (III)? —*Son todos discos.* —¿Y esto (II)? —*Son todos cuadrados.* —¿Y esto (I)? —*También son todos cuadrados.* Divide en dos cajas en discos y en cuadrados y recomienza en cada ensayo. El experimentador reparte el todo en rojos (I) y azules (II). —¿Estos van juntos (I)? —*No.* —¿Estás seguro? —*Sí.* El cuadrado amarillo grande, que se le entrega en seguida, es simplemente clasificado junto con los demás cuadrados.

Ros (5; 5) hace seis pequeñas colecciones y las reparte en dos cajas en rojos y azules. Se le pide una nueva clasificación: comienza con los cuadrados rojos pequeños en I y los discos azules pequeños en II; luego continúa poco a poco oscilando entre el criterio de la forma y el del color, y termina por poner en I los

cuadrados y en II los discos. Se le pide una tercera forma de clasificación y Ros parece seguir el criterio del tamaño porque coloca poco a poco todos los pequeños en I y los grandes en II; pero corrige inmediatamente el ensayo "*porque* (en I) *hay más rojos que azules*", y vuelve al criterio del color.

Kun (5; 6) llega a una dicotomía en azules y rojos y la repite dos veces más cuando se le pide una segunda y tercera clasificación. Se le da el cuadrado amarillo grande y lo agrega al grupo de los azules. —¿Eso va aquí (II)? —*Sí* (= todos rojos). —¿Y acá? —*No, porque hay azules y amarillos.* Se comienza a clasificar en discos y en cuadrados: Kun continúa correctamente, pero justifica lo que hace diciendo: "*Es porque son azules y rojos*".

Comprobamos, entonces, con esta técnica, como con la del § 1, que los sujetos de este estadio II demuestran una débil movilidad retroactiva, lo cual se manifiesta por una dificultad bastante sistemática ante las reestructuraciones según nuevos criterios (la perseverancia lleva aquí naturalmente a lo que también llamamos olvido de los criterios precedentes, ya que se trata, en este caso particular, de reestructurar el conjunto de una clasificación ya construida y no de reestructurar las clasificaciones parciales a medida que se dan las nuevas incorporaciones).

El problema reside ahora en plantear el análisis de esta falta de movilidad retroactiva, tratando de ver si se presenta alguna relación con una falta concomitante de movilidad anticipadora: luego, contrariamente a la técnica del § 1, la que empleamos acá nos ofrece una serie de enseñanzas a este respecto, puesto que, para cada sujeto, asistimos a su clasificación espontánea previa en función del conjunto de los elementos en juego.

Desde este punto de vista, el indicio más interesante (cuando el sujeto construye varias subcolecciones, como ocurre aquí casi siempre) consiste en establecer: (1) si el niño procede a partir de subcolecciones elementales de orden A para llegar por reuniones sucesivas a colecciones de un orden superior B o C, descubriendo solamente entonces las dicotomías $B + B$,, etc. (debidas al hecho de que los A_1, A_2, etc., constituyen una colección total B, y de que los A_3, A_4, etc., constituyen otra totalidad B'); o bien (2) si, por el contrario, el sujeto parte de conjuntos más generales de orden C o B para subdividirlos según las dicotomías B y B', o A y A' (o incluso A_2 y A'_2, que corresponden a A_1 y A'_1 en B), etc. La significación de esta diferencia consiste en que, cuando el sujeto sigue este segundo orden, que llamaremos "descendente" (2: pasaje de los conjuntos más generales a los más especiales por subdivisiones o dicotomías), se debe comúnmente a que procede de una manera anticipatoria, lo cual le permite entonces cambiar más fácilmente de criterio retroactivamente; por el contrario, cuando el método seguido es "ascendente" (1: pasaje de las subcolecciones iniciales a conjuntos más amplios por reuniones progresivas), es en general porque el sujeto procede elemento por elemento, sin anticipaciones, y, en consecuencia, sin movilidad retroactiva cuando se trata de cambiar de criterio.

Es extraño, entonces, comprobar que en la presente prueba, en la cual el material complejo debe ser antes clasificado espontáneamente por el niño, los sujetos del estadio II proceden todos elemento por elemento, por

el método ascendente y sin anticipación. Bla, después de su figura compuesta, construye cinco pequeñas colecciones que no consigue dicotomizar sin algunos tanteos; Nyf procede de igual modo. Jae llega a un reparto en discos y cuadrados, pero luego de examinarlos uno por uno. Duc y Roth comienzan por pequeños montones y omiten las dicotomías iniciales. Lie comienza por tres grupos, y sólo demasiado tarde encuentra el reparto en discos y cuadrados al cual se atendrá hasta el final. Ros y Kun llegan con más rapidez a la dicotomía azules-rojos, pero luego de la construcción de una serie de pequeñas colecciones. En resumen, ninguno sigue un plan después de un inventario sistemático, sino que efectúan el inventario construyendo de entrada pequeños montones, vale decir, comenzando directamente la clasificación, que carece así de toda visión anticipatoria. No obstante, a cada uno de estos niños se les pidió, antes de su clasificación espontánea, que describieran lo que veían, lo cual hubiera permitido la formación de un esquema anticipador; pero estas descripciones previas consistieron sólo en enumeraciones incompletas, que procedían al azar y sin relación alguna con lo que seguía. Duc, por ejemplo, que parece comenzar por una descripción dicotómica ("discos, cuadrados"), sólo percibe imperfectamente los tamaños ("discos grandes, cuadrados chicos"), omite los colores y construye inmediatamente seis montoncitos que reparte en dos cajas sin relación con su exposición verbal.

Está claro entonces que la clasificación así construida en orden ascendente carece de movilidad retroactiva (cambios sistemáticos de criterios) por las mismas razones que carece de movilidad anticipadora. El orden ascendente comporta, en efecto, la búsqueda inicial del *maximum* de semejanza (en comprehensión) entre elementos que forman por ese hecho las más pequeñas colecciones; sólo entonces se las agrupa según equivalencias cada vez más amplias, hasta formar poco a poco las unidades superiores del sistema. Este orden ascendente implica, por el contrario, la búsqueda inicial de los caracteres más generales (*maximum* de extensión y, por consiguiente, *minimum* de comprehensión) y luego un pasaje a los caracteres especiales según las diversas subdivisiones posibles: en este caso, el sujeto está obligado simultáneamente a anticipar las subdivisiones, pues para encontrar los caracteres más generales ha debido pasar revista a los diferentes criterios, y a elegir entre las subdivisiones compatibles con estos diferentes criterios. Es esta elección la que explica entonces por qué los cambios ulteriores de criterio son más fáciles en orden descendente, puesto que la elección implica la conciencia de las diversas posibilidades. Por el contrario, si el orden ascendente no excluye en principio ni la anticipación ni la movilidad retroactiva, tampoco las implica, y permanece enteramente compatible con una marcha empírica que procede elemento por elemento: cada montoncito que se basa en la semejanza "maximal" puede estar constituido, en efecto, independientemente de los otros, y sus reuniones en unidades superiores pueden efectuarse sin elección y por simple predominio fortuito de uno u otro de los caracteres utilizados en la construcción de la última subcolección. Es por ello que, cuando se le pide una nueva clasificación, el sujeto, que recomienza el mismo camino empírico,

tiene más posibilidades de recaer sobre los caracteres que ya lo habían impactado que de descubrir nuevas dicotomías, pero aún no ha tenido la ocasión de entregarse a inventarios sistemáticos ni a elecciones como hubiera sido el caso en el método ascendente.

Es evidente que, entre los dos tipos extremos de conducta que acabamos de describir, existen numerosos intermediarios, ya sea que el sujeto, que comienza por un método ascendente progresivo, llega a anticipaciones que hacen entonces posible las reestructuraciones o las clasificaciones solicitadas, o sea que, comenzando por dicotomías ascendentes, no anticipa de entrada todas las posibilidades, y recae en tanteos empíricos. A continuación figuran los ejemplos de estos casos intermedios, que aparecen especialmente entre los 6 y 7 años:

Des (6; 9) comienza por una dicotomía: "*Cuadrados y discos*". —¿Cuántas cajas te hacen falta? —*Dos: para los cuadrados y para los discos.* —¿Podrías hacerlo de otra manera? (se mezcla todo). (Pone en I los cuadrados rojos grandes, los discos rojos pequeños y los discos azules pequeños, y en II los discos azules grandes, los cuadrados rojos pequeños y los cuadrados azules pequeños, en tres subcolecciones en cada caja, lo cual produce un sistema cruzado). —¿Están bien así juntos? —*¡Ah, no!* (pone todos los rojos en I y todos los azules en II). —¿Así está bien? —*Sí, porque están por colores.* —¿Podrías hacerlo de otra manera? (Vuelve a empezar por cuadrados y discos, como al principio). —¿Y de otra manera? —*En realidad, no sé... Todos los chicos con los chicos y los grandes con los grandes.* Se le da el cuadrado amarillo: vuelve a clasificar por la forma.

Mar (6; 10) empieza con ocho montones que clasifica en cuatro cajas según un principio de triple entrada: pequeños y grandes, discos y cuadrados, azules y rojos. Cuando se le pide una clasificación en dos cajas, los reparte sucesivamente en azules y rojos, cuadrados y discos, y grandes y pequeños.

Art (7; 0) empieza por tres colecciones: los cuadrados grandes, los discos grandes y los pequeños (subdivididos según formas y colores). —¿Y en dos cajas? (no se los mezcla, sino que sólo se efectúa una anticipación verbal). —*Cuadrados y discos.* —¿Y de otra manera? (siempre sin mezclar). —*Se pueden poner los discos azules con los cuadrados azules, y los rojos con los rojos.* —¿Habría algún otro medio? —*No.* (Se mezclan). (Reparte según los tamaños): —*Acá están los grandes, y aquí los chicos.*

A continuación tenemos casos evidentes de anticipaciones por dicotomías descendentes, con cambios de criterio:

Per (7; 1): —¿Qué es lo que hay acá? —*Cuadrados y discos.* —¿Cuántas cajas necesitas? —*Dos: los cuadrados grandes en la primera, los discos grandes en la segunda... en total, cuatro* (prevé la misma dicotomía con los pequeños). —¿Y con sólo dos? —*Los cuadrados y los discos.* —¿Se puede de algún otro modo? —*Sí: todos los rojos juntos, y los azules juntos.* —¿Y de otra manera más? —*Todos los grandes juntos, y los chicos juntos.* Para el cuadrado amarillo grande, Per prevé las dos posibilidades de una clasificación por la forma y por el tamaño.

Mou (7; 6): —¿Qué es lo que ves? —*Cuadrados y discos, grandes y chicos.* —¿Cuántos montones harás? —*Tres... no, cuatro* (hace una tabla de doble en-

trada y subdivide según los colores). —¿Y sólo en dos cajas? —*Los cuadrados y los discos.* —¿Puedes hacerlo de otra manera? —*Sí: los azules y los rojos.*

Gil (8; 0) reparte de entrada rojos y azules. Después que se los mezclamos, los clasifica en discos y en cuadrados. —¿Puedes hacerlo de otra manera? —*Sí: todos los grandes juntos y todos los chicos juntos.*

En estos sujetos se comprueba la intervención de una nueva actitud. El camino seguido hasta aquí consistía en buscar las semejanzas gradualmente, pasando de las semejanzas mayores a las más débiles, con totalidades construidas por reuniones progresivas en el curso de tanteos múltiples. En el nivel del estadio III alcanzado por estos últimos sujetos, el niño parte, por el contrario, de la totalidad, para subdividirla en subclases, lo cual supone una comprensión de un carácter general que se aplica a todos los elementos (forma, color y tamaño) y la anticipación de dicotomías según uno o varios de estos caracteres. Sería entonces esta movilidad anticipadora la que explicaría la movilidad retroactiva que se manifiesta por los cambios posibles de criterios.

Pero para demostrar tal hipótesis, nos falta estudiar la anticipación misma, solicitando a los sujetos que enuncien sus proyectos de clasificación antes de ejecutarlos, que es lo que haremos en los párrafos siguientes. Por ahora, nos falta mostrar (ésta es la única contribución nueva que nos permiten las presentes observaciones) que en este nivel en el que el niño demuestra ser capaz de reestructurar sus clasificaciones anteriores cambiando de criterio según las tres posibilidades ofrecidas, se vuelve igualmente apto para mantener la unidad de las clases constituidas, incluso aunque se mezclen las subclases constituyentes. Una reacción de tal índole puede parecer natural al primer análisis, y carente de significación: por el contrario, nos ofrece uno de los indicios de que la clasificación en el niño se diferencia de las acciones materiales de poner en montones o de subdividir los montones (colecciones y subcolecciones) por el hecho de avanzar por operaciones mentales de reunión o de dicotomía con conservación del todo en caso de la modificación de la disposición espacial de los elementos:

Citemos un ejemplo del estadio II. *Dei* (5; 5), quien, cuando se le mezclan los discos que había dividido en rojos y azules, reacciona de la siguiente manera: —¿Todavía van juntos? —*No, ya no van juntos porque están deshechos.* —Pero ¿cómo son? —*Redondos.* —Entonces, ¿van juntos? —... Seguramente estas propuestas pueden dejar subsistir una duda, pues el niño quizá comprende que se le pregunta simplemente si los elementos siguen estando bien ordenados. Pero precisamente el sujeto no ha llegado todavía a disociar estas dos nociones de "ir juntos" (en tanto clase) y estar "bien ordenados" (en tanto colección), como, por el contrario, hacen los del estadio III:

Phi (7; 2) clasifica según la forma y reparte los cuadrados en grandes y pequeños. Se sacude la caja, mezclándose todo: —¿Todavía está bien? —*No es lo mismo, porque ya no están en columna, pero, como son todos cuadrados, van bien juntos.*

Ché (7; 3) reparte el conjunto en azules y rojos y lo subdivide en discos y en cuadrados. Se le deshace la ordenación de los azules: —¿Todavía están bien juntos? —*No, porque hay discos y cuadrados... ¡Sí, porque son azules!*

Nem (7; 5) clasifica los cuadrados. Subclases: grandes y pequeños. "*Estos van juntos, pero todos desordenados*".

Her (7; 6). Id.: —*Están ordenados de otro modo.* —¿Pero van bien juntos o no? —*No... sí, se los puede poner juntos. No tienen el mismo tamaño, pero son todos cosas cuadradas.*

En pocas palabras: parece entonces que existen estrechas relaciones entre la capacidad de reestructurar los criterios de una clasificación, la de anticipar las clasificaciones y la de manipular por el pensamiento las clases independientemente de su disposición espacial. Qué son estas relaciones y en qué orden se constituyen estas diferentes variedades de movilidad preoperatoria y operatoria, eso es lo que tratarán de enseñarnos las siguientes técnicas más diferenciadas.

§ 3. ANTICIPACION, EJECUCION Y CAMBIOS DE CRITERIO EN LAS CLASIFICACIONES SEMI-ESPONTANEAS

Los resultados anteriores parecen indicar que la movilidad retroactiva que se manifiesta en los cambios de criterio parece estar en función de una movilidad anticipadora que actúa desde el comienzo de la clasificación efectiva y que se reconoce en la intervención de planes o de proyectos más o menos completos que sustituyen al método de los simples tanteos empíricos. Conviene no obstante verificar tal hipótesis y hay medios muy simples de llevarlo a cabo: solicitar al niño que anuncie lo que piensa hacer antes de que pase a la acción misma, y comparar estos proyectos anunciados verbalmente con las ejecuciones siguientes y con los cambios de criterio aceptados en la clasificación. A este análisis nos entregaremos inmediatamente, utilizando un material análogo al anterior (pero que abarca tres formas, tres colores y tres tamaños) y procediendo por clasificaciones semiespontáneas, vale decir, sin dicotomías obligadas y pidiendo sólo la reducción de las colecciones iniciales a un número más restringido (y solicitando después, naturalmente, las demás clasificaciones posibles).
El material utilizado consistió en 18 cartones dispuestos, de una manera constante para todos los sujetos, sobre una gran hoja, con una mezcla constante de los elementos: 6 discos, de los cuales 3 son grandes (6 cm. de diámetro) y 3 pequeños (3 cm.); 6 cuadrados, de los cuales 3 son grandes

(6 cm. de lado) y 3 pequeños (3 cm.); y 6 triángulos rectángulos isósceles, de los cuales 3 son grandes (6 cm. en sus lados iguales) y 3 pequeños (3 cm.). Cada trío constaba de un elemento azul, uno rojo y uno amarillo.

Se cuenta también, además, con una serie de sobres vacíos y la pregunta de la anticipación se formula bajo la forma de un proyecto de reparto de los elementos en sus sobres con la inscripción, en éstos, de los elementos que contendrán una vez efectuada la clasificación: "Tú tratarás de poner en orden. En cada sobre pondrás todas las cosas que sean iguales, y sobre él escribirás qué es lo que hay adentro. Hay que usar la menor cantidad posible de sobres". Una vez que el niño examinó el conjunto de los objetos que debe clasificar, se formulan, en el mismo orden, las tres preguntas siguientes: (1) ¿Cuántos sobres se necesitan? (2) ¿Qué hay que escribir sobre los sobres? (3) ¿Puedes señalar con el dedo qué es lo que pondrás en cada sobre?

Si desde su primer proyecto de clasificación el niño utilizó seis sobres diferentes, se le pide que efectúe la ordenación utilizando menos.

Una vez logrado el primer proyecto, se le pide al niño —si ha conseguido encontrar un criterio común para esta clasificación anticipada— que haga otra clasificación (las preguntas son las mismas que para los cambios de criterio del § 2, pero permanecen aún dentro del plano de la anticipación verbal). Si se descubre un segundo criterio, se pide un tercer proyecto de clasificación.

Finalmente se pasa a la clasificación efectiva, vale decir, a la ejecución de uno u otro de los proyectos (o de todos a la vez bajo la forma de una tabla de dos o tres entradas). Esta clasificación material es libre.

Además, sobre numerosos grupos de sujetos, hemos introducido ciertas variaciones técnicas de las cuales no daremos cuenta en los cuadros estadísticos, pero que serán instructivas a título de indicaciones suplementarias. La principal consistió en presentar uno por uno (en un orden de sucesión constante, cuidándose de no favorecer ninguno de los criterios) a los elementos, para hacerlos enumerar verbalmente: la anticipación de la clasificación se hace cuando los objetos están ocultos; pero, cosa curiosa, parece en este caso facilitada por la enumeración previa, en vez de inhibida por la desaparición de los objetos. En algunos otros casos hemos provocado las clasificaciones diciendo que un compañero había tomado sólo dos sobres (o sólo tres) y preguntándole cómo pudo hacerlo (con eventualmente dos objetos colocados en el sobre, para ver si el sujeto será capaz de proseguir según el sistema aquí esbozado). Por último, hemos formulado a algunos niños preguntas sobre la cuantificación de las extensiones (capítulo IV).

Aclarado esto, son imprescindibles aún dos aclaraciones para comprender los resultados que siguen. La primera es que sólo hablaremos de anticipación cuando el sujeto llegue, antes de la ejecución, a construir un proyecto sin tanteos: si tantea en la construcción del proyecto a medida que lo hace, cuando se trata de clasificar juntos los elementos mediante acciones materiales de reuniones o de disociaciones, no se podría decir, naturalmente, que el primero de estos tanteos anticipa el segundo, sino simplemente que el sujeto no está en posesión de esquemas anticipadores que

le permitan evitar los ensayos y los errores, ni en el terreno de los proyectos verbales ni en el de las realizaciones efectivas.

En segundo lugar, y esto es menos evidente, conviene señalar que los proyectos de clasificaciones que analizaremos constituyen un índice, menos directo de lo que podría parecer, de la intervención de los esquemas anticipatorios propios de la clasificación operatoria. Lo que se trataría de establecer es, en realidad, en qué medida un sujeto, puesto en presencia de un material para clasificar, anticipa la "forma" de esta clasificación vista como sistema de inclusiones en cajas con reparto del todo en clases desunidas y de éstas en subclases, o con un reparto del mismo todo según varias distribuciones distintas (al cambiar el criterio de las clases, el de las subclases se convierte en el de las clases, y recíprocamente). Luego, lo que obtenemos con la técnica elegida es una anticipación simultánea de una forma y de su "contenido", o sea, una anticipación de la repartición de los elementos mismos. Notemos además que será difícil, en el caso de la clasificación, proceder de otra manera, pues la forma de una clasificación no podría describirse en sí misma sino por medio de un simbolismo abstracto de nivel muy superior (en el capítulo IX veremos que no ocurre lo mismo en el caso de las seriaciones, donde el niño puede representar con el dibujo una configuración serial antes de anticipar la seriación del contenido mismo, pero ello en la medida en que la forma a que tiende no constituye todavía una estructura operatoria sino que es solamente una estructura "figural"). Está claro entonces que las reacciones que a nosotros nos interesan no consisten solamente en anticipaciones completas, con previsión del número exacto de sobres necesarios, de todas las clases y subclases, sin olvidos y, especialmente, con una coincidencia precisa entre el proyecto y su ejecución ulterior: también tendremos que dar cuenta de las anticipaciones parciales, en tanto ponen en evidencia una anticipación de la trama misma de la clasificación o señalan las etapas de la construcción de esta trama.

Aclarado esto, he aquí los resultados obtenidos por 93 sujetos en lo que concierne a la primera clasificación (antes de todo cambio de criterio referido a la forma o al color, con subclases forma-tamaño o forma-color, etc.). La estadística de este cuadro XIX se refiere sólo a los casos examinados con la técnica normal (sin enumeración previa de los elementos):

Cuadro XIX. *Desarrollo de la anticipación de la primera clasificación en función de la edad (en % de los sujetos):*

Edades:	*4 años*	*5 años*	*6 años*	*7 años*	*8 años*	*9 años*
(Número de sujetos)	*(12)*	*(20)*	*(18)*	*(16)*	*(14)*	*(13)*
A. Sin anticipación	75	65	22,2	12,5	7,2	7,7
B. Anticipación parcial	25	25	22,2	43,75	42,8	30,8
C. Anticipación completa ...	0	10	55,6	43,75	50	61,5
B+C Anticipación parcial o completa	25	35	77,8	87,5	92,8	93,2

Se ve entonces que, si nos atenemos a las anticipaciones completas, hay o regresión o ausencia de progreso de los 6 a los 8 años, y que, si se consideran a la vez las anticipaciones parciales y completas hay evolución regular con la edad, pero con un éxito que alcanza al 75 % desde el nivel de los 6 años. Ambas constataciones se explican por el hecho, que en seguida comprobaremos, de que la anticipación de una sola clasificación (como es el caso de la conducta examinada en este Cuadro XIX) precede a la capacidad de cambiar de criterio. De ello resulta, por una parte, que esta anticipación de la primera clasificación precede al nivel operatorio, mientras que el cambio inmediato de criterio es característico de este nivel: se tratará entonces de establecer qué significa esta anticipación preoperatoria y cuál puede ser su mecanismo. Por otra parte, si la anticipación completa se debilita de los 7 a los 8 años, es sin duda precisamente porque el niño, al ser capaz de cambiar de criterio, y por consiguiente, de percibir de entrada dos o tres clasificaciones posibles, duda acerca de la elección del contenido de la clasificación que habrá de emprender, y se limita a anticipar la forma o el esquema de su clasificación, lo cual, en la prueba considerada en el cuadro XIX, se evidencia por una anticipación "parcial" (vale decir, que no implica un acabamiento en cuanto al contenido).

Si examinamos ahora la evolución de los cambios de criterio (o "shifting") observados por medio del mismo material, comprobamos en efecto un neto desajuste en relación con la evolución precedente. El cuadro XX ofrece, a este respecto, sobre 86 de los 93 sujetos anteriores (los 7 sujetos restantes no pudieron ser interrogados sobre los tres criterios posibles) los cambios de criterios obtenidos después de la primera clasificación estudiada desde el punto de vista de la anticipación. Esta primera clasificación, dejada al arbitrio del sujeto, podía fundarse en el color, en la forma o en el tamaño (en realidad, ninguno de los sujetos comenzó por el tamaño, pero muchos elaboraron las clases según la forma y las subclases según el tamaño); en el todo hay, entonces, dos posibilidades de cambios ulteriores de criterio:

Cuadro XX. *Cambios de criterios (en % de sujetos) obtenidos despues de la clasificación inicial del cuadro XIX:*

(Número de sujetos)	*4 años*	*5 años*	*6 años*	*7 años*	*8 años*	*9 años*
Edades:	*(8)*	*(20)*	*(17)*	*(17)*	*(12)*	*(12)*
A. Ningún cambio de criterio	87,5	40	35,3	11,7	16,7	8,3
B. Uno o dos cambios por tanteos	12,5	60	58,8	70,6	8,3	33,3
C. Uno o dos cambios inmediatos	0	0	5,9	17,7	75	58,4
B + C	12,5	60	64,7	88,3	83,3	91,7

Se comprueba así que los cambios inmediatos de criterio alcanzan el 75 % sólo a los 8 años y los cambios inmediatos o con tanteos sólo a los 7 años:[4] se trata entonces evidentemente de una conducta de nivel operatorio superior a las anticipaciones parciales y completas observadas a los 6 años por la clasificación inicial (cuadro XIX). Tratemos entonces de explicarnos este desajuste entre las anticipaciones preoperatorias y los cambios de criterio y, especialmente, de establecer en qué consisten estas anticipaciones o semi-anticipaciones preoperatorias, de manera de poder captar el papel efectivo de las anticipaciones de los diversos niveles en la construcción del esquema operatorio de la clasificación.

La respuesta a estas diversas preguntas está dada por el examen de los estadios del desarrollo, encarándolos desde los tres puntos de vistas simultáneos de la anticipación de la primera clasificación (cuadro XIX), de los cambios de criterio (cuadro XX) y de las relaciones entre las colecciones grandes o las clases posibles (tres colores, tres formas o dos tamaños) y las pequeñas colecciones o subclases posibles (por combinación de estos caracteres).

En el curso de un primer estadio (de 4 a 5 $^1/_2$ años, término medio), el sujeto es incapaz de encontrar por anticipación un criterio común para la clasificación proyectada, o bien lo consigue sólo al final de una serie más o menos larga de tanteos. No lo hace mejor en la clasificación real[5] o bien lo alcanza más rápidamente, aunque sin atenerse necesariamente a la clasificación proyectada durante la primera parte de la experiencia. En cuanto a los cambios de criterio, o bien el sujeto fracasa (por perseverancia, etc.), o bien modifica su primera clasificación, pero mezclando muchos aspectos, sin buscar un criterio estable. Las colecciones construidas realmente presentan una mezcla de pequeñas y de grandes colecciones, sin un sistema homogéneo para un mismo sujeto, y con preeminencia de las pequeñas.

En el curso del segundo estadio (de 6 a 7 años, término medio), se observan tres clases de transformaciones más o menos correlativas. En primer lugar, se constituye lo que se puede llamar una semi-anticipación, vale decir, una anticipación (completa o parcial, en el sentido del cuadro XIX) de la primera clasificación (77,8 % en los 6 años) que no consiste ni en una anticipación figural, como la que comprobaremos a los 5 años (55 %) y a los 6 años (73 %) a propósito de la seriación (capítulo IX, § 2, cuadro XXIV), ni en una anticipación de las transformaciones, como la que dará cuenta de la formación de la inclusión, pero que es una anticipación de las acciones tendientes a reunir o a amontonar según las semejanzas, o sea, una anticipación de las colecciones como tales en tanto conjuntos estáticos. Pero, en segundo lugar, no se trata sino de la anticipación de una primera

[4] Contrariamente a los resultados del § (cuadro XVIII), donde la colección considerada no presentaba más que 2 colores, 2 formas y 2 tamaños, mientras que el presente material implica 3 colores, 3 formas y 2 tamaños.

[5] Este estadio corresponde al de las colecciones figurales, pero la construcción de estas últimas está excluida por la técnica misma (sobres). Suele ocurrir que además de esos sobres, el sujeto comience a construir objetos complejos sobre la mesa.

clasificación, y los criterios siguientes, cuando se los descubre, no se los descubre sino mediante tanteos efectivos (cuadro XX), al menos con este material (de 3+3+2 cualidades, en oposición al material de 2+2+2 cualidades del § 2): hay entonces una movilidad débil en los cambios de criterio, y casi no hay cambios "inmediatos", vale decir, los que dan lugar a su vez a una nueva anticipación del tipo descripto más arriba. En tercer lugar, es importante destacar que las anticipaciones más primitivas, que comienzan en este estadio, se refieren a colecciones grandes (tales como rojos, azules y amarillos, o cuadrados, discos y triángulos) y no a colecciones pequeñas, que se transformarán, después de la reunión, en subcolecciones (tales como discos rojos pequeños, o cuadrados grandes, etc.), mientras que la clasificación efectiva que se sigue en los mismos sujetos comienza, por el contrario, por colecciones pequeñas (y avanza, entonces, de manera "ascendente", como se dijo ya en el § 2). En lo que sigue (segunda mitad del estadio) se observan, por el contrario, frecuentes conductas mixtas, tanto "ascendentes" como "descendentes" (pasaje de las colecciones grandes a las pequeñas mediante diferenciaciones tardías). Es esta diferenciación de las grandes colecciones lo que hace posibles los cambios de criterio por tanteos; pero es fundamental destacar que en estos procesos mixtos, la marcha descendente no constituye de ninguna manera la inversión exacta de la marcha ascendente: por una parte, las subcolecciones, una vez constituidas por diferenciación, permanecen separadas y no dan lugar, sino con tanteos, a acciones de reunión; por otra parte, y recíprocamente, las reuniones corresponden sólo forzadamente a las acciones inversas que unen las colecciones a las subcolecciones (sin inclusión, etc.).
El tercer estadio (que comienza entre los 7 y los 8 años) da lugar a anticipaciones de un nuevo tipo, referente a las transformaciones y no sólo a las organizaciones estáticas, y conduce evidentemente al esquema de inclusión. Este puede intervenir como forma en busca de su contenido, incluso cuando este contenido es sólo elaborado mediante tanteos desde la primera clasificación, a causa de la diversidad de los criterios posibles. A este progreso en la anticipación corresponde una mayor movilidad en los cambios de criterios, y el sujeto llega a adoptar nuevos criterios, ya sea al instante, ya sea después de tanteos, pero éstos se deben ahora a la conciencia de las diversas posibilidades simultáneas. Finalmente, el sujeto procede a construir clases y subclases según métodos tanto ascendentes como descendentes, ya que los dos procesos han llegado a ser uno el inverso del otro en virtud de la anticipación de las transformaciones, y ya que aseguran así todas las combinaciones operatorias de reunión o de disociación reversibles.

A continuación damos ejemplos de estos diferentes niveles, comenzando por el estadio I:

Jul (4; 9), después de preguntarle: —¿Cuántos sobres harán falta para poner todo eso en orden? (Toma el cuadrado amarillo grande). —*Este.* —Pero, ¿cuántos sobres para todos, poniendo juntos los que son iguales? —... —¿Pocos o muchos? —*Muchos.* —Entonces, ¿qué es lo que se pone en el primer sobre?

(Vuelve a mostrar el cuadrado amarillo grande). —¿Y con qué? —*Esto* (el cuadrado rojo grande). —¿Es la misma cosa? —*Sí.* —¿Por qué? —... —Hay que poner en el mismo sobre lo que sea lo mismo. (Muestra el disco azul pequeño). —¿Con qué? (El cuadrado amarillo grande). —*Con el cuadrado* (muestra el triángulo azul grande). —¿Son los cuatro lo mismo? —... —Muestra lo que sea igual. (Muestra el cuadrado amarillo grande y el disco rojo grande). —¿Son lo mismo? —*Sí.* —¿Por qué? —*Esto y esto* (muestra el cuadrado amarillo grande y el triángulo azul grande). —¿Por qué? —*Porque hay que meterlos juntos en el sobre.* —Mira todo: hay muchas cosas; ¿no hay algunas que son parecidas? —*Sí* (muestra los diferentes cuadrados, de colores y tamaños diferentes). —Bien. Entonces, ¿qué se escribirá en el sobre que reúne a todas esas cosas? —*Lo que hay* (= habrá) *adentro.* —¿Qué se escribe, entonces? —*Un cuadrado.* —¿Uno o varios? —*Varios.* —¿Y cuántos sobres más? —*Esto* (muestra los seis discos y, de ellos, dos veces el disco azul pequeño). —¿Qué se escribirá en el sobre? —*Varios discos.* —¿Y cuántos sobres más? —... —¿Cuántos hacen falta para ordenar todo eso? —... —¿Qué pondremos en este nuevo sobre? —*Esto, esto, esto* (muestra algunos de los triángulos). —¿Qué se escribirá? —*Varios techos.* —¿Y cuántos sobres más? —... —Entonces, ¿qué pondrás ahí? —*Los discos.* —¿Y acá? —*Los cuadrados.* —¿Y aquí? —*Los techos.*

—Ahora trata de ordenar todo de otra manera, de poner otra cosa en los sobres. ¿Se te ocurre algo? —*Sí.* —¿Cuántos te harán falta? —*Tres.* —¿Qué pondrás en el primero? (Muestra tres discos pequeños, lo cual parece indicar una clasificación según el tamaño). —¿Qué escribirás encima? —*Discos.* —¿Y en el otro sobre? —*Techos* (muestra los seis triángulos). —¿Y en el otro? —*Cuadrados.* —¿Te hacen falta más? —*No hacen falta* [más]. —¿Esto es diferente o es lo mismo que antes? —*Es diferente.* —¿Por qué no es lo mismo? —*Porque los techos...* —Entonces, ¿por qué es diferente? —*Los discos.* —¿Por qué son diferentes? —*Hay que ordenarlos.* Se abandona la clasificación por anticipación y Jul ordena los discos en una especie de objeto colectivo formado por tres parejas, dos de las cuales tienen uno grande a la izquierda y uno pequeño a la derecha, y la última tiene el grande a la derecha y el pequeño a la izquierda (la primera pareja está formada por azules y las otras dos por uno azul y uno amarillo).

Se le pide una última clasificación, pero vuelve a la pura forma. Luego se le hacen algunas preguntas sobre "todos" (cf. capítulo III) que dan, sin excepción, lugar a errores: afirma, por ejemplo, que todos los cuadrados son grandes. —¿Y todos los grandes son cuadrados? —*Sí.* —Observa bien. —*No: los cuadrados y los discos* (olvida los triángulos); etc.

Fel (5; 0). Se le pide poner juntos "los mismos" y prever cómo llenará los sobres. Fel muestra el triángulo amarillo pequeño. —¿Y con esto? (Muestra el triángulo azul grande). —¿Por qué? —*Porque sí.* —¿Y luego? (Muestra el cuadrado rojo pequeño y luego el disco azul grande y dice:) —*No* (muestra el cuadrado amarillo pequeño). —¿Y después? (Muestra el disco azul grande y el disco rojo grande; luego los cuadrados rojo y amarillo grandes). —¿Los mostraste a todos? —*Sí.* —¿Cuántos sobres harán falta? (Fel muestra dos cuadrados grandes, dos triángulos pequeños, dos cuadrados pequeños y dos discos grandes). —¿Y después? —*Nada más.* —¿Es realmente todo? —*Dos discos chicos más.* —¿Está todo? —*Sí.* —¿Cuántos sobres hacen falta? —*Tres.* —¿Qué pondrás en

el primero? —*Dos discos, dos discos cuadrados.*[6] —¿Cómo? —*Esto* (cuadrados azul y amarillo grandes). —¿Y luego? —*Luego esto* (dos discos pequeños). —¿En el mismo sobre? —*No.* —¿Y luego? —*Los dos discos* (ya mencionados). —Ya está escrito. ¿Y después? —*Esto* (el triángulo amarillo pequeño). —¿Solo? —*No, con esto* (el triángulo azul pequeño). —¿Por qué? —*Porque son lo mismo.* —¿Hay otros que sean lo mismo? —*No... sí, esos dos* (triángulos grandes), *porque son más grandes.* —¿Hay otros que sean lo mismo? —*Sí, todavía aquél* (triángulo azul grande), etc. Ayudada por las preguntas formuladas, Fel llega finalmente a tres sobres, en los cuales se escribirá: "*discos*", "*discos cuadrados*", *techos de casitas*".

Se trata entonces de hacerle cambiar el criterio comenzando por otra anticipación. Fel muestra dos cuadrados grandes y uno pequeño, mientras dice: "*Este es más pequeño. Aquél también. Son más pequeños*". Comprueba la misma diferencia de tamaño respecto de los discos y de los triángulos, y toma "*siete sobres*" (aunque en realidad dibuja sólo seis): —*Los techos grandes de las casas y los techos chicos.* —¿Y luego? —*Los discos grandes y los discos chicos.* —¿Y luego? —*Los cuadrados chicos.* —¿Y luego? —*Los cuadrados grandes.* —¿No podrías usar menos? (Fel quita el 7º envoltorio). —¿Y con tres? —*No.*

Clasificación real: Fel termina, después de nuevos tanteos, en tres colecciones de discos, cuadrados y triángulos grandes, sobre las cuales coloca los discos, cuadrados y triángulos pequeños.

Estos dos casos del primer estadio nos muestran cuáles son las razones de la imposibilidad de toda participación en este nivel inicial, tanto por el análisis de los fracasos al comienzo del interrogatorio, como por los semiéxitos debidos a las preguntas reiteradas del experimentador.

Si el niño fracasa completamente de entrada en prever cualquier clasificación mediante la representación sola (verbal o en forma de imagen), y sin embargo tiene éxito mediante la manipulación efectiva en la construcción de colecciones figurales o incluso no-figurales fundadas sobre semejanzas y diferencias, es evidentemente porque, mediante el solo pensamiento, va olvidando lo que acaba de enunciar, mientras que, en la acción, el resultado de las acciones precedentes permanece perceptible y guía las acciones siguientes. En otras palabras: para anticipar, es necesario recordar y apoyar lo que sigue en lo anterior; y es precisamente esto lo que tales sujetos no pueden hacer por sí mismos, mientras que las sucesivas preguntas del experimentador constituyen ulteriormente, junto con las respuestas del niño, un contexto verbal suficiente para permitir un esbozo de esta colaboración entre el pasado y el futuro inmediato, necesaria para la anticipación y que señala desde el comienzo la solidaridad con los procesos retroactivos (colaboración que no es todavía espontánea en el presente nivel y que lo será sólo en el curso del estadio II).

Para precisar tal mecanismo, partimos de las asimilaciones sucesivas que comienza a elaborar el niño desde su primer contacto con el material para

[6] Esta hermosa expresión de "discos cuadrados", para designar a los cuadrados, corresponde a una intuición intermedia entre la noción topológica de figura cerrada (= "disco"), considerada acá como género, y la noción euclideana de cuadrado, considerada como especie.

clasificar, cuando todavía no es capaz de prever cómo lo repartirá en los sobres ni cuántos necesitará. Vemos que Jul, por ejemplo, parte al azar de un cuadrado amarillo grande, lo relaciona con un disco rojo grande —ya sea por el tamaño, ya sea mediante una unión global de forma cerrada o de simple conveniencia— y luego, cuando se insiste en la necesidad de las semejanzas, relaciona ese disco rojo con un pequeño disco azul ("porque es un disco"), y éste con un triángulo azul grande (porque es azul): incapaz de recordar por simple retrospección las razones de estas relaciones sucesivas, el sujeto es, "a fortiori", incapaz de elegir entre los esquemas posibles de asimilación de manera de utilizar el esquema elegido como instrumento de las asimilaciones ulteriores, vale decir, como esquema anticipador. Por el contrario, cuando el experimentador le dice "Mira todo esto: hay muchas cosas; ¿algunas son parecidas?", llega, a partir de un cuadrado, a mostrar todas las demás y a prever una reunión de algunos de los cuadrados en un mismo sobre. Animado a proseguir, reúne, en su pensamiento, "varios discos", y, finalmente, "esto, esto y esto", vale decir, "varios techos". Igualmente Fel, al comenzar por asimilación sucesiva de dos triángulos, luego de dos cuadrados, luego de dos discos y de dos cuadrados y, finalmente, de dos discos pequeños, llega igualmente, ayudado por las preguntas del experimentador, a tres sobres según las formas encontradas.

Se ve entonces en qué consisten los obstáculos en la anticipación y también las condiciones necesarias para los primeros comienzos de esta anticipación. Mientras el sujeto proceda por asimilaciones sucesivas elemento por elemento (nivel éste que no sobrepasaría si se limitara a sus reacciones espontáneas), no anticipa para nada lo que sigue y esto, paradójicamente, porque es incapaz de volver hacia atrás para ver cómo ha procedido: pasando de un elemento *A* a un elemento *B*, y de *B* a *C*, etc., no prevé, al mostrar *C* después de *B*, cómo buscará *D*, *E*, etc., porque no trata de reconstruir por qué ha relacionado *C* con *B* y *B* con *A*. Por el contrario, desde que la asimilación se hace retroactiva y, en consecuencia, retroactiva en el sentido de la toma de conciencia de un esquema común ("los cuadrados", etc.), este esquema se hace por ello mismo anticipador. Notamos aún que si esta retroacción, sobre la cual se apoya necesariamente la anticipación, consiste inicialmente sólo en separar el esquema de asimilación utilizado en las relaciones inmediatamente anteriores, esta misma retroacción se encamina muy rápidamente en la dirección de una reestructuración propiamente dicha: desprendiéndose del esquema utilizado, el sujeto tiende más bien a sistematizarlo, a reconstruirlo, a diferenciarlo y a subdividirlo, y en la medida en que la retroacción es realmente activa, la anticipación adquiere a su vez los caracteres más o menos precisos y detallados que se manifestarán en los estadios II y III, como veremos ahora.

El estadio II es, entonces, el de los esbozos, de anticipaciones espontáneas (mientras que en el estadio I, la escasa anticipación que se bosqueja al final de la interrogación se debe a las preguntas del experimentador). Luego, como ya hemos indicado en los cuadros correspondientes a los estadios, esta semi-anticipación espontánea es estática y comienza en general con una previsión de las colecciones grandes, mientras que la clasificación real cons-

truida en la acción por los mismos sujetos avanza por reuniones sucesivas y tanteos a partir de colecciones pequeñas, como si la anticipación se orientara según un método descendente y la clasificación efectiva según un método ascendente, pero sin que hubiera síntesis ni relación de reversibilidad entre los dos procesos. Veamos estos ejemplos del comienzo del estadio II, que se caracterizan igualmente por una débil movilidad en los cambios de criterio:

Wut (5; 10): —¿Cuántos sobres hacen falta, muchos o pocos? —*Pocos.* —¿Tres, cuatro? —*Cuatro.* —¿Cuatro u ocho? —*Cuatro.* —¿Qué vas a poner en esos sobres? —*Discos* (muestra el primer sobre). —¿Y en este otro? —*Cuadrados.* —¿Y en este otro? —*Triángulos.* —¿Falta algún sobre, o está todo? —*Está todo.* —Y en aquellos sobres ¿no se puede poner nada? —*Sí, discos.* —Muéstralos. —*Estos.* —¿Eso es todo? —*Estos* (dos discos grandes y dos pequeños). —¿Y en este otro sobre? —*Estos* (un cuadrado grande y uno pequeño). —¿Eso es todo? —*Sí.* —Muéstralos nuevamente. (Muestra cinco). —¿Y en el otro sobre? —*Estos* (los triángulos).

La clasificación en acción, por el contrario, procede por colecciones pequeñas: los tres cuadrados grandes y luego los tres pequeños, los tres discos grandes y luego los tres pequeños, los tres triángulos grandes y luego los tres pequeños. Después Wut vuelve a empezar, pero lo hace por los colores, distinguiendo las formas y los tamaños. Llega así a dos figuras de conjunto sucesivas que constituyen casi tablas de triple entrada pero con algunas asimetrías. La primera está formada por tres ordenaciones superpuestas: triángulos, cuadrados y círculos, cada una de las cuales tiene tres elementos pequeños a la izquierda y tres grandes a la derecha; estos tres, a su vez, se reparten según los colores rojo, amarillo y azul (con una inversión del tipo rojo-azul-amarillo en el caso de los cuadrados). La segunda figura de conjunto está constituida por tres parejas de columnas, de las cuales una es roja, la otra amarilla y la otra azul; la columna de la izquierda de cada pareja contiene los elementos pequeños, y la de la derecha los grandes (excepto una variante en los rojos) y los elementos superpuestos siguen este orden: cuadrados, discos y triángulos, con algunas variantes.

Rap (6; 10): —¿Cuántos sobres harán falta? (Mira el conjunto de los elementos). —*Dos.* —¿Estás seguro? —*Sí.* —¿Qué se escribirá en el primero? —*Discos.* —¿Y en el segundo? —*Cuadrados.* —¿Y ya estará todo en orden? —*No.* —¿Cuántos faltarán? —*Uno.* —¿Y qué se escribirá? —*Techos.* —¿Todo estará en orden? *Sí.* —¿Habrá sobres suficientes? —*Sí.*

Cuando se pasa a la clasificación efectiva, Rap, por el contrario, construye seis pequeñas colecciones distinguiendo, dentro de cada forma, los elementos grandes de los pequeños. Duda incluso en reunirlos en colecciones de rango superior; respecto de los triángulos, grandes y pequeños, por ejemplo: —¿Se los puede poner juntos? —*No, no se puede; hay que quitar los chicos.* —Pero, ¿no tienen algo de parecido? —*Son lo mismo, pero hay algunos más chicos.* En cuanto a los ensayos de cambio de criterio, Rap recae en las mismas seis subcolecciones, pero acepta finalmente reunirlas en tres colecciones, a las que llama "*cuadrados pequeños y grandes*", etc., "*porque son todos cuadrados*", etc. Por el contrario, fracasa en la cuantificación de la inclusión (capítulo IV) y piensa que hay tantos cuadrados pequeños como cuadrados, puesto que los compara no con los cuadrados en general, sino con los cuadrados grandes.

Gra (6; 10) —¿Cuántos sobres hacen falta? —*¿Para poner todos los cuadrados, los grandes y los chicos, en el mismo sobre?* —Como quieras. ¿Cuántos hacen falta? —*Tres.* —¿Qué se escribirá en el primero? —*Triángulos.* —¿Y luego? —*Discos.* —¿Y luego? —*Cuadrados.* —¿Eso es todo? —*Sí.* Después, al pasar a la clasificación efectiva, Gra señala: "*Hay tres de cada color*"; luego ordena los elementos por subcolecciones de cuadrados, discos y triángulos grandes y pequeños. Se le muestran los cuadrados grandes y pequeños: —¿Se pueden mezclar? —*No.* —¿Están bien juntos? —*No... sí, porque tienen todos la misma forma.*
Se vuelven a poner los objetos como antes y se le pide una nueva anticipación: —¿Crees que podrías hacerlo de otra manera? —*Sí, con seis sobres.* Gra piensa en las seis pequeñas colecciones ya efectuadas antes en la clasificación efectiva. —¿Tratamos de encontrar otra manera? —*Sí, ya sé: con 18 sobres* (uno por elemento). Vuelve a recaer en las seis subcolecciones precedentes: —¿Cuántos sobres para esto? —*Seis.* —¿No crees que se podrían utilizar menos? —*Dos.* —¿Cómo? —*Así y así* (muestra todos los grandes y todos los pequeños). —¿Qué es lo que se escribiría? —*Discos, triángulos y cuadrados grandes; y discos chicos, triángulos chicos y cuadrados chicos.* —¿Y, con una sola palabra? —*Superficies chicas y superficies grandes.* Se equivoca, no obstante, en las preguntas referentes a la inclusión (capítulo IV).

Finalmente, a continuación están los casos que manifiestan una facilidad mayor en el paso de las subcolecciones a las colecciones o viceversa, pero que no por ello alcanzan la reversibilidad completa del estadio III:

Mar (6; 11) comienza por prever cinco sobres: los discos grandes, luego los pequeños, los cuadrados grandes, los techos grandes y pequeños, y a todo ello le agrega los cuadrados pequeños, con lo cual hay ya seis grupos. —¿No se podrían ordenar con menos sobres? —*Sí. Se tomarían* (juntos) *los cuadrados grandes y los pequeños, los techos grandes y los pequeños, los discos grandes y los pequeños.* —¿Con ellos cuántos sobres tendríamos? (Cuenta). —*Tres.* —¿Y qué se escribiría? (Repite). —¿Y con una sola palabra? —*Cuadrados, techos y discos.*
Otra clasificación anticipada: Mar separa los cuadrados grandes, los discos grandes y los techos grandes. —¿Qué es lo que queda? —*Los techos chicos, los discos chicos y los cuadrados chicos* (lo cual parece retomar la misma clasificación, pero con el matiz destacable de que la anterior partía de seis subcolecciones de formas y de tamaños para reunirlas en tres colecciones según la forma, mientras que aquí hay dos colecciones según el tamaño, subdivididas cada una en tres subcolecciones según la forma.
Clasificación en acción: tres clases según la forma, subdivididas cada una en dos subcolecciones según el tamaño "*porque he dividido los pequeños y los grandes*".

Cro (7; 9): —¿Cuántos sobres? —*Cuatro.* —¿El primero para...? —*Los cuadrados.* —¿El segundo? —*Para los triángulos.* —¿El tercero? —*Para los discos.* —¿Y luego? —*Y luego uno para los cuadrados chicos.* —¿Cuántos sobres hacen falta? —*Cinco... no, seis.* —¿No se podría ordenar con menos sobres? —*Se toma uno y se pone todo en ése, o se toman dos y se reparte.* —Pero dentro del sobre tiene que haber la misma cosa. —*Se pone todo junto, todos los discos juntos, todos los cuadrados juntos, todos los triángulos juntos. O bien los discos grandes con los discos pequeños, los triángulos grandes con los triángulos pequeños, y no se usan más que tres sobres.* —¿Qué se escribe en el primero? —*Cuadrados grandes y cuadrados pequeños: ¡bah... cuadrados!* —Si sólo se escribe "cuadra-

dos" ¿se sabrá lo que hay adentro? —*Sí; todos los cuadrados; cuadrados grandes y cuadrados pequeños.*

La clasificación en acción reproduce lo anterior: colecciones según la forma, subdivididas al instante en subcolecciones según el tamaño. Cro no encuentra otros criterios. Pero luego de algunas preguntas sobre "todos" (cf. capítulo III) llega espontáneamente a la cuestión de los cambios de criterio y grita: —*Ahora sí que he comprendido la idea; ya sé: se pueden poner todos los grandes en un mismo sobre y todos los pequeños en otro.* —¿Y qué se escribe? —*"Todos" y "todos": "cosas pequeñas" a todas las pequeñas, y "cosas grandes" a todas las grandes.*

Las preguntas sobre "todos" satisfacen sólo a medias. A veces la respuesta es correcta: —¿Todos los azules son discos? —*¡Ah, no, no, porque esto es azul y es un triángulo!* Pero en otros casos la respuesta es errónea y testimonia una falsa cuantificación del predicado: —¿Todos los rojos son triángulos? —*No, no, no sólo hay triángulos rojos; también los hay azules y amarillos.*

En cuanto a la cuantificación de la inclusión (cf. capítulo IV), la misma suscita aún dificultades sistemáticas: —¿Hay más cuadrados (= 6) que cuadrados grandes (= 3)? —*¿Grandes o pequeños?* —Cuadrados en general y cuadrados grandes. —*Hay lo mismo.* —¿Cómo es eso? —... —¿Cuántos cuadrados hay en total? —*Tres. Pero juntando los grandes y los pequeños hay seis.* —Los cuadrados en general, ¿son los grandes y los pequeños juntos, o sólo los pequeños? —*No.* —¿Cuántos cuadrados hay en total? —*Seis.* —¿Y cuadrados pequeños? —*Tres.* —¿Y grandes? —*Tres.* —Entonces, ¿hay más cuadrados en general que cuadrados grandes? —*Los dos son lo mismo, los grandes y los pequeños.* —¿Qué es lo que te pregunté? —*Si hay más cuadrados pequeños que grandes.* —No, yo no te pregunté si hay más cuadrados pequeños que grandes, sino si hay más cuadrados en general que cuadrados grandes. —*Hay más en general, porque hay seis.* (Pero, como se ve, necesita recurrir a los números en vez de comparar las nociones de todo y de parte).

Este estadio intermedio II posee un gran interés, tanto porque señala los comienzos de la anticipación espontánea, como porque alcanza sólo una movilidad anticipadora incompleta.

El gran progreso en relación al estadio I es, entonces, la aparición de una anticipación espontánea que no permite al sujeto todavía prever el detalle de la clasificación que va a efectuar (no hay una neta previsión exacta del número de los sobres necesarios; el caso de Gra fue, a este respecto, excepcional) pero sí esbozar un proyecto de clasificación que tiene como característica peculiar el anuncio explícito de la primera o de las primeras colecciones encaradas. Es así como Wut y Rap prevén un sobre que contenga a los discos, y que luego continúen con los cuadrados, los triángulos, etc.

Para llegar a esta anticipación inicial, es evidente que estos sujetos no se contentan, como los del estadio I, con asimilaciones progresivas, sino que, habiendo asimilado unos a otros varios "discos", han sabido alcanzar de entrada, mediante un proceso retroactivo, el esquema de asimilación utilizado, que confiere a estos objetos su carácter común.

Además, esta retroacción no consistió simplemente en recordar las relaciones efectuadas sucesivamente, sino que avanzó de manera más sistemática, reestructurándolas a medida que se iban sucediendo, y abstrayendo un ca-

rácter dominante entre otros posibles. En la medida en que las asimilaciones sucesivas son dobladas por tal reestructuración retroactiva, el esquema así separado puede llegar a ser anticipador: esta anticipación comienza por la búsqueda de los otros "discos", y luego termina en la búsqueda de otras formas comparables, los cuadrados o los "techos" o triángulos. Esta es la adquisición nueva propia de estos sujetos.

A este respecto es instructivo comprobar que esta anticipación naciente se manifiesta a menudo en los sujetos más primitivos de este estadio II, mediante proyectos de clasificación cuyo método parece diferente del que emplean los mismos niños en su clasificación efectiva (en la acción y no ya sólo en el pensamiento): mientras que la clasificación en acto procede en general por pequeñas colecciones que el sujeto reúne en seguida en mayores (método ascendente), a menudo ocurre (ver Wut, Rap y Gra) que el niño anticipa estas grandes colecciones sin ser siempre capaz de subdividirlas al instante en el pensamiento, como si su anticipación comenzara por el método descendente pero sin llegar a imaginar ulteriormente el descanso mismo (las subdivisiones).

Señalemos, no obstante, que tal reacción no es general. No se podría determinar el nivel de un sujeto por el solo hecho de que anticipe las colecciones grandes o pequeñas, y el único criterio verdadero sobre ese nivel consiste en la búsqueda de la mayor o menor movilidad del pasaje de las pequeñas colecciones a las grandes y viceversa. Los casos primitivos del estadio que hemos citado son, entonces, primitivos sólo en la medida en que no llegan a hacer la síntesis de los métodos ascendente y descendente, y no en la medida en que anticipan las clases grandes. No es menos chocante el hecho de que esta anticipación de las colecciones grandes sea tan frecuente, y este hecho reclama una explicación. Luego, como en su clasificación efectiva, los sujetos emplean el método ascendente, podría bastar, para dar cuenta de ello, decir que proceden de igual forma en el curso de su anticipación, pero sólo toman conciencia de las grandes colecciones a las cuales llega esta clasificación: si así fuera, les sería fácil anticipar en seguida las subdivisiones, lo cual no ocurre. Es necesario admitir entonces que, contrariamente a la clasificación efectiva, que procede elemento por elemento, la anticipación y la retroacción combinadas alcanzan de entrada, en algunos casos, el esquema asimilador más general, precisamente porque no avanzan elemento por elemento y porque manipulan de entrada en el pensamiento las semejanzas aplicables al conjunto de los elementos percibidos. La posibilidad, realizada en los ejemplos de Wut, Rap y Gra, de comenzar por las colecciones grandes, demostraría así la intervención del proceso retroactivo que hemos invocado para explicar la anticipación, en oposición con la marcha progresiva, exclusivamente en el estadio I y que reaparece en las clasificaciones efectivas del estadio II.

Aclarado esto, volvamos a las limitaciones propias de este estadio, que tienen que ver con la falta de movilidad en los pasajes del método ascendente al método descendente y viceversa. Esta falta es muy evidente en los sujetos primitivos del estadio puesto que, por una parte, no pueden anticipar las subdivisiones correspondientes a las subcolecciones de que

parten efectivamente, y, por otra parte, experimentan aún algunas dificultades, en su clasificación efectiva, para reencontrar las grandes colecciones, que no obstante han anticipado (cf. Rap para los triángulos y Gra para los cuadrados). Por otra parte, su resistencia a los cambios de criterio procede de la misma dificultad general de combinar los procesos ascendentes y descendentes, puesto que cambiar de criterio consiste en sustituir las colecciones pequeñas por las grandes y viceversa, lo que precisamente consiste en pasar de lo ascendente a lo descendente, o a la inversa (aunque Wut parece de entrada dispuesto a todas las transformaciones, puesto que llega a dos tablas sucesivas de triple entrada, cuya sucesión misma parece implicar un cambio espontáneo de criterio, el contexto de todo el interrogatorio muestra que este éxito se queda en el orden figural y no es de ningún modo anticipador).
En los sujetos más avanzados (de Gra a Cro), hay algunos progresos en la movilidad de los pasajes de las pequeñas colecciones a las grandes, y recíprocamente, y, en consecuencia, en la síntesis de los procesos ascendente y descendente: hay a la vez anticipación de las subdivisiones y capacidad de reagrupar las subcolecciones en colecciones totales (cf. Cro: "¡bah... cuadrados!"). Pero, por una parte, estos sujetos no llegan aún a agotar todos los cambios de criterio posibles (olvidan el color cuando cambian las formas y los tamaños, o bien olvidan uno de estos dos criterios cuando parten del color). Pero especialmente experimentan aún una dificultad sistemática en resolver las cuestiones referentes a "todos" y a "algunos" (capítulo III) y, en especial, a la cuantificación de la inclusión (capítulo IV), aplicadas al material que acaban de manipular (ver las respuestas de Cro y su larga resistencia a comprender que los cuadrados grandes son menos numerosos que los "cuadrados en general" en tanto subclase incluida en la clase total).

Las limitaciones propias del estadio II muestran también, en conclusión, que si los sujetos de este nivel llegan ya a retroacciones y a anticipaciones espontáneas, estos dos procesos no conducen más que a las configuraciones en tanto tales (es cierto que sobre las colecciones mismas, no figurales, pero distintas de las clases operatorias) y nunca a las transformaciones. El criterio de las retroacciones y de las anticipaciones que llevan a las transformaciones será, entonces, la movilidad en el paso de los procesos ascendentes a los descendentes, y recíprocamente, vale decir, la capacidad de anticipar simultáneamente las reuniones del tipo $A + A' = B$ y las subdivisiones del tipo $B - A' = A$: en este nivel las retroacciones y anticipaciones alcanzarán, en consecuencia, el carácter propio de la reversibilidad operatoria y es éste el que permitirá por fin al sujeto dominar la inclusión $A < B$, la cual hemos ya visto varias veces que se basa precisamente en la aprehensión de la relación $A = B - A'$, vale decir, en el doble juego de la anticipación y de la retroacción de las transformaciones como tales.
Esto es lo que se observa en los sujetos del estadio II, tanto en aquellos (comienzo del estadio) que anticipan dos de los tres criterios posibles y fracasan en el tercero (o lo alcanzan sólo mediante tanteos), como en aquellos (desde los 9-10 años) que anticipan de entrada los tres criterios posibles.

He aquí algunos ejemplos que comienzan con un caso del primer grupo:

Vui (7; 6): —¿Cuántos sobres te harán falta? —*¿Para los mismos colores o para las mismas formas?* —Como quieras. —*Los triángulos, los cuadrados y los discos.* —¿Tenías alguna otra idea? —*Sí; tres sobres: los rojos, los amarillos y los azules.* —¿Hay un tercer modo? — . . .
Clasificación real: superpone tres filas de dicos grandes, cuadrados grandes y triángulos grandes, repartiéndolos de tal modo que la columna de la derecha es amarilla, la del centro roja y la de la izquierda azul; luego hace lo mismo con los elementos pequeños: construye así una tabla de triple entrada completamente simétrica.

Nic (8; 10): —¿Cuántos sobres? —*¿No importa si no son del mismo color?*[7] —Como quieras. Entonces, ¿cuántos sobres? —*Tres.* —¿Qué debo escribir? —*Discos, cuadrados y triángulos.* —Ahora vamos a cambiar el orden. ¿Cuántos sobres? —*Seis.* —Bueno, ¿qué es lo que pondrás? —*Uno para los discos grandes y uno para los discos chicos, uno para los cuadrados grandes y uno para los cuadrados chicos, uno para los triángulos grandes y uno para los triángulos chicos.* —Esta es la segunda manera. ¿No se podría buscar otra? —*Sí: los cuadrados, triángulos y discos grandes, juntos; y los cuadrados, triángulos y discos chicos, juntos.* —¿Qué se escribe? —*Aquí, las formas grandes; acá, las formas chicas.* —¿Habría alguna otra manera? —*Sí* (Nic empieza proponiendo juntar discos y cuadrados, aparte los triángulos, etc.; luego piensa en el color)... *Todas las cosas de color amarillo, todas las cosas azules y todas las cosas rojas.*
La clasificación efectiva es, entonces, inútil, puesto que se han agotado todas las posibilidades. Se le pregunta entonces al sujeto cuál considera que es la clasificación más justa: Nic prefiere la primera (por la forma) "*porque todo lo que es pequeño no es triángulos juntos*", es decir, porque el tamaño y el color importan menos que la forma. Se pasa entonces a las preguntas sobre "todos", que son contestadas satisfactoriamente, y al problema de la inclusión: —¿Todos los rojos son cuadrados? —*No: hay dos cuadrados, dos triángulos y dos discos.* —¿Hay más rojos que cuadrados rojos? —*Sí, hay más rojos.* (Se quitan los discos rojos). —¿Hay más rojos que cuadrados rojos? —*¡Hay más rojos!*

Zbi (9; 0): —¿Cuántos sobres? —*Tres: los cuadrados, los discos y los triángulos.* —¿Se podría hacer de otra manera? —*Sí, pero harán falta más sobres.* —¿Cuántos? —*Seis: los cuadrados grandes, los cuadrados chicos, los discos grandes, los discos chicos, los triángulos grandes, los triángulos chicos.* —¿Y de otra manera? —*Sí, uno grande, uno pequeño, etc.; todas las cosas pequeñas juntas y todas las cosas grandes juntas; serían dos sobres.* —¿Y de otra manera más? —*Todas las cosas amarillas, las rojas y las azules: serían tres sobres.* Se le hace entonces recapitular sobre las clasificaciones: Zbi se acuerda de todo y pasa fácilmente de una clasificación a la otra: por ejemplo, "*se podría dividir en tres el sobre en el que están los rojos: los cuadrados rojos, los triángulos rojos y los discos rojos*"; del mismo modo se puede pasar de las clases según la forma a las subclases según el color; o de las clases según el color a las subclases según el tamaño; etc.
—¿Todos los cuadrados son azules? —*No; hay también rojos y amarillos*, etc.

[7] Esta pregunta del sujeto muestra que si el color es a menudo desechado no es porque no se lo note, sino, simplemente, porque desempeña un papel secundario respecto de la forma.

—¿Hay más cuadrados que cuadrados grandes? *—Hay más cuadrados: hay tres cuadrados grandes y, si se le agregan los tres cuadrados chicos, hacen seis* (en total). —¿Hay más rojos o más cuadrados rojos? *—Hay más rojos, porque hay también triángulos rojos y discos rojos.*

Se advierten muchas novedades en las reacciones:

(1) La elección de los criterios de clasificación no descansa simplemente en una abstracción implícita, sino que hace intervenir una deliberación explícita: "¿Los mismos colores o las mismas formas?" pregunta Vui, y "¿no importa si no son del mismo color?" (Nic).

(2) De ello resulta que cuando el sujeto ha terminado su clasificación según el criterio elegido, vuelve al que había descartado provisionalmente, procediendo así por una retroacción directa con una reestructuración del conjunto de la clasificación (shifting).

(3) Como, por otra parte, la abstracción deliberada del esquema elegido inicialmente refuerza su carácter anticipador, este doble refuerzo de la anticipación y de la retroacción asegura no sólo la movilidad más o menos completa de los cambios de criterio, sino la posibilidad de anticipar las operaciones multiplicativas (tabla de doble o triple entrada en Vui, etc.).

(4) Pero de estos refuerzos de la anticipación y de la retroacción resulta especialmente que el sujeto puede pasar indiferentemente de las colecciones grandes a las pequeñas, y recíprocamente, y no sólo sustituyendo una por otra, como en los cambios de criterio, sino componiéndolas, descomponiéndolas y recomponiéndolas según las mismas series, lo que asegura la total reciprocidad de los procesos ascendentes (reuniones) y descendentes (subdivisiones). Cf. las reacciones de Zbi a las preguntas sobre las inclusiones en las cajas ("se podrían dividir...", etc.).

(5) La anticipación llega a ser así anticipación de las transformaciones y no sólo de las configuraciones, lo que equivale a decir que las colecciones y las subcolecciones son promovidas al rango de clases y de subclases. La principal manifestación de este nuevo estado de cosas es la capacidad, cuando una clase B se divide en sus elementos A y A', de anticipar al mismo tiempo su reunión $A + A' = B$ (o, desde su reunión, anticipar su disociación): es esta forma superior de anticipación (o, más precisamente, esta anticipación propiamente dicha, de la cual sólo son esbozos las del estadio II) la que asegura la posibilidad de comparar la extensión de una subclase A con la de la clase total B, y que constituye así la relación de inclusión $A < B$.

Se ve entonces cómo el esquematismo operatorio, cuyas etapas estudiamos en el curso de los capítulos I a IV, es solidario con el funcionamiento de las retroacciones y de las anticipaciones, cuyo doble juego complementario engendra poco a poco la reversibilidad constitutiva de las operaciones aditivas (inclusión) y multiplicativas. Es por ello que el estudio de la formación de las anticipaciones era indispensable para el análisis del desarrollo de las operaciones mismas, cuyo mecanismo causal sólo ella permite comprender.

Capítulo VIII

LAS CLASIFICACIONES DE ELEMENTOS PERCIBIDOS POR VIA TACTILO-KINESTESICA[1]

Dos ideas principales se desprenden de las investigaciones resumidas en los capítulos precedentes. Una es que la evolución de las clasificaciones procede de las colecciones figurales, cuya configuración espacial es intermediaria entre las estructuras perceptivas y las estructuras representativas ulteriores, en los ajustes operatorios. La otra, que ese pasaje de las estructuras figurales a las estructuras de inclusión está asegurado por un juego complejo de actividades retroactivas y anticipatorias, que podemos agrupar bajo el término general de "regulaciones representativas" y cuyo funcionamiento simultáneamente retroactivo y anticipatorio prepara la reversibilidad operatoria.

Es indispensable comparar desde este doble punto de vista las clasificaciones cuyos elementos son percibidos visualmente con aquéllas cuyos elementos son sólo manipulables, pero fuera del campo visual. Ante todo, desde el punto de vista de las configuraciones, al ser las percepciones táctiles exclusivamente sucesivas y no simultáneas, para 16 objetos de 2 a 7 cm. de longitud o de diámetro, el problema reside en saber si, en los niveles iniciales, encontraremos clasificaciones correspondientes a las colecciones figurales visuales o algo por lo cual serán reemplazadas.

Desde el punto de vista de las retroacciones y anticipaciones, el mismo factor de percepción sucesiva será de tal naturaleza que perturbará más sistemáticamente las retroacciones, con lo cual se replantea la cuestión del mecanismo y del carácter más o menos tardío de las anticipaciones correspondientes.

[1] Con la colaboración de H. Niedorf y E. Siotis.

1. TECNICAS Y ESTADIOS

Para alcanzar el mayor número posible de combinaciones experimentales susceptibles de suministrar algún informe instructivo, hemos utilizado dos clases de materiales y dos técnicas distintas (pudiendo además cada una ser precedida o no de una enumeración verbal previa de los elementos manipulados).

Las dos clases de material difieren entre ellas en que la primera comprende elementos idénticos entre sí y la segunda no:

Material I: 8 objetos curvilíneos y 8 rectilíneos. Los curvilíneos consisten en dos "redondeles" pequeños (discos de 2 cm. de diámetro y 2 mm. de espesor), dos "redondeles" grandes (discos de 4 cm. de diámetro y 2 mm. de espesor), dos "bochas" pequeñas (2 cm. de diámetro) y dos grandes (4 cm. de diámetro).

Los objetos rectilíneos consisten en dos cuadrados pequeños (2 cm. de lado y 2 mm. de espesor) y dos grandes (4 cm. de lado y 2 mm. de espesor), dos cubos pequeños (2 cm.^{3}) y dos grandes (4 cm.^{3}).

Material II: también 16 objetos de madera, a saber (1) dos esferas (de 4 y 2 cm. de diámetro); (2) dos cubos (4 y 2 cm. de arista); (3) dos paralelepípedos (uno de 3,5 cm. de base menor y 7 cm. de largo, y otro de 1 por 5 cm.); (4) dos ovoides (uno de 3,5 por 7 de radios y otro de 2,5 por 3,5); (5) dos cuadrados (uno de 4 cm.^{2} y 2 mm. de espesor y otro de 2 cm.^{2} por 2 mm.); (6) dos discos (4 y 2 cm. de diámetro y 2 mm. de espesor); (7) dos rectángulos (de 6 por 3 cm. y de 3 por 1,5 cm., ambos del mismo espesor); (8) dos óvalos (de 6 por 3 cm. y 3 por 2, ambos del mismo espesor).

El material está dispuesto en un chasis que representa una pequeña casa, con techo y paredes de tela: el niño introduce sus manos "por debajo de la pared" para efectuar sus manipulaciones. En casos de control visual (solicitado con frecuencia y, naturalmente al final del interrogatorio) simplemente se levanta la tela que sirve de pared. Un grupo testigo ha sido interrogado exclusivamente desde el punto de vista visual.

Técnicas. La primera consiste en solicitar una clasificación libre, e inmediatamente después una reducción a sólo dos colecciones. Una vez obtenida la dicotomía (facilitada mediante un tabique) se piden los posibles cambios de criterio. Además, antes de la clasificación libre, se ha solicitado a un grupo de sujetos que anuncie el proyecto de clasificación, por anticipado, pero naturalmente después de la exploración del material por parte del sujeto (sin límite de tiempo).[2]

Esta exploración previa puede ser totalmente libre o ir acompañada de una enumeración previamente solicitada. En este último caso el factor ver-

[2] Cuando el sujeto no ha tocado todos los elementos, se le ponen entre las manos. O bien se los coloca en una habitación aparte (a la izquierda de un tabique) y se le pide que los ponga uno por uno en la habitación principal.

bal facilita un poco la clasificación; en general hemos renunciado también a toda enumeración. Pero es evidente que no sería posible desterrar esta influencia del lenguaje, puesto que, durante la exploración libre, si lo desea, el niño puede también nombrar los objetos, y, si no lo hace, queda por considerar el lenguaje interior.

La segunda técnica consiste en imponer la dicotomía sin clasificación libre, pidiendo además que se anuncie de antemano el proyecto de clasificación por anticipación una vez que ha finalizado la exploración. También se trata de provocar los posibles cambios de criterio. Un grupo de sujetos ha sido sometido a la enumeración previa en el momento de la exploración pero aquí, una vez más, en general, hemos renunciado a ella.

Sujetos. Más de 350 niños de 4 a 12 años han sido examinados; siendo los grupos más numerosos los formados por niños de 5 a 10 años.

Estadios. Volvemos a encontrar aquí los mismos estadios que en el momento de la clasificación de los elementos percibidos visualmente, pero con algunas pequeñas diferencias, unas en el sentido de una mayor dificultad y un retraso, pero otras en el de un ligero avance y, sin duda, de una mayor facilidad.

Durante el estadio I se observan dos reacciones interesantes. Una es la formación de colecciones figurales, respecto de las cuales habría sido imposible preguntarse si reaparecerían en este dominio táctil: menos frecuentes naturalmente que con un campo de percepción visual, no se presentan menos con sus caracteres ordinarios. Pero también encontramos en los sujetos de este nivel otra reacción, más primitiva, vestigio de lo que podríamos denominar clasificaciones sensomotrices y análoga a lo que hemos notado en el capítulo I en los pequeños de 2-3 años cuando reconocen "los mismos" al tomar los objetos uno después de otro (antes de colocarlos sobre la mesa bajo una forma figural): al explorar el conjunto de elementos, el niño pone aparte los que reconoce y no se ocupa más de los otros. Cuando la clasificación comenzada desemboca en una colección que implica un criterio de clase, éste no es formulado y la clasificación esbozada no puede continuarse ni ser reconocida como tal.

El estadio II es análogo a lo que se observa con campo visual, pero la anticipación del primer criterio (semi-anticipación) parece un poco más fácil con el método táctil, sin duda porque responde entonces a una exigencia funcional al tratarse de percepciones sucesivas y no simultáneas. En cambio encontramos frecuentes contradicciones entre la anticipación y la ejecución. Por otra parte, el descubrimiento de un segundo criterio parece un poco más difícil que en el caso del método visual, y ocurre con frecuencia que el sujeto que busca el segundo criterio cae nuevamente en la construcción de colecciones figurales, herencia residual del primer estadio.

El estadio III es similar a lo que es habitualmente, tal vez con una movilidad ligeramente más precoz en los cambios de criterios.

2. EL ESTADIO I: ELECCION DE ELEMENTOS CONOCIDOS Y COLECCIONES FIGURALES. AUSENCIA DE ANTICIPACION Y CLASIFICACION COMPLETA PARA UN SOLO CRITERIO

Ante todo veamos algunos ejemplos:

Ros (4; 8) con enumeración (nombra uno por uno los objetos que se le hace tocar). —¿Te acuerdas? —*Un corazón* (= cuadrado!), *una bocha chica, un cubito chico, un cubito grande,* repartición en las dos habitaciones: coloca en una "*los cubitos y las bochas*". —¿Son cosas que se parecen? —*No* (desplaza cada objeto de la habitación de la derecha hacia la de la izquierda nombrando algunos objetos y diciendo enseguida:) —*Estas dos bochas son parecidas. Estos dos cubitos son parecidos.* Vuelve a colocar a la izquierda "*las bochas y los cubitos*" y deja a la derecha, en desorden, los objetos que no reconoce o que reconoce menos: —¿Y los de este lado? —*No sé.*
Sin decirle nada se reparten los elementos: de un lado los grandes y los pequeños del otro, diciéndole que otro niño los clasificó así: no logra encontrar la razón de tal clasificación. Se reparten nuevamente los objetos: los curvilíneos de un lado y los rectilíneos del otro, atribuyendo esta clasificación a otro compañero: —*Sí, porque puso aquí las bochas grandes y las bochas chicas.* —¿Y del otro lado? —*Están los corazones* (= cuadrados), *los cubitos.* —Y esto, ¿dónde hay que ponerlo (un cubo)? —*No sé* (lo coloca entre los discos).

Gal (4; 10), sin enumeración: explora y dice: —*Sí, los cubitos y después los chatos,* luego, ante una repetición de la consigna (poner juntas las cosas que se parecen), construye una especie de objeto complejo pero difuso uniendo entre sí los dos elementos de cada pareja de idénticos: los cubos grandes con las bochas grandes, pero éstas separadas de las pequeñas, el óvalo está cerca de los cubos, los cubos pequeños no lejos de los grandes, etc. Pero Gal es incapaz de dar la razón de esas proximidades excepto en el caso de los cubitos: —*Los más chiquitos están con los grandes; son los cubitos.* —Muéstrame los objetos que deben ir juntos. (Muestra los cubos y las bochas). —¿Van bien juntos? —*Sí* —¿Por qué? —*Porque sí.* —¿Se parecen un poco? —*No.* —¿Qué otros van juntos? (Muestra las dos esferas pequeñas).
Se descubren los objetos y se pasa a la clasificación visual: Gal construye aproximadamente el mismo objeto complejo, pero en forma más regular.

Cri (5; 1). Enumeración: distingue las bochas, los cubitos y los "pedazos de madera", luego construye un objeto complejo formado por un alineamiento doble con correspondencias, algunas fundadas en la semejanza y otras en una conveniencia más amplia: Cubo grande-círculo grande, elipse grande-óvalo pequeño. Los demás objetos son puestos en el segundo casillero y mezclados en desorden (los "pedazos de madera"). —Las bochas y los cubitos, ¿se parecen? —*No.* —Entonces ¿hay que ponerlos juntos? —*No.* —¿Qué hay que hacer? —*Hay que poner las bochas juntas y los cubitos juntos* (coloca los volúmenes redondos en la habitación de la izquierda, nuevamente en alineamiento doble, y los volúmenes rectilíneos en la habitación de la derecha, junto con algunos volúmenes redondos). —¿Qué has hecho? —*Puse las bochas de este lado y de este otro las maderitas y los cubitos.* —¿Por qué no están con las bochas? —*Hay maderas re-*

dondas y cuadradas. Se pide una nueva clasificación: a la derecha dos esferas y dos huevos, a la izquierda el resto. *—De este lado están las bochas; del otro las maderitas y los cubitos.* —Las maderitas y los cubitos ¿se parecen? *—No.* —¿Entonces? *—Hay que ponerlos con las bochas.*
Se colocan de un lado todos los objetos rectilíneos y del otro los curvilíneos. —¿Está bien así? *—No* (vuelve a juntar discos y cuadrados). La clasificación visual da también los "redondos" de un lado y el resto del otro.

Bla (5; 3) después de la enumeración construye en una de las habitaciones un alineamiento (cubo grande, círculo grande, cuadrado grande, paralelepípedo coronado por un círculo) y en la otra un alineamiento que empieza con la esfera grande, luego el ovoide grande, terminando con la elipse grande y, entre ambos, encerrados por dos filas de pequeños cubos, esferas, paralelepípedos y ovoides.. Al pedirle que busque mejores semejanzas comienza con dos alineamientos con semejanzas parciales entre elementos vecinos y con cualquier tipo de aproximaciones (como el círculo pequeño y el paralelepípedo). Colocamos los volúmenes en uno de los casilleros y en el otro las superficies: se da cuenta de que hay una analogía entre los miembros de una misma colección pero no puede expresar la semejanza de otra manera que diciendo: "*Es porque los cortaron así*". En cuanto a la clasificación visual, es del mismo tipo que las colecciones figurales precedentes, pero más regular.

Geo (5; 3), enumeración: pelota, cubito, rodillo, bastón, disco, etc.: —Haz dos montones poniendo juntas las cosas que quedan bien juntas. ¿Entendiste? *—Sí, pongo una pelota con un cuadrado.* —¿En un mismo montón? (Coloca un huevo grande y uno pequeño, un cubo y una esfera grandes, luego dispone los demás en la segunda habitación con distintas aproximaciones imprevistas:) —Los cuadrados y los pequeños rodillos ¿quedan bien juntos? *—Sí.* —¿Por qué? —. . .
Se inicia una clasificación por la forma aproximando los cuadrados: ninguna continuación. Tampoco le sugiere nada la clasificación completa por la forma, tampoco las que se fundan en las dimensiones, los tamaños o las aristas curvilíneas o rectilíneas.

Kun (5; 3), clasificación libre: comienza aproximando "*los cubitos y los cubitos cuadrados*" después designa las bochas grandes "*las otras que son así de grandes y después las chiquitas juntas*". Llega así a ocho parejas de elementos semejantes dos a dos que se prolongan en dos alineamientos: uno comprende las dos bochas grandes y los dos cubos grandes; la otra dos círculos grandes, dos cuadrados pequeños, cubos y esferas. —¿Podrías hacer menos montones? *—¡Un cuadrado y un cuadrado flaco! ¡Los gordos y los flacos! Con los otros después es lo mismo.* Hace entonces un alineamiento largo de cubos y esferas, etc., pero colocando, después de cada volumen, la superficie correspondiente (círculos, cuadrados, etc.): —¿Qué es lo que has puesto junto? *—Puse dos y dos juntos.*
La clasificación visual final obedece al mismo principio: un solo alineamiento largo cuya primera mitad está formada por los volúmenes y la segunda por las superficies correspondientes: 1) cubo, esfera, dos esferas pequeñas y dos cubos pequeños; 2) dos círculos, dos cuadrados, dos círculos pequeños y dos cuadrados pequeños.

Veamos ahora, a título de comparación, dos casos del mismo nivel en los cuales los sujetos sólo han sido interrogados en clasificación visual con el mismo material:

Sry (4; 11) alinea en una misma habitación el cubo grande, el rectángulo y el cuadrado pequeño, después toma el óvalo pequeño y el grande y los coloca al comienzo del alineamiento, al final del mismo alineamiento coloca el círculo grande y el pequeño, y continúa con el ovoide grande y el pequeño, la esfera grande y la pequeña, el paralelepípedo grande seguido del pequeño. El alineamiento total tiene forma de herradura. Tratamos de hacerle disociar la figura en dos colecciones y repartirlas en las dos habitaciones: en la de la derecha hace un alineamiento por parejas de elementos semejantes (dos círculos, dos cuadrados, dos cubos y dos esferas). —¿Todo lo que hay en esta habitación es parecido? —*Sí, porque esto y esto* (por parejas) *son iguales.* Hace lo mismo en la otra habitación. Se le presentan clasificaciones en curvilíneos y rectilíneos o en superficies pero las rechaza.

Guy (4; 2) comienza también con un único alineamiento grande pero algo superior pues los primeros ocho elementos de esta serie son volúmenes (ovoides pequeño y grande, esfera y cubo grandes, paralelepípedos pequeño y grande, esfera y cubo pequeños) y las ocho últimas superficies (no asociadas por semejanzas). Se le pide que reparta nuevamente el conjunto pero en dos habitaciones distintas, porque cada uno constituye una "familia". A pesar de su edad Guy da una respuesta propia del estadio II: pone todos los curvilíneos juntos y agrupa en otro conjunto los rectilíneos diciendo: "*En esta pieza están la bocha y las bochas... la madre, el padre, los hijos, es una familia de redondos. Allá están los cuadrados: esto es un enorme 'patapúf', esto un 'patapufito' pequeño,* etc. (los agrupa como personajes en la habitación de una casa)". Pero cuando se trata de provocar clasificaciones según otros criterios cae cuatro veces seguidas en la dicotomía redondos-cuadrados con las mismas denominaciones lúdicas.

Vemos que, en líneas generales, estas reacciones son comparables con las del nivel correspondiente en el caso de las clasificaciones de elementos percibidos visualmente. Las pequeñas diferencias no son específicas sino que consisten en pequeños desajustes debidos a las dificultades propias de las comparaciones táctilo-kinestésicas, que proceden en orden sucesivo y necesariamente de próximo en próximo: pero como también, en los sujetos más primitivos, encontramos ese modo de comparación en el dominio visual, su permanencia forzada en el dominio táctil nos permite simplemente controlar las hipótesis precedentes sobre el papel de la retroacción y de la anticipación en las clasificaciones y no descubrir hechos nuevos que serían específicos de este dominio táctil.

La reacción más primitiva consiste pues en clasificar por parejas de idénticos o por aproximaciones término a término de los objetos reconocidos y en dejar de lado los otros (ver Ros). Pero allí sólo se trata de esas asimilaciones elemento por elemento que hemos notado en los pequeños (cap. I, 3) cuando se les pide que encuentren, en una colección, un objeto parecido a un objeto modelo ("dame uno igual", etc.): si esta conducta dura más en las experiencias presentes, es simplemente por el carácter sucesivo de las experiencias táctiles.

No bien el sujeto trata de armar un conjunto, encontramos el principio de las colecciones figurales propio del estadio I, pero bajo una forma natural-

mente menos elaborada que en el ámbito visual, y sin duda con una frecuencia menor en provecho de los simples montoncitos (no es fácil, por otra parte, trazar la frontera entre estos últimos y las colecciones figurales). La forma común es el alineamiento simple o doble, este último con correspondencias variadas y unido por todos los intermediarios con la configuración en superficie o en superposición (un objeto puesto sobre otro), con forma más o menos definida o difusa. En este último caso, el índice más seguro de la existencia de colecciones figurales en tanto objetos colectivos o complejos (ver cap. I) es el esfuerzo del niño para reproducirlos enseguida cuando se pasa al fin de la experiencia a la clasificación visual.

La presencia de estas colecciones figurales en el dominio táctil constituye una indicación útil para precisar el significado de esas formas elementales de clasificación y para confirmar la interpretación que hemos propuesto desde el punto de vista de las relaciones entre la comprensión y la extensión. Si las colecciones figurales consistieran únicamente en imitaciones de configuraciones perceptivas, a la manera de un dibujo decorativo que se propone conseguir lo más agradable a la vista, mal podrían ellas intervenir en las clasificaciones de objetos simplemente manipulados y no percibidos visualmente. Decir que el niño se limita entonces a disponer táctilmente los objetos de acuerdo a una imagen interior de origen visual no explicaría por qué se ciñe a construir conjuntos que, precisamente no puede percibir visualmente. En cambio, si la colección figural debe su existencia al hecho de que, para relaciones dadas en comprehensión, el sujeto no puede estructurar la extensión de los objetos correspondientes si no es de manera espacial (pues los esquemas sensomotrices no involucran extensión desde el punto de vista del conocimiento del sujeto, mientras que los conjuntos perceptivos comprenden una extensión, pero espacial o temporal), entonces no hay razón para que esta forma inicial de la clasificación no se vuelva a encontrar en el caso en que los elementos son percibidos por vía exclusivamente táctilo-kinestésica.

Dicho esto respecto de los caracteres comunes de las clasificaciones visuales y táctiles, notemos ahora el pequeño retraso de estas últimas en relación con las primeras en cuanto al descubrimiento de un criterio común de clasificación. Ciertamente, ni por medio de la comparación visual ni por medio de la táctil, llega el niño del estadio I, por sí mismo, a construir colecciones con carácter común, puesto que lo propio de las colecciones figurales es precisamente sustituir las semejanzas generales por una mezcla de semejanzas locales (por asimilaciones elemento por elemento) y de "conveniencias" con significados espaciales o empíricos. Pero, en el caso de las comparaciones visuales, basta a menudo con una incitación del experimentador (como la alusión a las "familias" en el caso de Guy) o con una enumeración verbal previa de los elementos, para que el sujeto se empeñe en la dirección de los caracteres comunes mientras que la resistencia es un poco mayor en comparación táctil: esta ligera diferencia (no de naturaleza, sino solamente de grado) se explica naturalmente por el hecho de que las comparaciones

necesariamente sucesivas, y con un intervalo de tiempo mayor entre las asimilaciones sucesivas se oponen al libre juego de las retroacciones de distintos órdenes (cf. cap. VII, 3) cuyo papel hemos supuesto indispensable en la formación de las anticipaciones o semi-anticipaciones conducentes al descubrimiento de esos caracteres comunes.

3. EL ESTADIO II: COLECCIONES NO FIGURALES; DESCUBRIMIENTO POR TANTEO DE UN UNICO CRITERIO, SEMI-ANTICIPACION DEL PRIMER CRITERIO Y TANTEO PARA LOS DEMAS

De una manera general, el estadio II es el de las colecciones no figurales y comienza en el momento en que el sujeto es capaz de construir colecciones pequeñas o grandes fundadas sólo sobre la semejanza y sin configuración espacial particular (desde los 5 $^{1}/_{2}$ años promedio). Pero, desde el punto de vista de la anticipación, podemos distinguir una sucesión de escalones o etapas intermedias, la primera de las cuales marca la transición del estadio I al II y sólo involucra un descubrimiento progresivo y por tanteo de un criterio, sin cambio ulterior.

Tenemos aquí algunos ejemplos de este primer nivel de transición:

Rem (5; 6) toca los objetos uno por uno ejercitándose en explorarlos con la punta de los dedos y agrupándolos por parejas, a veces dos idénticos (dos cubos, dos cuadrados, dos esferas, etc.), a veces un volumen y una superficie (cubo y cuadrado), etc., pero termina colocando todos los objetos rectilíneos en una de las habitaciones y todos los curvilíneos en la otra. Sin embargo es incapaz de explicar lo que ha hecho y cuando se le designa el conjunto de los curvilíneos preguntando: —¿Se parecen algo?, se limita a contestar: *—Porque son más grandes y más chicos* (¡toma conciencia de la diferencia antes que de la semejanza!). —Pero, ¿es que hay algunas cosas que son iguales? *—Sí, dos bochas.* —Y aquí (los rectilíneos) ¿hay algo que hace que sean todos parecidos? *—Sí, dos cubitos.* —Pero ¿por qué los has puesto juntos? *—Son parecidos.* —¿Por qué? *—Son uno grande y uno chico. Sí, son cubitos.* Se le dan algunos para tocar; dice "*una bocha grande, un cuadrado*", etc., y finalmente: *—Acá están los redondos.* —¿Y los otros? *—Los otros son cuadrados.* Los ensayos de cambios de criterios dan un retorno a los redondos y cuadrados. En cuanto a la clasificación visual final, está curiosamente retrasada respecto de la táctil: Un conjunto de parejas de idénticos o parecidos, pero con mezcla de parejas de curvilíneos y rectilíneos.

Hof (5; 6) explora muy cuidadosamente el material, sin clasificar de entrada, después exclama: "*¡Cuadrados grandes! ¡Bochas grandes!*", y pone dos cubos a un lado y dos bochas a otro; luego toca un círculo pequeño y lo pone "*con los*

otros redondeles". Sigue así elemento por elemento para llegar a dos grandes colecciones (cuyos elementos están mezclados y no subdivididos): "*Los cuadrados grandes y los chicos, y las bochas grandes y chicas juntas*". Los ensayos de cambios de criterio conducen a esta misma dicotomía, pero con alineamientos variados (grandes y chicos alternados). En cuanto a la clasificación visual, ésta comprende nuevamente curvilíneos y rectilíneos, pero con subdivisión de cada una de estas colecciones en grandes y chicos.

Che (5; 6) construye tres montones, uno formado por una bocha grande, una pequeña y un círculo, el segundo por un cuadrado grande y uno pequeño y el tercero por un cubo grande y uno pequeño. —¿Y en dos montones? —*Los cuadrados aquí y los redondos.* Segundo criterio: fracaso. Se empiezan dos colecciones poniendo de un lado una esfera grande y del otro una pequeña: —*Las cosas grandes de un lado y las chicas del otro.* —¿Podrías hacerlo de otra manera? —*No.* (Comienzo: una esfera y un disco). —*Las cosas grandes de un lado y las chicas del otro.*

Gos (5; 6) empieza haciendo seis montones formados cada uno por una pareja: bochas grandes, cubos pequeños y discos pequeños. —¿Podrías hacer dos montones con cosas parecidas? (Pone los cubos de un lado, las bochas del otro, después los círculos con las bochas). —*Porque son redondos también,* etc. Segundo criterio: fracaso. Comienzos: fracasos o vuelta a curvilíneos y rectilíneos.

Sto (5; 6) también distribuye poco a poco según el mismo principio: —*Sí, los redondos con los redondos.* —¿Qué haces? —*Las bochas con las bochas, los discos y las bochas son redondos.* —¿Y del otro lado? —*Los cuadrados. Del otro lado son todos cuadrados.* Otro criterio: reparte en tres colecciones: los cuadrados, los redondos y los taquitos (cubos). —¿Y si los pones en dos montones? (Vuelve a los "cuadrados" y los "redondos". La clasificación visual es semejante).

Dro (5; 7) declara que va a hacer tres montones pero no puede indicar cuáles, excepto el primero, "redondos". De hecho construye cuatro montones: las bochas, los cubos, los cuadrados y los discos (platos). —¿Cuántos montones hiciste? —*Tres.* —Toca para ver. (Toca los cuatro y dice:) —*Tres.* —Toca bien otra vez. —*Son tres montones.* —¿Qué pusiste en el primero? —*Bochas.* —¿En el segundo? —*Cuadrados* (= cubos). —¿En el tercero? —*También cuadrados* (chatos). —¿Y en el cuarto? —*Redondeles.* —Ahora vas a hacer dos montones, en las dos habitaciones. ¿Qué vas a poner en la primera? —*Los cuadrados.* —¿Y en la segunda? —*Los redondos* (efectivamente, reparte en curvilíneos y rectilíneos). Segundo criterio: fracaso. Comienzo según el tamaño: —*Uno chico y uno grande.* —Entonces continúa. —*Hay que poner los redondos acá y acá los cuadrados.* Se le presenta una clasificación ya hecha (táctil, naturalmente) en volúmenes y superficies: —¿Cómo son estas cosas? —*Las gruesas y las chatas.*

Dos hechos interesantes deben ser notados a propósito de este grupo de casos intermedios entre los estadios I y II. El primero es que muchos de estos sujetos (Rem, Hof, Sto) empiezan con la construcción de las colecciones grandes (rectilíneos y curvilíneos) y no con la de las pequeñas, como es habitual en el caso de las clasificaciones visuales primitivas en acciones. Ahora bien, recordemos que en sus comienzos (cap. VII, 3) la anticipación de las clasificaciones visuales (contrariamente a la clasificación en

acciones o efectiva) llega precisamente a la construcción de las colecciones grandes. Parece pues que, en la búsqueda de los caracteres comunes (es decir, una vez superadas las colecciones figurales y otras reacciones primitivas del estadio I), la clasificación táctil exige, a causa de las dificultades debidas a la ausencia de comparación simultánea de conjunto, un particular esfuerzo de abstracción que hace funcionalmente indispensable el juego de las retroacciones y anticipaciones, llegando por ello a la construcción de las colecciones grandes. El segundo hecho sobre el que queremos insistir es precisamente la precocidad de esas retroacciones, que conducen en algunos casos a semi-anticipaciones parciales que surgen durante los tanteos. Es así que cuando Hof opone los cuadrados grandes y las bochas grandes no se limita a hacer una comprobación actual, sino que de allí deriva un proyecto que pone en ejecución al continuar con su clasificación. Sto procede de la misma forma, etc.

Un segundo grupo de sujetos llega en cambio a semi-anticipaciones propiamente dichas, es decir a la anticipación del primer criterio después de la exploración, pero sin lograr cambiar de criterio más que los precedentes. Estas semi-anticipaciones son a veces bastante precoces, por las razones que acabamos de ver:

Fri (5; 2) toca primero cada uno de los objetos. —¿Cómo vas a hacer ahora? ¿Qué pondrás en la primera habitación? —*Discos.* —¿Y en la segunda? —*Cuadrados.* Después de la ejecución se le pide una nueva clasificación. Como no la logra se trata de hacerle describir los elementos que acaba de clasificar: —¿Cómo eran? —*Cuadrados y redondos.* —¿Y qué más? —*Cuadrados grandes y después chicos.* —¿Podrías hacer dos montones de otra manera? —*No.* —Trata de hacerlos. (Cae en la dicotomía inicial). En cambio cuando se insinúa la clasificación según los tamaños, comprende: —*Hay que poner aquí los grandes y aquí los chicos.* No encuentra otro, pero cuando se le insinúa la clasificación en volúmenes y superficies, también comprende: —*Los más flacos y los más gordos.*

Ale (5; 3) después de la enumeración: —¿Qué pondrás en la primera habitación? —*Los discos.* —¿Y en la otra? —*Los cuadrados.* —Si yo ahora te dijera que hicieras dos montones, parecidos a los anteriores, ¿cómo los harías? —*Los discos y los cuadrados.* —Eso ya está. Recuerda las cosas que has tocado. ¿Cómo eran? —*Chicas, medianas y grandes.* —Ahora trata de hacer nuevamente dos montones pero de otra manera. (Vuelve a los cuadrados y los discos). En cambio logra, como Fri, esta dicotomía y la de los "gruesos" y los "planos" cuando se le insinúa con uno o dos ejemplos sin comentario verbal.

Un tercer grupo de sujetos (menos frecuentes) está formado por aquéllos que no llegan a semi-anticipaciones propiamente dichas; sino sólo a semi-anticipaciones parciales durante el tanteo, como en el caso de Hof, Sto, etc., y que, en cambio, son capaces de cambiar de criterio. Nos limitaremos a un ejemplo:

Weg (5; 9) explora cada objeto con una mano sin decir nada: —Vas a poner juntos los objetos que se parecen. ¿Te das cuenta? —*Sí, las bochas juntas, los cubitos y los cubitos...* En realidad pone de un lado los volúmenes y del otro las superficies repitiendo: —*Voy a poner las bochas y después los cubitos jun-*

tos. Pero las bochas altas (= esferas). —Está bien. Me gustaría que ahora los pusieras de otro modo. ¿Te das cuenta? (Comienza a dividir en curvilíneos y rectilíneos). —*Sí. Quiero poner los cubitos juntos y las bochas juntas* (llega a la dicotomía completa, como anteriormente). *Esta vez puse los chatos y los altos juntos.* Después del fracaso del tercer criterio (que da lugar a una colección de superficies, pero una de círculos y otra de cuadrados y círculos mezclados) la clasificación visual procede únicamente por parejas.

Finalmente tenemos aquí ejemplos de un cuarto grupo de sujetos, que constituyen los casos francos del estadio II y que presentan simultáneamente una semi-anticipación del primer criterio y un descubrimiento de los siguientes por tanteos:

Ris (6; 3): —¿Cómo vas a hacer? —*Un rectángulo, después un cuadrado, un cuadrado, etc.* —¿Y del otro lado? —*Todo el resto.* —¿Qué es? —*Un huevo y después los discos.* Realiza efectivamente la dicotomía completa de rectilíneos y curvilíneos. Segundo criterio: palpa de nuevo prolongadamente y llega a agrupar los pequeños de un lado y los grandes del otro. Pero no formula esta proposición y se limita a decir: —*Puse discos y cuadrados juntos para no hacer lo mismo* (que la primera vez). —¿Y si hicieras tres montones? (Reparte en discos, cuadrados y ovoides).

Gal (3; 6) anticipa después de haber tocado los objetos: "*Bochas, cubitos*". La ejecución llega a una primera colección de rectilíneos, pero en la segunda colección se da una mezcla de rectilíneos y curvilíneos. —¿Qué hiciste? —*Puse las bochas acá y los cubitos acá.* Segundo criterio: —*No sé,* pero prueba y llega a una dicotomía de volúmenes y superficies. La clasificación visual retoma esta segunda idea.

Bru (6; 6): —¿Cuántos montones vas a hacer? —*Tres: cuadrados, discos y disquitos.* Ejecución: empieza bien, pero enseguida subdivide los cuadrados en grandes y pequeños. Pero ¿quieres tres montones o cuatro? —*Cuatro.* Luego, al continuar su construcción descubre la diferencia entre superficies y volúmenes y subdivide entonces sus cuatro montones en ocho, lo que casi constituye una tabla de tres entradas. —Entonces, ¿cuántos montones había? —*Ocho.* —¿Cuáles? (Los enumera correctamente de memoria). —Y si sólo hacemos dos montones, ¿qué es lo que pondrías? —*Los cuadrados y los discos.* En cuanto a las otras dicotomías posibles, empieza por no pensar en usar sus subdivisiones anteriores. Cuando se refiere a ellas dice: —*Hay chicos y grandes.* —¿Y después? —*Achatados y gruesos.*

Mea (7; 3) prevé cuatro montones: cuadrados y cubos, círculos y esferas. Pero en la ejecución llega a tres colecciones: los cubos, las bochas y las superficies. —¿Y en dos montones? (Tanteo, después:) —*Acá son todos gordos y acá todos flacos.* Segundo criterio: después de algunos ensayos llega a grandes y pequeños. Tercer criterio (formas solamente): fracaso.

Al comparar las reacciones del estadio II con las del mismo nivel en clasificaciones visuales, encontramos pocas diferencias. Sin embargo, como hemos visto, si la anticipación del primer criterio parece un poco más precoz, el descubrimiento del segundo criterio parece un poco más difícil. Pero, una vez embarcados en los cambios de criterio, los sujetos consiguen

rápidamente, en el dominio táctil, una movilidad indudablemente un poco mayor que en el dominio visual, como veremos en el estadio III. Advirtamos también que en el presente estadio III el criterio forma es elegido antes que los otros por la gran mayoría de los sujetos: hay sin embargo algunas excepciones como Mag, que empieza con la dicotomía superficies-volúmenes, pero sin anticipación.

4. EL ESTADIO III: ANTICIPACION DE DOS O TRES CRITERIOS; CONCLUSIONES

A partir de los 7-8 años, con algunos casos adelantados de 6 $^1/_2$ años, encontramos anticipaciones de los dos primeros criterios (con elecciones iniciales frecuentes de la dicotomía superficies-volúmenes o grandes-pequeños) y a partir de los 8-9 años la anticipación de tres criterios resulta fácil:

Aub (6; 7) explora y anuncia: —*Pondremos junto lo que es de madera delgada. Las superficies son de madera delgada.* —¿Y después? —*Todo lo que es de madera gruesa junto* (= volúmenes) *y todo lo que es de madera delgada junto.* (Lo hace). —¿Y es posible ordenarlos de otra manera? —*Sí, los cuadrados con los cuadrados; los cubitos con los cuadrados y las bochas con los discos.* Tercer criterio: fracaso. Se le da un cubito grande y uno pequeño: "*Tengo dos cuadrados, no, dos cubitos. ¡Ah! ¡Tengo una idea!: todos los chicos juntos y todos los grandes juntos*".

Fab (6; 8) anuncia de entrada: —*Discos y cuadrados.* —¿Podría hacerse de otro modo? —*Los chicos con los chicos. Los grandes con los grandes.* Tercer criterio: no lo encuentra. Se le da un cubo y un cuadrado: —*Esto es delgado. Podemos poner de un lado los cuadrados delgados y del otro los gruesos.* —¿Y el resto? —*Pondremos los discos delgados y gruesos en otra habitación: así habrá cuatro montones.*

Ram (7; 8): —*Los discos y los cuadrados.* —¿Podrías hacerlo de otro modo? —*Un cuadrado chato y una ficha chata.* —¿Y en la segunda habitación? —*Un disco grueso, los gruesos* (ejecución correcta: superficies-volúmenes). —¿Y de otro modo? (No lo encuentra).

San (8; 5) anticipación de los tres criterios: —*Voy a poner de un lado los chicos, del otro los grandes.* —¿Hay otra manera de hacerlo? (palpa nuevamente). —*De un lado pongo los planos, del otro los gruesos.* —¿Y una tercera forma? —*De un lado los discos y los cuadrados, del otro los rectángulos y los óvalos.*

Sta (8; 11) anuncia "*dos montones: cuadrados y discos*". Pero distingüe inmediatamente los grandes de los chicos y construye una tabla de doble entrada que enseguida subdivide según una tercera entrada: las superficies y los volúmenes. —¿Podrías hacerlo de otra manera? —*Sí, cuatro montones: los cuadrados chatos con los discos chatos, y las bochas y los cubitos juntos.* —¿Y de otra manera? —*Están los chicos y los grandes.*

Ros (9; 7): —*Primero las cosas grandes y las chicas.* —¿Puedes hacerlo de otra forma? —*Las cosas redondas y las cuadradas.* —¿Y de otra forma? —*Los discos de un lado, los cuadrados del otro.* —Eso ya lo dijiste. Hazlo. (Lo ejecuta). —¿Podrías hacerlo de otra manera? —*Sí, las cosas chatas* (superficies) *y las gruesas* (volúmenes).

Hun (9; 10): —*Los discos y los cuadrados.* —¿Y de otro modo? —*Todos los chatos de un lado y todos los objetos que no son chatos.* —¿Y además? (Se concentra profundamente y enumera los círculos y cuadrados, las bochas y los cubitos). —¿Y de otro modo? —*¡Ah, ya está!: todos los grandes y todos los chicos.*

Para ubicar estos logros del estadio III dentro del conjunto general del desarrollo de las clasificaciones táctiles, puede resultar interesante completarlos con algunas indicaciones estadísticas. Veamos en primer lugar los resultados obtenidos por medio del material simple (con idénticos):

Cuadro XXI. *Reacciones ante el material simple I (con idénticos) en %:* C = colecciones figurales; 1, 2, 3 = Nº de criterios logrados

Edades[3]	*C*	*1*	*2*	*3*
4 (10)	80	20	0	0
5 (26)	15	77	8	0
6 (30)	5	82	13	0
7 (20)	5	25	50	20
8 (20)	0	15	40	45
9 (24)	0	12,5	30	57,5
10 (20)	0	5	35	60

Comprobamos que el máximo de frecuencia de las clasificaciones con un solo criterio está situada a los 6 años, con dos criterios a los 7 años y con tres criterios a los diez años. Advirtamos también que en el 80-90 % de los casos, el primer criterio elegido es la forma. Posteriormente el volumen y el tamaño (o la forma prolongada) repartiéndose con igualdad aproximada, pero sólo cumplen una función apreciable a partir de los 7 años.

[3] Entre paréntesis el número de sujetos.

He aquí las reacciones ante un material más complejo, sin elementos idénticos, comprendidas las anticipaciones:

Cuadro XXII. *Clasificaciones y anticipaciones con un material complejo II (en %):*

C = colecciones figurales; 1-4 = Nº de criterios; A = anticipaciones

Edades (Nº de sujetos)	*C*	*1*	*2*	*3*	*4*	*A*
4 (8)	90	10	0	0	0	0
5 (22)	54	41	5	0	0	9
6 (14)	21	71	7	0	0	21
7 (15)	20	33	27	13	7	40
8 (20)	15	20	35	30	0	55
9 (15)	13	0	33	53	0	87
10 (17)	0	6	27	53	23	82
11-12 (18)	0	0	16	53	31	93

Debe advertirse que el cuarto criterio es menos pregnante que los otros (prolongado o no).

De una manera general, este examen de las clasificaciones de elementos percibidos por vía táctilo-kinestésica se ha revelado como muy instructivo en lo que respecta a la naturaleza operatoria y no perceptiva de los mecanismos clasificatorios. Al ser la clasificación que se realiza con encajes o inclusiones parcialmente isomórfica de la seriación, que se realiza sobre las relaciones asimétricas transitivas, podría ser considerada, junto con ésta, como dos especies de "Gestalt" comparables a las "Gestaltén" perceptivas (vamos a encontrarnos inmediatamente con este problema a propósito de las seriaciones, cf. cap. VIII). En este caso, al ser las comparaciones táctiles sucesivas y al proceder necesariamente elemento por elemento, en oposición a las aprehensiones simultáneas de conjunto que permite la comparación visual, deberían haber conducido a un retraso sistemático de las construcciones clasificativas. Ahora bien, no sólo no hay nada de eso, sino que además, en muchos aspectos, la clasificación táctil registra un ligero adelanto sobre las clasificaciones visuales.

Nos ha sorprendido particularmente un aspecto de las reacciones de los sujetos, y es importante insistir en ello para concluir, pues es difícil subrayarlo en los protocolos de experiencias sin completar éstas con películas de las manipulaciones de los objetos a clasificar: es que, en lugar de volver constantemente hacia atrás para comparar las nuevas parejas de elementos con los elementos ya explorados, el sujeto procede muy rápidamente, como si "viera" el conjunto. La razón es doble. Por una parte, en el momento de la exploración inicial, el sujeto experimenta en general la necesidad de una enumeración sistemática, con denominaciones verbales, bastante vagas pero al menos con la ayuda del lenguaje (exteriorizado y, sin duda, interior) y, a este respecto hay muy pocas diferencias entre los resultados de las

técnicas con y sin enumeración sugerida. Por otra parte, si el sujeto vuelve poco hacia atrás en sus manipulaciones, es porque reemplaza esas retroacciones efectivas por retroacciones mentales, ayudadas por el recuerdo y la palabra, pero consistentes sobre todo en una continua organización, es decir en sistematizaciones y recomposiciones de las relaciones sucesivamente percibidas.

En pocas palabras, por sus mismas limitaciones, las comparaciones táctiles desencadenan una mayor actividad por parte del sujeto, y, si bien proceden elemento por elemento, por relaciones sucesivas en cuanto a las aproximaciones materiales de los objetos, el sujeto tiende a llenar esas lagunas mediante una red de retroacciones cada vez más apretada que reemplaza esa aprehensión de conjunto simultánea propia de las comparaciones visuales. El interés de los hechos contenidos en este capítulo es pues, a este respecto, el de demostrar la importancia de los procesos retroactivos cuya existencia ya había sido supuesta a partir del análisis de las clasificaciones visuales.

Se explica así la precocidad y la facilidad relativas de las anticipaciones en este dominio táctil. A partir de los 5 años, encontramos algunas anticipaciones propiamente dichas del primer criterio (cf. 3, los casos de Fri y de Ale) y observamos sobre todo, en el momento de los tanteos (3, primer grupo de sujetos), semi-anticipaciones que surgen sobre la marcha y que preparan de manera casi continua las reacciones operatorias finales. Una vez más, los hechos descriptos en este capítulo verifican nuestras suposiciones anteriores sobre el parentesco íntimo de los procesos retroactivos y anticipatorios, por esa misma razón, todo esquema de asimilación, readaptado y recompuestos gracias a una retroacción suficiente, se hace susceptible de cumplir la función de esquema anticipador en las comparaciones ulteriores.

Es este juego combinado de las retroacciones y anticipaciones lo que explica el carácter más sorprendente de las reacciones observadas: la capacidad general de los sujetos (aun en los pequeños del estadio I desde el momento que son incitados por el experimentador) para abstraer cualidades comunes a conjuntos de elementos cada vez más amplios. Tal abstracción constituye la mejor prueba del carácter activo, y no solamente perceptivo, de las clasificaciones, puesto que se afirma tanto más vigorosamente cuanto el sujeto no está dominado y, por decirlo así, sumergido en el conjunto de las relaciones percibidas simultáneamente, como ocurre en el ámbito visual, sino que permite el sistema de los procesos retroactivos y anticipadores. Ciertamente, las cualidades así abstraídas (primero la forma, luego, a partir del estadio III el tamaño o las dos o tres dimensiones de los objetos) corresponden a relaciones perceptivas y podría sostenerse que también dan lugar a una abstracción a partir de la percepción y a partir del objeto mismo. Pero, tanto en este caso como en otros, hay más en la noción (abstracta) que en la percepción, es decir que la abstracción consiste en agregar relaciones al dato perceptivo y no sólo en extraerlas. Reconocer la existencia de cualidades comunes tales como cuadrado o redondo, grande o pequeño, "chato" o de tres dimensiones, etc., equivale a construir esquemas relativos a las acciones del sujeto tanto co-

mo a las propiedades del objeto: un cuadrado (material) es una figura cuyos cuatro lados o ángulos son igualables en el objeto, pero que sólo llegan a ser iguales una vez igualados (en acciones de medir o mentalmente) por la actividad del sujeto. De una manera mucho más general, las cualidades comunes sobre las cuales se funda una clasificación son "comunes" en la medida en que la acción del sujeto las pone en común tanto como en la medida en que los objetos se prestan a esta puesta en común. La abstracción es así función de una actividad y es por eso que, en lugar de retrasarla, las lagunas de la comparación táctil la favorecen, como si fuera función de la percepción solamente.

Resumiendo, este análisis de la clasificación táctil verifica, tanto por las diferencias como por las semejanzas entre este modo de clasificación y el modo visual, la naturaleza operatoria de la clasificación. Nos prepara así para la comparación final a la que es conveniente nos aboquemos ahora: la de las clasificaciones (tactiles y visuales) y de las seriaciones (tactiles y visuales), a propósito de las cuales se presentan con mucha mayor agudeza los problemas de las relaciones entre la percepción y la operación.

Capítulo IX

LAS ETAPAS DE LA SERIACION VISUAL Y TACTIL Y DE SUS ANTICIPACIONES[1]

En los capítulos I-IV hemos comprobado que la principal dificultad de la construcción operatoria consistía en coordinar la extensión y la comprehensión cuando ni la percepción ni el esquematismo sensomotriz permiten por sí mismos tal coordinación: de allí la longitud del camino a recorrer entre las colecciones figurales, aún dominadas por las configuraciones perceptivas y sensomotrices, y las clasificaciones jerárquicas fundadas en la inclusión. Las clasificaciones multiplicativas (matrices o tablas con entrada doble) parecen beneficiarse en cambio con una ayuda de naturaleza perceptiva, puesto que el juego de las dobles simetrías prefigura en un sentido las correspondencias multiplicativas; pero hemos visto que no existía continuidad entre esas dos clases de factores y que la estructuración operatoria sigue siendo necesaria para pasar de las seudo-soluciones figurales a las soluciones del problema propiamente dichas. Ha llegado pues el momento de comparar estas situaciones de la clasificación aditiva o multiplicativa en el caso de la seriación, que parece completamente diferente, y de averiguar si las dos clases de evoluciones son paralelas o heterogéneas.

[1] Con la colaboración de M. Zanetta.

§ 1. PLANTEO DEL PROBLEMA

Las dos grandes diferencias entre la seriación y la clasificación residen en que en la primera se percibe una relación, mientras que una clase como tal no podría ser percibida, y en que la configuración serial (con diferencias iguales) constituye una "buena forma" perceptiva, en apariencia más simple y más elemental que las estructuras de matrices. Si las estructuras operatorias derivaran directamente de las estructuras perceptivas, deberíamos contar con una elaboración mucho más precoz de la seriación que de la clasificación: pero no es éste el caso, o, al menos, si existe un ligero adelanto promedio de una sobre otra, es solamente alrededor del nivel de 7-8 años que se constituyen ambas.

Los dos problemas principales que surgen de estos hechos son los siguientes: (1) ¿Constituye la configuración serial de naturaleza perceptiva un hecho primero, cuya seriación podría ser abstracta? (2) ¿Cuáles son los caracteres propios de la seriación operatoria (sobre agregadas por ella a las configuraciones seriales) susceptibles de explicar la fecha relativamente tardía de la constitución de esta estructura?

El primero de estos dos problemas supone un análisis de las percepciones como tales que no podría ser realizado dentro del marco de esta obra. No es menor la necesidad de resumir los resultados conocidos al respecto, puesto que ellos determinan en parte la solución de nuestro segundo problema.

Conviene recordar ante todo que, bajo una forma de tanteo no sistemático, la seriación ya está presente desde el nivel sensomotriz, al menos cuando las diferencias entre los elementos a seriar son perceptivamente suficientes para evidenciarse por simple inspección de conjunto: cuando un bebé de un año y medio construye una torre superponiendo cubos de tamaños decrecientes, o cuando un poco más tarde logra realizar la prueba de encajes Montessori, de hecho se aboca a conductas de seriación que, al mismo tiempo que engloban la percepción de las relaciones, implican un esquema sensomotriz que trasciende la simple percepción. Es lícito preguntarse entonces si las configuraciones seriales perceptivas no están influidas por tales esquemas de acción en lugar de constituir su fuente.

Si examinamos ahora las reacciones perceptivas de niños de 4 a 10 años ante configuraciones seriales que presentan diferencias ya iguales (línea de cimas que constituyen una recta), ya crecientes o decrecientes (línea de cimas de forma parabólica, con un eje vertical u horizontal),[2] encontramos en las observaciones siguientes la prueba del carácter tardío de la utilización de la forma de conjunto: cuando se pide al niño que compare

[2] Ver J. PIAGET y A. MORF, *Les préinférences perceptives et leurs rélations avec les schémas sensori-moteurs et opératoires,* en Etudes d'Epist génét. (Paris P.U.F.), vol. VI, *Logique et perception,* cap. III.

las diferencias entre dos elementos contiguos colocados cerca de la iniciación de la serie y dos elementos colocados cerca del final, los sujetos más jóvenes (5-7 años) tienen necesidad de una comparación directa por transporte de la primera diferencia sobre la segunda, mientras que los mayores (9-10 años) perciben inmediatamente la igualdad o desigualdad de esas diferencias refiriéndose al conjunto de la configuración y especialmente a la línea de cimas; una contraprueba decisiva consiste en hacer comparar las diferencias entre dos parejas contiguas de elementos, lo que da lugar nuevamente a una comparación directa en los pequeños y a referencias a la forma de conjunto en los mayores.

Recordemos además que el análisis de los efectos seriales medidos por Lambercier a propósito de la constancia de los tamaños, muestra que la transposición de la igualdad de las diferencias aumenta con la edad, lo que confirma el carácter secundario de la forma de conjunto, o dicho de otro modo, de la configuración propiamente serial.[3]

Los hechos actualmente conocidos parecen indicar pues que el esquema perceptivo que corresponde a la configuración serial no constituye un dato primitivo cuyas estructuras de seriación operatoria podrían ser abstraídas, sino que él mismo está influido por las actividades del sujeto: por una parte actividades perceptivas, pero, por otra, también actividades sensomotrices o acciones de ordenar los objetos. En otras palabras, el sujeto percibiría inmediatamente el conjunto de la configuración serial sólo en la medida en que reconociera una estructura que él es capaz de construir o reconstituir: sería entonces en la dirección de esos esquemas sensomotrices y no en la de los esquemas exclusivamente perceptivos, que convendría buscar la fuente de las operaciones de seriación, en tanto resultado interiorizado de las acciones anteriores del sujeto.

El segundo de nuestros problemas se plantea entonces en los siguientes términos. Si los esquemas que corresponden a las configuraciones seriales son de naturaleza sensomotriz, es decir que derivan no sólo de la percepción sino de la acción entera, debe ser posible seguir etapa por etapa los diferentes intermediarios entre la seriación figural y la seriación operatoria, y determinar así lo que la segunda agrega a la primera. Esto es lo que hemos hecho en el caso de las clasificaciones. Pero la situación propia de la seriación difiere de ellas en que la configuración serial, siendo perceptible, parece de buenas a primeras más próxima a la seriación operatoria que las colecciones figurales a las clasificaciones jerárquicas con sus inclusiones. Se tratará entonces, puesto que la seriación operatoria no es en realidad más precoz que la clasificación operatoria, de encontrar intermediarios que marquen al mismo tiempo el adelanto inicial de las configuraciones seriales sobre la seriación operatoria y las diferencias entre ambas, diferencias que, por otra parte, deben ser bastante grandes como para explicar el carácter relativamente tardío de esta última.

Efectivamente, se observan tales intermediarios, y responden bien a la

[3] M. LAMBERCIER, *La constance des grandeurs en comparaison sériale*, Arch. de Psychol., Rech. VI (Sur le développement des perceptions). Ver también la Rech. VIII.

doble exigencia que acabamos de formular: por su carácter figural, que corresponde tarde o temprano a buenas formas perceptivas, las configuraciones seriales, a partir de los 5-6 años, dan lugar a semi-anticipaciones cuyo equivalente no encontramos en el ámbito de las clasificaciones, sin duda por falta de una percepción posible de las clases como tales. Después de haber examinado, en el capítulo precedente, el problema de las relaciones entre la anticipación y las operaciones aditivas y multiplicativas de clasificación, en el capítulo IX vamos pues a estudiar la naturaleza de esas semi-anticipaciones de la configuración serial, es decir que trataremos de comprender lo que las hace posibles desde el nivel preoperatorio, pero también lo que aún les falta para llegar a una organización operatoria de las acciones necesarias para la seriación.

Pero, para disociar mejor lo que, en la seriación, procede de los factores figurales y lo que concierne a las operaciones como tales, disponemos de otro método de control: analizar las seriaciones efectuadas sobre objetos percibidos por vía exclusivamente táctilo-kinestésica y comparar esas "seriaciones tactiles" con las seriaciones visuales ordinarias. Por otra parte, una vez que el sujeto ha explorado táctilmente los bastoncillos a seriar, nada impide que le pidamos que anticipe mediante un dibujo la configuración que va a construir: la comparación entre esas anticipaciones gráficas en las pruebas tactiles y en las pruebas visuales proporcionará así un nuevo elemento de información.

§ 2. LA SERIACION Y LA ANTICIPACION DE LAS CONFIGURACIONES SERIALES EN EL CASO DE LOS ELEMENTOS PERCIBIDOS VISUALMENTE

Uno de nosotros ya había estudiado con A. Szeminska el desarrollo de las conductas de seriación usando un material de 10 regletas de 9 a 16,2 cm. y un juego de regletas de dimensiones intermedias para intercalar fuera de tiempo en la serie constituida.[4] Encontramos tres estadios. En el curso del primer estadio, el niño fracasa en la seriación de los 10 elementos iniciales: procede por parejas o por series de 3 ó 4 que luego no puede coordinar. Durante el segundo estadio el sujeto logra la seriación, pero por tanteo empírico, y consigue intercalar los elementos intermedios mediante nuevos tanteos y, en general, recomenzando todo. En cambio, en el ter-

[4] Ver PIAGET y A. SZEMINSKA, *La genèse du nombre chez l'enfant*, Delachaux y Niestlé, 1941, cap. VI.

cer estadio, que empieza hacia los 7-8 años, el sujeto usa un método sistemático que consiste en buscar primeramente, entre todos los elementos, el más chico (o el más grande), luego el más pequeño entre todos los restantes, etc.: únicamente este método puede ser considerado como operatorio, pues da testimonio del hecho que un elemento cualquiera E es al mismo tiempo más grande que los precedentes ($E > D$, C, etc.) y más chico que los siguientes ($E < F$, G, etc.). Esta reversibilidad operatoria del tercer estadio va acompañada, además, de una capacidad de intercalar directamente (sin tanteo) los elementos suplementarios.

Nuestro primer cuidado ha sido verificar estos antiguos resultados desde el doble punto de vista de la edad en que se obtiene el éxito final (3er. estadio) y del orden de la sucesión de los estadios. B. Oxilia y E. Schircks se han abocado a una standardización de la prueba y a un ajuste estadístico mediante los métodos de Kendall, resultados que aparecerán en la obra que preparan B. Inhelder y Vinh-Bang sobre la validación de distintas pruebas de desarrollo. Tomamos de esta investigación el siguiente cuadro, que es útil citar como punto de partida para otros análisis que seguirán (pero sin volver sobre los elementos intercalables que no cumplirán ninguna función en los problemas de anticipación ni en los de seriación táctil:

Cuadro XXIII. *Evolución de la seriación (en %)*

Edades: *(Número de sujetos)*	*4* *(15)*	*5* *(34)*	*6* *(32)*	*7* *(32)*	*8* *(21)*
Estadio I A. Fracaso en la seriación (ningún ensayo de ordenación)	53	18	7	0	0
Estadio I B. Fracaso en la seriación (pequeñas series incoordinadas)	47	61	34	22	0
Estadio II. Exito por tanteo	0	12	25	15	5
Estadio III. Exito por método operatorio	0	9	34	63	95

Comprobamos así que sólo a los 7-8 años se alcanza la seriación sistemática para el material usado. Por supuesto, esta edad promedio es relativa a un determinado material. Ya hemos insistido[5] en que la seriación de pesos presenta un retraso medio de alrededor de dos años, etc. En cuanto

[5] J. PIAGET y B. INHELDER, *Le développement des quantités chez l'enfant*, Delachaux et Niestlé, 1941.

a las longitudes mismas, es evidente que usando menos elementos y sobre todo introduciendo entre ellos diferencias mayores, de modo que no sean necesarias continuas comparaciones de a dos elementos, llegaremos a resultados mucho mejores: ya no se trataría de razonamientos u operaciones sino simplemente de un ajuste perceptivo al esquema figural de conjunto cuya precocidad relativa comprobaremos inmediatamente. Si, por el contrario, aumentáramos el número de elementos, conservando al mismo tiempo entre ellos una diferencia bien perceptible (netamente supraliminar) pero lo bastante pequeña como para necesitar constantes comparaciones por parejas para encontrar el elemento más chico, luego el más chico de los elementos restantes, etc., es probable que la edad promedio del estadio III apenas se vería modificada: en efecto, una vez establecido un método sistemático, es susceptible de ser generalizada.

Siendo la edad promedio de los comienzos de la seriación operatoria de longitudes de 7-8 años, es decir más o menos contemporánea de la de los comienzos de la inclusión, conviene que nos planteemos ahora el problema de la anticipación de las seriaciones, para tratar, como dijimos en el parágrafo 1, de disociar los factores figurales de los factores propiamente operatorios en la constitución de ese esquema lógico.

Insistimos primeramente en que el esquema operatorio de la seriación (por lo tanto el método sistemático característico del estadio III) es necesariamente un esquema anticipador, pues el sujeto sabe de antemano que, buscando constantemente el más pequeño de los elementos restantes, construirá una serie tal que cada elemento será siempre mayor que los precedentes, y esto sin tanteos ni contradicciones. Ese carácter anticipador del esquema de la seriación es confirmado por un buen estudio de A. Rey[6] sobre los cuadrados "más chicos" y "más grandes" que pueden ser dibujados sobre una hoja de papel de 10 a 15 cm^2. dibujado en el centro: mientras los sujetos de 7-8 y más años dibujan resueltamente un cuadrado de 1-2 mm. de lado y otro bordeando la página, los sujetos menores tratan simplemente de dibujar al lado del modelo otros cuadrados un poco más chicos o un poco más grandes, y, cosa curiosa, ni siquiera consiguen eso y se limitan a oscilar alrededor de las dimensiones de la figura percibida: por falta de un esquema anticipador de la seriación, no llegan a imaginarse los límites de los cuadrados dibujables sobre la hoja dada. Por supuesto, entre estos dos tipos extremos de reacciones, encontramos todos los intermediarios: anticipaciones elemento por elemento, con detención más o menos rápida de las series crecientes o decrecientes, etc.

El problema que vamos a plantearnos es otro. En el caso del cuadrado más chico o más grande de Rey ha sido dado un solo elemento y se trata de imaginar los términos límites de una serie totalmente virtual. Por el contrario, en la situación que vamos a estudiar, el sujeto percibe previamente todos los elementos de la serie que se tratará de elaborar y se le solicita que imagine (y dibuje) de antemano la serie que va a construir: en ese caso

[6] A. REY, *Le problème psychologique des "quantités limites" chez l'enfant,* Revue suisse de psychologie, 1943, vol. II, p. 238-249.

únicamente la forma de conjunto de la serie permanece virtual, mientras que los elementos son realmente percibidos (visualmente en el caso particular y táctilmente en el parágrafo siguiente).

La primera pregunta es, pues, la siguiente: la anticipación de la serie, ¿aparecerá sólo al nivel de la operación misma (7-8 años), o al contrario existe un nivel en que la serie es anticipada en tanto marco (por ejemplo mediante un dibujo de elementos bien ordenados) pero sin que el sujeto pueda, de hecho, seriar inmediatamente los elementos dados en forma desordenada? En este segundo caso, el segundo problema será el de comprender la naturaleza de esta semi-anticipación, es decir, determinar al mismo tiempo cómo ha sido posible y qué es lo que falta todavía para llegar a una organización operatoria de la seriación. En efecto, es una paradoja admitir que el niño, en determinado nivel, pueda efectuar una seriación mediante el dibujo y no sepa construirla de hecho, como si ordenar símbolos gráficos cualesquiera (es decir que no corresponden término a término a los elementos dados) fuera más simple que ordenar objetos materiales...

Sin embargo es esta situación paradojal lo que hemos observado mediante la técnica siguiente. Se empieza por presentar al sujeto 4 muñecas de tamaños desiguales haciéndoselas seriar para fijar las ideas. Luego se le entregan en forma desordenada 10 regletas de colores de 9 a 16,2 cm. (con diferencias de 0,8 a 0,5 cm^2. de sección) avisándole que deberá ponerlas en orden, como hizo con las muñecas. Pero, antes de ordenarlas, tendrá que "adivinar" el orden y dibujar el resultado de esta ordenación. El dibujo se hace entonces de dos maneras. En primer lugar se pide un dibujo en colores: como cada regleta tiene su color propio, se le proporcionan al niño lápices de colores correspondientes (naturalmente se le entregan más lápices de colores diferentes que regletas) y se le permite tocar las regletas para verificar la correspondencia de cada una de ellas con el lápiz usado para representarla (pero naturalmente el sujeto debe volver a colocar la regleta en el lugar donde la ha tomado y no se le permitirá seriar las regletas antes de que haya terminado los dibujos). Si falla el dibujo en colores, se le pide al sujeto un dibujo en lápiz negro, que es ventajoso proponer a todos los niños. Una vez terminados los dibujos, se pasa a la seriación efectiva de las regletas, para comparar el nivel de anticipación gráfica del niño con su nivel de seriación operatoria.

Tenemos aquí los resultados obtenidos sobre 88 sujetos. Distinguiremos tres clases de anticipaciones gráficas: (1) el logro de la anticipación analítica, es decir con correspondencia exacta de los colores y los tamaños y seriación gráfica exacta de estos últimos; (2) la anticipación global, es decir el logro del dibujo en negro, o la construcción de un dibujo en colores con buena seriación de los tamaños pero sin correspondencia entre los colores y los elementos reales; (3) el fracaso de la anticipación global. En cuanto a la seriación real, distinguiremos el éxito operatorio, el éxito por tanteo y el fracaso:

Cuadro XXIV. *Porcentaje de variedades de anticipación gráfica y de las seriaciones en actos:*

Edades	*4*	*5*	*6*	*7*	*8-9*
(Número de sujetos)	*(19)*	*(33)*	*(19)*	*(10)*	*(7)*
I. Fracaso de la anticipación .	89	42	5	0	0
Anticipación global	11	55	73	20	0
Anticipación analítica	0	3	22	80	100
II. Fracaso de la seriación	84	54	42	0	0
Exito por tanteo	16	40	36	20	14
Método operatorio	0	6	22	80	86

Para captar el significado de este cuadro conviene recordar ante todo que la anticipación gráfica de la seriación constituye en un sentido un ejercicio de la seriación en acto; esto explica por qué los resultados de esta última son un poco mejores (al menos por tanteo) entre sujetos de 4 y 7 años que en los sujetos del cuadro XXIII (los resultados de 8-9 años no implican diferencia con los del cuadro XXIII puesto que se trata solamente de 7 sujetos). Sin embargo a los 5 y 6 años se comprueba un neto avance de la anticipación gráfica sobre la seriación en acto: 55 + 3 a los 5 años contra 40 + 6, y 73 + 22 a los 6 años contra 36 + 22. Estas diferencias son tanto más sorprendentes cuanto que, si la anticipación "analítica" corresponde a la seriación operatoria (y se da en los mismos sujetos, excepto uno, a los 5 años), la anticipación "global" no corresponde de ningún modo, al menos en el mismo sentido, a la seriación por tanteo: la anticipación global es un dibujo sin tanteo de la configuración serial correcta, al que falta la seriación del detalle de los elementos según sus colores, pero que en su marco representa el resultado figural a alcanzar. Ocurre pues que este marco es imaginado a los 5 y sobre todo a los 6 años antes de toda seriación operatoria generalizada y de una manera mejor que aquélla en que se realiza la seriación por tanteo, a la cual, por otra parte, sirve de modelo interno.

Antes de tratar de explicar este hecho interesante, conviene proporcionar un análisis cualitativo de las etapas de la evolución correspondiente al cuadro XXIV, diferenciando un poco más los estadios.

El estadio I: ausencia de anticipación. Los sujetos de este nivel no logran ni una anticipación gráfica de la serie ni una seriación efectiva, lo que quiere decir que el dibujo no está más adelantado que la acción ni a la inversa, ambos llegan solamente a parejas o tríos no coordinados entre sí.

Fra (4; 0) dibujo en colores: siete trazos de la misma longitud que ocupan todo el alto de la página y dos trazos pequeños (más de diez veces más cortos que los anteriores). Los dibujos en negro dan (1) un trazo largo y uno corto, y (2) cinco trazos de los cuales dos largos alternan con tres cortos. La serie efectiva procede por parejas no coordinadas.

Gil (4; 8) dibuja en colores nueve elementos alternando regularmente por parejas: pequeño, grande, pequeño, grande, etc., la altura de los grandes difiere de uno a varios centímetros y la de los pequeños permanece sensiblemente igual. El dibujo en negro presenta siete elementos según el mismo principio. La seriación efectiva no es mejor. Además se le ha pedido a este sujeto que copie en colores una serie correcta efectuada ante él: si los tres primeros elementos marcan un decrecimiento, el cuarto y el quinto son iguales, el sexto más pequeño que el séptimo, igual al octavo y el noveno más pequeño que todos los demás.

Cal (5; 5) a pesar de su edad no consigue seriar las cuatro muñecas iniciales que entonces se le ordenan. En presencia de las regletas en desorden, dibujo I: tres trazos iguales seguidos de uno pequeño, colores arbitrarios. Dibujo II: 9 trazos negros y uno en amarillo, todos iguales. Dibujo III: 2, 1, luego 9, 3, 8, 2, 1, (estos números corresponden a los tamaños). Seriación efectiva: 2, 4, luego 2, 3, luego 2, 5, luego 1, 2, 7, 5, 3, 6, 4, 9, 8, 10, (= números de regletas).

Hil (4; 5). Muñecas correctamente ardenadas. "Y ahora me gustaría que me dibujaras los bastones, pero en orden, empezando por el más pequeño, luego un poco más grande, un poco más grande hasta el mayor de todos". (Dibujo en negro: 2, 1, 4, 10, luego 10, 2, 6, 8, 7. Seriación efectiva: 1, 3, 7, luego 8, 7, luego dos series: 1, 3, 7, 10 y 2, 4, 8, 9, pero no las coordina).

Cha (4; 5). Muñecas correctas. Dibujos: 1, 3, 9, 7, 4, luego a la izquierda de 1: 5, 8, 6, 2, de donde: 5, 8, 6, 2, 1, 3, 9, 7, 4. Seriación efectiva: 2, 8, 9, 3, 4, 10, luego 2, 4, 7, (sin coordinación entre dos).

Jos (5; 6). Muñecas correctas. Dibujo en negro: 2, 4, 5, 6, 8, 7, 3, 9. Seriación efectiva: 1, 9, 10 (fin).

Como se ve, o bien no hay ninguna anticipación (dibujo de trazos de longitudes iguales: cf. dibujo II de Cal), o bien el niño dibuja pequeñas series de 2-3 elementos en orden creciente o decreciente pero sin coordinación entre ellas, y así los seria efectivamente. En este último caso, casi podríamos hablar de anticipación, pero se trata simplemente de una misma conducta aplicada ya al dibujo, ya al ordenamiento de los objetos mismos sin que ninguna de esas dos manifestaciones esté más adelantada que la otra, como ocurrirá en el estadio II: se limitan, en efecto, a copiar esos elementos en parejas o en tríos, mientras que cuando se inicie la anticipación de la estructura de conjunto el dibujo expresará una configuración no alcanzada aún por la acción y esto traerá aparejadas disociaciones entre el color y el tamaño. Este estadio I presenta un curioso problema por comparación con la sucesión de los estadios de la clasificación. En efecto, en este último caso, el estadio I es el de las colecciones no figurales, mientras que, en el caso de la seriación, el estadio I es el de las pequeñas series no coordinadas (tanto en el dibujo como en la seriación efectiva) y el estadio II será el de una anticipación gráfica de la configuración serial de conjunto y del logro parcial o total de la seriación efectiva pero siempre por tanteo: parece pues que allí falta la estructuración figural de la seriación a nivel de las colecciones figurales de clasificación, y anticipación figural de la seriación a nivel de las colecciones no figurales de clasificación. En realidad el paralelismo se restablece desde el momento en que se formula

la cuestión en términos de "comprehensión" y de "extensión" como hemos hecho con las clasificaciones. La "comprehensión" de la serie, es el orden de las diferencias, mientras que su extensión es el conjunto de sus elementos. Hemos visto que las "colecciones figurales" (cap. I) se debían a una falta de coordinación entre la comprehensión (relaciones de semejanzas) y la extensión (conjunto de elementos) porque las relaciones de comprehensión y, por lo tanto, las semejanzas, solamente son alcanzadas por comparaciones sucesivas en el tiempo, mientras que la extensión está dada por percepción espacial actual. Pero entonces ocurre exactamente lo mismo con las seriaciones por parejas o tríos no coordinados del estadio I: si el niño fracasa en la seriación completa, tanto en el dibujo anticipador como en la acción concreta, es porque esta acción supone una serie de comparaciones sucesivas en el tiempo, que se tratará de relacionar en un todo espacial actual: el sujeto se limita a comparaciones entre elementos próximos (parejas o pequeñas series) y las yuxtapone en el espacio en un alineamiento generalmente único, uniendo unas con otras. A pesar de las apariencias, la figura obtenida corresponde bien a la colección figural, y también al "objeto complejo" mismo en tanto resulta de una falta de coordinación suficiente entre la extensión y la comprehensión, mientras las configuraciones seriales anticipadas del estadio II señalarán, como veremos, un neto progreso en esta coordinación (como en el caso de las colecciones no figurales para la clasificación), pero sin alcanzarla aún completamente.

El estadio II: semi-anticipaciones. Subestadio II A: falta de correspondencia entre el dibujo anticipador y el detalle de los elementos a seriar. Seriación efectiva no siempre lograda, ni siquiera por tanteo. Este nivel II es de gran interés porque el niño consigue, después de algunos ensayos, o bien cada vez más desde el principio, anticipar mediante el dibujo una seriación correcta, mientras que, en la acción efectiva, la seriación sólo es lograda aproximadamente y, cuando el logro es total, lo es por tanteo. Distinguiremos ante todo un subestadio II A durante el cual el dibujo anticipador no corresponde a los elementos dados en el sentido de la correspondencia entre los tamaños y los colores. Además podemos diferenciar numerosos tipos particulares, según que las series posean diferencias regulares o irregulares y estén más o menos trabadas por colores, pero sólo entraremos en esos detalles a propósito de los casos individuales:

Bad (5; 2). Material inicial: 9 regletas del mismo color: —Las colocarás desde la más grande hasta la más chica. ¿Puedes adivinar cómo quedarán? —*Sí.* —Dibújalas. (Dibuja una casa). —No, estos bastones. (Dibuja en negro 8 rectángulos alargados). Este dibujo está bien seriado: los rectángulos tienen 7, 11, 19, 27, 57, 65, 82 y 91 mm de altura, las diferencias son, pues, irregulares pero constantemente crecientes. El niño ha mirado el material después de haber dibujado cada elemento, pero no se puede establecer si ha querido copiar cada elemento o si se ha contentado con una visión global. Después se le señala con el dedo el primero y el último de los elementos dibujados preguntándole a cuáles corresponden: Bad los coloca sobre su dibujo y coloca también los demás, que son así

correctamente seriados gracias al dibujo. Inmediatamente se le pide que los serie de nuevo, pero ahora sin el dibujo: Bad llega a este resultado: 1, 5, 2, 6, 3, 9, 4, 7, 8. —¿Lo hiciste igual que en el dibujo? —*Sí*. —¿Los ordenaste de mayor a menor? —*Sí*. (Se corrigen los dos primeros colocándolos en orden: 1, 2). (Bad continúa entonces, llegando a 1, 2, 3, 5, 4, 8, 7, 6, 9). La seriación ha fracasado.

Dom (5; 3) seria bien las cuatro muñecas. Dibujo I (en colores) "de mayor a menor": 7, 1, 2, 4, 10, 3, 6, 5, 8, 9. —¿Cómo podemos saber si los dibujaste todos? (Coloca algunos sobre el dibujo). —Dibújame con este lápiz (negro) cómo quedarán cuando estén bien ordenados. El dibujo II da entonces una buena seriación de 185 a 90 mm (diferencias más o menos regulares). Seriación efectiva: primero 1, 2, 3, 4, 6, 5, luego lograda por tanteos.

Bar (5; 3) anuncia que pondrá los más chicos de un lado y los más grandes del otro. El dibujo I proporciona de entrada una buena seriación con diferencias regulares, pero sin correspondencia entre los tamaños y los colores (no mira los modelos), y con 12 elementos (tres colores de más). Seriación efectiva: series pequeñas con los elementos y fracaso en el todo.

Man (5; 6). En la primera prueba dibuja también un orden regular ascendente, pero sin correspondencia con los colores. Se le presentan sólo cinco elementos pidiéndole que indique bien los colores; el sujeto lo hace pero a expensas de la seriación. Seriación efectiva: pequeñas series no coordinadas.

Bor (5; 9) primero dibuja buscando la correspondencia con los colores; lo obtiene aproximadamente pero sin seriación. Dibujo II: serie en orden decreciente pero sin correspondencia entre los tamaños y los colores (un elemento de más, tres veces el verde, pero diferencias casi regulares). Dibujo III (se pide nuevamente la correspondencia con los colores): cae otra vez en la no-seriación. Seriación efectiva: 1, 7, 2, 8, 6, 3, 4, 3, 9, luego 1, 3, 2, 6, 4, 5, 7, 9, 8, 10, luego correcciones hasta lograrla.

Plo (6; 0) comienza por dibujar con los lápices de color pero se limita a alinear los elementos sin base común ni seriación de cimas. En, cambio con el lápiz negro realiza una serie regular. Seriación efectiva: pequeñas series no coordinadas.

Ang (7; 0) dibuja primero los elementos coloreados con tamaños iguales y sin tener en cuenta el orden real. —Miro según los colores: el verde está, el rojo está, etc. —Me gustaría que dibujaras los bastones ordenados de acuerdo a sus tamaños (repetición de la consigna inicial, pero con un lápiz negro). (Mira atentamente el material). —*Primero el verde* (dibuja un trazo y mira el material después de cada nuevo elemento). Consigue así una buena serie regular. —¿Podrías hacer el dibujo sin mirar los bastones? —*No* (dibuja tres y se detiene). Seriación efectiva: 1, 2, 4, 3 (corrige), 6, 5 (corrige), 7, 8 (los compara), 9, 10.

A pesar de las grandes diferencias de las reacciones individuales, su carácter común es evidente: cada uno de esos sujetos es capaz de proporcionar, mediante el dibujo, una buena seriación de 9 ó 10 elementos, mientras que su seriación efectiva o bien fracasa, o sólo se logra por tanteos. En lo que concierne a la anticipación por el dibujo, el sujeto puede lograrla correctamente en el primer ensayo, ya sea porque el material es unicolor,

o porque emplea los colores pero sin preocuparse por la correspondencia entre éstos y los tamaños (Bar y Man). Cuando la anticipación correcta de la seriación no es obtenida en el primer ensayo quiere decir que el sujeto ha querido tener en cuenta los colores y entonces ha descuidado el orden de los tamaños (Dom, Bor, Plo, Ang): por el contrario, cuando los sujetos dejan de lado los colores consiguen, como los primeros, una anticipación gráfica correcta de la seriación, ya sea en negro (Dom, Plo y Ang), ya sea usando distintos colores (Bor). Estos mismos sujetos, a pesar de ser aptos para una anticipación justa e inmediata, fallan en la seriación efectiva (Bad, Bar, Man y Plo) o sólo la consiguen después de errores y correcciones, es decir, sin método operatorio sistemático. El principal problema que presenta este subestadio II A es, pues, el del contraste entre el carácter sistemático del dibujo de la seriación anticipada (una vez dejados de lado los colores) y la ausencia de sistema en la seriación en acción. En efecto, nada impediría que estos mismos sujetos seriaran en acción las regletas por orden de tamaños dejando de lado los colores, pues la seriación debe ser realizada teniendo en cuenta únicamente las dimensiones, pero sabemos (ver cuadro XXIV) que en general, en este mismo nivel, las seriaciones fracasan o son obtenidas por tanteos aunque se trate de elementos de color uniforme. Si el factor color no constituye la razón de las dificultades de los sujetos para la seriación en acción, el primer problema será el de explicar la razón del notable adelanto de la anticipación sistemática en el dibujo sobre la seriación operatoria realizada de acuerdo con los objetos mismos.

La solución de este primer problema es muy simple. Como hemos visto, el método sistemático propio de la seriación operatoria implica la reversibilidad: colocar el elemento más pequeño, luego el más pequeño de los que quedan, etc., equivale a comprender que un elemento cualquiera E es a la vez más grande que los precedentes ($E > D$, C, etc.) y más pequeño que los siguientes ($E < F$, G, etc.). Ahora bien, esto no es exigido por el dibujo, pues los elementos sucesivamente dibujados no son comparados de a dos entre ellos, sino que se agregan simplemente unos a otros según un solo sentido de variación, que constituye así un sentido único e irreversible de la acción de relacionar. Por eso ya hemos insistido en que la anticipación por medio del dibujo no es un esquema anticipador completo u operatorio: no anticipa las comparaciones que necesita la seriación operatoria en acto realizada sobre los objetos (pues ésta supone la coordinación de dos sentidos de variación: mayor y menor), sólo anticipa el resultado global a obtener, sin los pasos necesarios para lograrlo. En realidad sólo se trata de una semianticipación en el sentido más concreto del término, ya que la anticipación tiene que ver sólo con uno de los dos sentidos de variación y no con los dos a la vez. Es normal, pues, que esta semianticipación presente un adelanto de un estadio sobre la seriación operatoria y sobre el esquema anticipador (en sentido completo) que involucra. Pero si bien nuestro primer problema ya ha sido resuelto, queda otro, que consiste en explicar la formación de esta semianticipación, aún inaccesible para los sujetos del estadio I. Aquí volvemos a encontrar las rela-

ciones entre la "comprehensión" y la "extensión" de las series que, como hemos comprobado, permanecían todavía no coordinadas en este estadio inicial, porque la "comprehensión" u orden de las diferencias supone una serie de comparaciones en el tiempo, mientras que la extensión corresponde a una figura espacial actual. Se comprende entonces que con los progresos de la puesta en relación en el tiempo (progresos debidos a todas las coordinaciones de las acciones) se llega a un momento en que es fácil para el niño prever la repetición indefinida de una misma relación <, <, etc., o >, >, etc. y representarla por medio de una figura espacial única expresada por el dibujo. Pero sobre todo se comprende que esta coordinación de la comprehensión y la extensión se facilita por el hecho de que la comprehensión en ese caso permanece sometida a la libre elección del destinatario, mientras que la misma coordinación en presencia de los objetos reales que hay que manipular y ordenar choca con la resistencia de la multiplicidad de las relaciones orientadas en los dos sentidos < y >. Es por eso que esta coordinación está lejos de ser cumplida en el nivel II A: está como en proyecto, es decir en el terreno de la simple representación gráfica, pero no está en acto, en el terreno de la agrupación de los objetos mismos.

En cuanto a la naturaleza de la imagen gráfica y sobre todo de la imagen mental de la que es reflejo, volveremos a ocuparnos de ella una vez terminada la descripción de los estadios.

Estadio II. El subestadio II B: comienzo de correspondencia entre la anticipación gráfica y el detalle de las regletas a seriar. Seriación efectiva lograda por tanteos. El progreso realizado consiste en que el sujeto no se conforma con un dibujo "en abstracto", es decir que sólo exprese el esquema global de la seriación acabada, sino que, al dibujar ese esquema, trata de tener en cuenta los tamaños y los colores de los bastones a seriar. En este nivel la seriación efectiva es siempre exitosa, pero todavía por tanteo y sin método sistemático de naturaleza operatoria.

Rac (5; 2) dibuja en colores la serie 2, 1, 4, 3, 6, 10, 7, 5, 9, pero confiriendo a esos elementos tamaños en orden decreciente regular de 15 a 7,5 cm: ha buscado pues la correspondencia de los colores y los tamaños, pero sin evitar diversas inversiones, constituyendo así un caso intermedio entre los subestadios II A y II B. Seriación efectiva: primero 2, 1 corregidos por 1, 2 luego 1, 2, 4, 3 corregidos por 1, 2, 3, 4; continúa con este método por tanteo hasta el resultado correcto.

Pos (5; 4) dibuja 1, 4, 6, 8, 10, 9; luego agrega 2 delante de 1: hay pues dos inversiones y olvido de 3, 5, y 7, pero el dibujo está escalonado. Seriación efectiva: 2, 6, 9, luego 2, 6, 7, 8, 5, 9, 10 pero sin base uniforme. Llega a buen término pero después de una serie de nuevos tanteos.

Wal (6; 10) dibuja 1, 3, 5, 7, 9, 10 y 8 (el 8 es dibujado más pequeño por nocorrespondencia con el color), buena seriación de 5,5 a 1,7 cm. —¿No has olvidado nada? (Mira entonces solamente el dibujo, elemento por elemento). —*No.* —¿Por qué éste (8) después de éste (10)? —*No sé* (corrige). —¿Veremos así los bastones cuando estén ordenados? —*Sí.* —¿Seguro? —*No del todo.* Seriación

efectiva: 1, 3, 5, 7 mide 7 y 4 y pone 4 a un lado, etc., hasta llegar a 1, 3, 5, 7, 6, 2, 4, 8, 9, 10; hay pues dos series, luego corrige hasta obtener el resultado correcto.

El progreso cumplido en este subestadio II B consiste entonces en que la imagen gráfica, limitada a un esquema global cuya construcción tiene un sentido único, deja de ser una pura semi-anticipación para convertirse en parte anticipadora en sentido pleno, es decir que no sólo tiene que ver con el resultado de la seriación sino con los detalles de construcción. Es normal entonces que la anticipación gráfica y la seriación efectiva de estos sujetos sean exactamente del mismo nivel, sin adelanto aparente de la primera sobre la segunda, como en el subestadio II A.

El estadio III: anticipación correcta en el detalle y seriación efectiva de naturaleza operatoria. La imagen gráfica anticipadora es en principio totalmente correcta (únicamente subsisten errores ocasionales debidos a distracciones y no a falta de método) y la seriación efectiva totalmente operatoria. Existe una notable correlación entre estos dos caracteres (ver cuadro XXIV): todos los sujetos que presentan uno alcanzan el otro con alguna excepción a los 8 años y otro a los 5 años. Esta relación no tiene nada de sorprendente pues el mismo método de la organización sucesiva de las conductas que llega primeramente a una anticipación gráfica analítica que es inmediatamente aplicada a la seriación de los objetos previamente representados uno por uno. Veamos ahora tres ejemplos, comenzando por un caso intermedio:

Mil (6; 2) comienza con 2, 3, 1, 4, 5... 10, atribuyendo a los tres primeros elementos tamaños que no corresponden a los colores. Seriación efectiva: empieza a copiar el dibujo luego corrige 1, 2, 3: "*Estaba mal, el verde iba antes del rojo*", continúa correctamente sin volver a mirar el dibujo.

Pou (6; 1) dibuja sin errores e intercala correctamente los elementos que se le proponen. Seriación efectiva operatoria.

Ben (7; 1) dibujo y seriación efectiva inmediatamente correctos. Se deshace esta última y se le propone un nuevo elemento intercalable: Ben lo compara sistemáticamente con los elementos más pequeños y lo coloca entre 5 y 6 pero sin rehacer la serie. —¿Por qué allí? (Reconstruye la serie para probarlo). —*¡Ahí está!*

Comprobamos así que en este estadio la anticipación de la seriación por el dibujo está en el mismo nivel jerárquico que la seriación efectiva, como en el caso del estadio I, pero por razones inversas: en el estadio I ambas fracasaban por falta de coordinación entre la comprehensión (el orden de las diferencias), y la extensión, mientras que en el estadio II ambas son logradas analíticamente por coordinación completa entre estos dos aspectos de la serie. Durante el estadio II y en particular en el nivel II A, hay semi-anticipación relativa al esquema global de la serie únicamente, porque es más fácil coordinar la comprehensión y la extensión sobre un dibujo "en abstracto" que en el ordenamiento real de los elementos.

Nos queda por investigar la naturaleza de estas imágenes anticipadoras gráficas (globales en el nivel II A, o analíticas en el nivel III y en parte desde el nivel II B) en sus relaciones con la imagen mental eventual que la inspira o la acompaña y en sus relaciones con los esquemas perceptivos. En efecto, como se recordará (parágrafo 1) si las clases no son perceptibles como tales, las relaciones, en cambio, lo son y especialmente la seriación regular, que corresponde a una "buena forma" perceptiva. Ya hemos indicado por qué razones puede dudarse de que ese esquema perceptivo sea un hecho primero, pero no es menos cierto que la gran diferencia de conducta entre la evolución de las anticipaciones en el dominio de las seriaciones y en el de las clasificaciones está sin duda en relación con el hecho de que las relaciones son perceptibles, mientras que las clases no lo son. Es importante pues, a título de conclusión, tratar de despejar estas relaciones entre la anticipación, la imagen y la percepción. Aquí podemos dudar entre dos soluciones. Según la primera, el esquema global de semi-anticipación, y eventualmente el esquema operatorio mismo de la seriación, serían extraños por abstracción de "formas buenas" o de las experiencias perceptivas anteriores del sujeto y esto es lo que explicaría el adelanto de la anticipación serial sobre las anticipaciones de las clasificaciones. Según la segunda, ya la imagen anticipadora, y a fortiori el esquema operatorio, son abstraídos, no de la percepción de los objetos sino de la acción ejercida sobre esos objetos: la imagen porque es una imitación de la acción, por interiorización con estructuración más completa. Pero en esta segunda hipótesis la percepción conserva una cierta función, con influencia recíproca de la percepción sobre la acción y de la acción sobre los esquemas perceptivos: por una parte es más fácil engendrar por medio de la acción uniones bien perceptibles, es decir, relaciones (y extraer de ellas esquemas semi-anticipadores y esquemas operatorios) que uniones que no lo son, es decir, clases; recíprocamente, si las relaciones seriales se hacen bien perceptibles, es en razón del progreso de la acción, cuyos esquemas sensomotrices actúan a su vez sobre las actividades perceptivas (y si las clases en sí mismas nunca llegan a hacerse perceptibles es porque desbordan el marco espacio-temporal de las actividades perceptivas, pero la acción favorece la percepción de la pertenencia de los objetos a las clases, o, como dice J. Bruner, la "categorización" propia de la percepción). Ahora bien, creemos que la primera de estas dos hipótesis debe ser rechazada por las dos razones siguientes. La primera tiene que ver con las razones propiamente perceptivas que hemos resumido en el parágrafo 1 y que muestran hasta qué punto la percepción de las configuraciones seriales evoluciona en función de los progresos de la acción y de la operación misma en lugar de determinarlas unívocamente. La segunda está en relación con una pequeña experiencia que hemos realizado al margen de las que están expuestas en este parágrafo 2: en efecto, hemos pedido a algunos niños de los estadios inferiores, que, además de los dibujos anticipadores de la seriación, copien fuera de tiempo, en un nuevo dibujo, la seriación terminada (o construida por el experimentador). Nos encontramos con

que ninguno de los sujetos de tres años que fueron examinados llegó a alinear sus trazos según una línea de cimas creciente o decreciente, y que sólo el tercero de los sujetos de 4 años llegó a hacerlo de manera reconocible. Es pues difícil sostener que la imagen gráfica sea simplemente abstraída de la percepción: para dibujar la serie el sujeto debe reconstituirla gráficamente según una sucesión de gestos imitativos que involucran ellos mismos una seriación. Esta es facilitada naturalmente por la percepción del modelo, pero no es totalmente determinada por ella ya que resulta más fácil cuando el sujeto es capaz de efectuar, mediante la acción, seriaciones con objetos. Se comprende entonces cómo la imitación gráfica o la misma seriación efectiva pueden influir recíprocamente en la percepción como tal (cf. parágrafo 1).

En cuanto a la segunda hipótesis, los datos que nos va a proporcionar el análisis de la seriación táctil permitirán desarrollarla más adelante.

§ 3. LA SERIACION TACTIL Y SU ANTICIPACION MEDIANTE EL DIBUJO

A efectos de aclarar el papel de la percepción en la evolución de la seriación, hemos tratado de comparar las seriaciones de objetos percibidos visualmente, con la seriación de objetos análogos pero percibidos por vía táctilo-kinestésica. Hemos comenzado con un sondeo por medio de regletas de las mismas dimensiones que en el parágrafo 2 pero la discriminación táctil se encontraba entonces demasiado cerca del umbral como para que los resultados fueran comparables. Para 43 niños de 4 a 8-9 años, hemos usado entonces 10 bastoncillos de 10 a 19 cm. de largo, con una base cuadrada de 0,5 $cm.^2$ y con intervalos constantes de 1 cm. Además, a título de comparación, hemos estudiado otros 50 sujetos de las mismas edades por medio de 5 regletas de 1 $cm.^2$ de base y de 4 a 16 cm. de largo con un intervalo constante de 3 cm.

La experiencia involucra 4 fases: (1) Exploración táctil del material: se permite explorar y se alienta la exploración hasta que el niño esté seguro de la desigualdad de los elementos. Para un grupo de sujetos (5 regletas) los bastoncillos son entregados de a uno "para que sientan qué longitud tienen", en el orden 3, 4, 2, 5, 1. (2) Anticipación de la seriación: se les solicita que dibujen en negro "primero el mayor de todos, luego el que es un poco menor y así sucesivamente hasta llegar al menor de todos".

Si el dibujo no está claro se pide un segundo o un tercero. (3) Seriación efectiva por vía táctilo-kinestésica: se le pregunta al sujeto qué está por hacer y se lo invita al control. (4) Cuando el niño no ha logrado la seriación táctil se le pide una por vía visual y el niño corrige su resultado o comienza una nueva (a voluntad). En otros casos se pide además un dibujo de copia de los bantoncillos ordenados, para evaluar dificultades gráficas eventuales.

Esta técnica ha permitido obtener los siguientes resultados:

Cuadro XXV. *Porcentaje de las variedades de anticipación gráfica y de las seriaciones táctiles efectivas:*

Número de elementos			*10*				*5*
Edades:	*4*	*5*	*6*	*7*	*8-9*	*4*	*5*
(Número de sujetos)	*(3)*	*(10)*	*(7)*	*(9)*	*(9)*	*(15)*	*(30)*
I. Fracaso en la anticipación	66	50	43	11	0	53	23
Anticipación global aproximada	32	20	14	0	0	20	20
Anticipación global correcta	0	30	43	89	100	27	57
II. Fracaso en la seriación . .	3	90	71	89	11	67	40
Exito por tanteo	0	10	29	0	56	33	60
Método operatorio	0	0	0	11	33	33	60

Si comparamos este cuadro con el XXIV[7] (cuadro de los porcentajes obtenidos en la prueba visual), recogeremos dos enseñanzas. Una es que casi todos los promedios marcan un retraso de los resultados táctilo-kinestésicos sobre los resultados visuales, pero un retraso que traduce un desajuste sistemático menos considerable de lo que habríamos podido imaginar. La otra es que ese desajuste afecta principalmente la seriación efectiva y sensiblemente menos la anticipación gráfica, que se acerca a los resultados de la prueba visual a partir de los 7-8 años.

Para juzgar el significado de estos dos hechos, examinemos primeramente los resultados cualitativos de la prueba de 10 regletas, que repartiremos en tres estadios que corresponden (excepto los subestadios) a los de la seriación visual, pero con el desajuste de edades que indica el cuadro. En el curso de un estadio I A no hay anticipación bajo forma de un esquema de conjunto, ni siquiera aproximativo, ni seriación por tanteo:

Pil (4; 9). Disposición de diez varillas en abanico poco espaciado bajo una pantalla: —Pon tus manos allí debajo y dime lo que tocas. (Toma dos bastones).

[7] La comparación es posible con dos reservas: (a) en el plano táctil no hay equivalente de la anticipación analítica, que es relativa a los colores; (b) en el caso de los cinco elementos es casi imposible distinguir la seriación operatoria de la seriación por tanteos.

—*Madera.* —Tócalos todos. (Los toca sin explorar). —¿Hay otros que son también igualmente largos? —*Sí.* —¿Cómo son? (Siempre sin explorar). —*Pequeños.* —¿Todos? —*Sí.* —¿Todos igualmente pequeños? (Compara dos). —*No.* (Toma el 3, luego el 1 y el 9 y explora las longitudes por separado, lo mismo para el 10). —¿Son todos distintos? —*Sí.* —Tócalos una vez más. (Toma 1 y explora las extremidades). —¿Este? ¿Y cuál? (Muestra 10). —¿Cómo son? —*Grandes.* —¿Iguales? —*No.* —¿Hay dos que sean igualmente grandes? —*Sí.* (Muestra 10 y 2). —*Estos.* —Tócalos bien (se le hace explorar la longitud de los bastones). —¿Has comprendido? No hay dos del mismo tamaño, si encuentras dos iguales dámelos. (Muestra 10 y 5). —Tócalos bien. ¿Son igualmente grandes? —*No.* —Entonces son todos distintos, grandes, medianos, pequeños. Vas a ponerlos en orden. Primero el más grande, etc. (consigna habitual), pero antes de hacerlo vas a dibujarme cómo quedarán ordenados. El dibujo 1 proporciona siete trazos: uno pequeño, dos grandes y dos medianos pero sin ninguna seriación ni base común. Se le pide un nuevo dibujo (II). Esta vez los trazos parten del borde inferior de la hoja: dos largos, uno corto y tres largos sin seriación. 1, 10, 4, 5, 2, 3, 7, 8, 9, 6 (las pequeñas series son fortuitas). —¿Están bien ordenados? —*Sí* (coloca los dedos sobre los bastones). —Dibújalos como están ahora (dibujo III). (Alinea 11 trazos, comenzando con los más grandes y terminando con los pequeños, con una seriación aproximada, pero con muchas inversiones). Nos quedamos entonces con las cinco regletas 1, 3, 5, 7, 10 y se le vuelve a pedir que las ordene. Pil las toca sin explorar y construye 10, 3, 1, 7, 5. —Quisiera que las pusieras en orden empezando por la más grande. Busca la más grande y coloca: 1, 5, 7, 3, 10, luego recomienza 1, 5, 10, 7, 3 pero no verifica nada. Una vez levantada la pantalla seria visualmente 10, 7, 5, 3, 1.

Cor (5; 4) explora un poco más pero sin sistema: cree que 8 y 9 son del mismo largo antes de que se le pida que "toque mejor", luego comprueba su desigualdad tocando las extremidades. Toca otros dos que deja sin exploración. Compara varios con 9 y declara que está de acuerdo en que no hay dos iguales. El dibujo I da entonces la anticipación siguiente: 1 grande, 2-5 más pequeños pero iguales, 6-9 apenas más grandes e iguales, 10-12 del tamaño de 2-5 pero ligeramente decrecientes. Los 12 elementos dibujados (Cor no ha contado los elementos reales) son ordenados sobre una línea de base ascendente. Seriación efectiva; explora cuatro, sucesiva pero aisladamente, luego los toma a todos y los coloca en el orden: 8, 5, 4, 2, 6, 7, 10, 1, 9, 3. —¿Terminaste? ¿Has comenzado por el más grande?, etc. (Toma 3 y 9 y los vuelve a colocar sin exploración). —*Está bien.* —¿Los has tocado bien? (Los vuelve a tomar uno por uno pero sin exploración y recomienza, nuevamente sin base común). 8, 5, 4, 7, 10, 9, 1, 6, 3, 2. —Vas a dibujarlos en el orden en que están. (Dibujo II: 1 grande, 2-4 más pequeños y decrecientes, 5-7 más pequeños e iguales, 8 un poco más grande y 8-12 decrecientes, 13-15 pequeños e iguales). Se descubre la figura y se le pide que la serie virtualmente: Cor llega a 1, 2, 3, 6, 4, 7, 5, 8, 9, 10 y los dibuja aproximadamente (1-3 decreciendo, 6 más grande y 8-10 iguales).

Se advierte que el fracaso de la seriación se debe esencialmente a las lagunas en la exploración: el niño de este nivel permanece pasivo (como ya lo habíamos notado a propósito de las pruebas de estereognosia):[8] ni si-

[8] J. PIAGET y B. INHELDER, *La représentation de l'espace chez l'enfant*, Paris (P.U.F.), 1948, cap. II.

quiera sigue con el dedo la longitud de los elementos, explora una de las extremidades sin ocuparse siempre de la otra, considera los elementos aisladamente y raramente los compara de a dos (salvo por sugestión) y sobre todo nunca compara un elemento con todos los demás ni se preocupa por saber si los ha tocado a todos. En tales condiciones la seriación es naturalmente imposible, y si esta etapa dura más tiempo en el plano táctil que en el visual, es evidente que la falta de aprehensión simultánea favorece menos las comparaciones y necesita una actividad mucho mayor de parte del sujeto para compensar la estrechez del campo.

En cuanto a la anticipación gráfica, es normal que no sea mejor, a falta de exploración inicial de los elementos. Pero es notable que, después de haber creído seriar efectivamente los elementos (fracasando) y antes de que se levante la pantalla para comprobar el resultado, el niño entrega un dibujo (III en el caso de Pil y II en el de Cor), que marca un progreso sensible respecto de los precedentes, lo que supone desde el nivel IA un ligero adelanto de la anticipación sobre la seriación efectiva, puesto que, a pesar de faltar ésta, el sujeto ha creído hacer las cosas mejor de lo que en realidad las hacía.

En el nivel IB asistimos, en efecto, a un progreso de la anticipación, que logra un esquema de conjunto aproximativo y hasta correcto pero por aproximaciones sucesivas, mientras que la seriación en acto permanece en el mismo nivel.

Rae (4; 7) coloca sus manos, sin moverlas, sobre los bastones y declara: —*Hay grandes y chicos, pero todos distintos y negros* (lo que sin duda quiere decir que no los ve). —Hay que tocarlos bien para saber. (Continúa posando las manos sin moverlas). —Tómalos entre tus manos para sentirlos mejor. (Toma la mitad de ellos con las manos). —¿Hay dos del mismo tamaño? —*Sí, hay dos* (5 y 7). —Tócalos bien. (Los coloca sobre una misma base y explora las extremidades). —*No* (compara 4, 5, y 9, luego coloca 6 sobre 9, compara 8 y 9 sobre la misma base y dice:) —*Creo que ya los he sentido* (compara 8 y 10). *Pero hay que probar con todos* (compara 8 y 9). —Son todos distintos. Vas a ponerlos en orden de acuerdo al tamaño, es decir... etc. Pero primero vas a dibujarlos para mostrar cómo quedarán cuando estén en orden. El dibujo I da figuras muy pequeñas (1 cm a 1 mm) con seriación muy aproximativa, un segundo dibujo da seis elementos: 1 grande, 2-4 decrecientes y 5-6 pequeños e iguales. La seriación efectiva procede luego por parejas grande-pequeño no coordinadas entre ellas.

Mon (5; 9). Explora como Rae: primero con las manos inmóviles, luego toca un extremo, etc. El primer dibujo de anticipación da sólo cinco elementos: $1 > 2 < 3 < 4 > 5$ (1, 3 y 5 más o menos iguales). "—¿Terminaste? —*Sí.* —Explícame. —*Uno chico, uno grande y uno chico, etc.*". (Se repite la consigna). (Dibujo II siete elementos con base inclinada y seriados aproximativamente excepto una o dos desigualdades). La seriación efectiva da 8, 7, 4, 9, 2, 5, 1, 6, 3, 10. "—¿Crees que lo conseguirás? —*Hay uno que no queda bien*". Continúa y los cree en orden. El dibujo III da una figura análoga a 1. Se retira la pantalla y Mon llega a la seriación visual después de muchos tanteos. Se la coloca nuevamente, y él dibuja lo que acaba de hacer proporcionando una figura análoga a la del dibujo II.

Blo (6; 3) explora del mismo modo que los precedentes, luego entrega un dibujo I de cinco elementos: $1 = 2 = 3 > 4 > 5$. "—Explícame. —*Uno grande, uno mediano y uno muy chiquito.* —¿Los dibujaste todos? —*Sí*". Seriación táctil después de una nueva exploración en la que no se contenta ya con las extremidades sino que sigue la longitud y pone las regletas sobre una misma base para seguir la línea de cima. Llega entonces a 2, 5, 6, 4, 7, 3, 8, 9, 10. Explora nuevamente la línea de cimas: la pendiente le parece correcta y no siente los huecos. Se le pide que dibuje el resultado (sin quitar la pantalla): 1 2 3 4 5 6. Pasamos a la seriación visual que se logra con tanteos, luego dibuja (sin mirar) el resultado bajo la forma de una serie decreciente regular de seis elementos.

Se comprueba que la anticipación un poco mejor corresponde a una exploración igualmente un poco más avanzada, que llega a la exploración de la línea de cimas con base rectilínea: pero este último modo de exploración, que sería suficiente para la solución del problema, sólo queda en intención pues el sujeto no percibe las irregularidades de hecho. Hay en esto un nuevo indicio del avance de la semi-anticipación sobre el éxito efectivo. En efecto, ésta no va más allá del nivel I A.
Durante el estadio II A, el sujeto llega a la anticipación correcta del esquema global, pero no todavía a la seriación, ni siquiera por tanteos:

Agu (5; 3) toca primero globalmente el conjunto de las regletas, luego las explora en conjunto para juzgar que son desiguales. Inmediatamente las toca con la punta del dedo, sin exploración sistemática, pero suficiente para decir: —*Hay uno que es grande, después uno pequeño.* Toma el 2 y dice: —*Uno que es bastante chico.* —¿Son todos iguales o diferentes? —*Uno es grande, después hay uno más chico, y después hay uno más chiquito que todos* (enuncia pues el principio de seriación antes de haber escuchado la consigna). —Ahora vas a ordenarlos. Pero antes los dibujarás mostrando cómo estarán después de ordenados. —*Sí, primero pondré el más grande, después el más chico, después el más chico. No es difícil.* Hace el dibujo I: nueve rectángulos alineados de acuerdo a la altura sobre una misma base: orden descendente muy regular.
Seriación efectiva: toma uno por uno al azar y lo evalúa poniéndolo con la mano contra el otro. Finalmente pone el 10 a un lado, luego el *6* tratando de ponerlos sobre la misma base. Reemplaza 6 por 7, después pone 3 al lado de 7. Levanta 3 y pone 6. Evalúa el 9 y lo sustituye por el 7 en lugar del 10. Sigue así evaluando las longitudes con la mano y llega a 10, 9, 7, 8, 6, 5, 2, 4, 3, 1. Explora entonces la línea de las cimas y nota que 2 es pequeño y lo sustituye por 4, que coloca entre 6 y 5. Después de otras correcciones, llega a 10, 9, 8, 6, 4, 5, 3, 2, 1. Se le pide que dibuje lo que ha hecho, y representa una escalera de 11 rectángulos con diferencias muy regulares.

Jan (5; 10) toca las regletas poniendo las manos sobre ellas y de primera intención afirma que son todas diferentes. Dibujo: 7 rectángulos de longitudes decrecientes de 10 a 1,5 cm. La seriación táctil es irregular. La seriación visual que sigue procede por tanteos múltiples, pero es correctamente lograda.

Dra (6; 0) explora globalmente y dice: —*Todos iguales.* —Fíjate bien. (Explora más atentamente). —*No* (compara el 8, el 4, y el 2). Dibujo I: explora nuevamente algunos elementos cuyas extremidades toca, luego completa con 4 y 9,

luego 8 y 3, 5 y 4, 5 y 10, y 4 y 9: —*No, no todos tienen el mismo tamaño. Quiero sentir el más grande, después el más chico, después el mediano.* Sigue la exploración y dice: —*Ya está terminado,* después de lo cual sólo dibuja una hermosa escalera con escalones muy regulares formada por rectángulos unidos sobre la misma base. Se detiene después del décimo, luego agrega seis más. Seriación efectiva: 7 al lado del 1, luego agrega el 6 diciendo: —*No hay más que dos grandes.* Busca el "*más chiquito. Falta uno como éste*" (el último del dibujo). Pone 1, 10, 3, sustituye 2 por 10. Después de otros tanteos: —*No puedo seguir hasta el final.* —Pero lo haces muy bien. Sigue y llega a una seriación irregular, excepto 1, 2, 3. Se quita la pantalla y corrige, después hace un nuevo dibujo idéntico al primero.

Se comprueban los nuevos progresos de la exploración y su estrecha relación con los de la anticipación. Agu, por ejemplo, que parece proceder globalmente sorprende bastante por anunciar la forma de la seriación antes de que se le formule la consigna. Jan piensa del mismo modo sin decirlo explícitamente y Dra hace una serie de comparaciones de a dos antes de dibujar. En estos casos la anticipación da un esquema global regular, que tanto sirve de guía a la exploración cuanto constituye su resultado, por control rápido o detallado. Ahora bien, a pesar de ese doble progreso, la seriación efectiva es apenas mejor que en el nivel I: lo es en cuanto a la intención, y evidencia también algunas mejoras parciales de hecho (pequeñas series, control por la línea de las cimas), pero fracasa por falta de relación entre cada elemento y un número suficiente de los restantes.
En cambio en el nivel II b, la anticipación sigue siendo buena y la seriación es alcanzada, pero por tanteos sucesivos:

Tom (6; 8) toma tres regletas, las coloca sobre la misma base y explora los extremos. Sigue así y, ante la pregunta de rutina, contesta: —*No hay dos iguales.* Dibujo: trata primero de alinearlos: —*Voy a ponerlos desde el más chico hasta el más grande.* —No, antes de ordenarlos haz un dibujo. Dibuja entonces siete trazos en orden decreciente. Pasamos a la seriación efectiva: comienza con parejas: 6, 8, 5, 7 pero verifica las bases cada vez. Enseguida 3, 2, 1. Después de lo cual las une estrechamente y verifica la línea de cimas manteniendo constante la base, separa 8 de 6, toma 7 y lo intercala entre 8 y 6, separa 4 de 5 y lo agrega a 3, 2, 1. Termina con una seriación correcta y la dibuja como antes. Se retira la pantalla, esta satisfecho y hace un tercer dibujo (semejante).

Cha (5; 9) empieza explorando poco y admite rápidamente que todos los elementos son diferentes; duda respecto de 1 y 2 pero los compara y los reconoce como distintos. El dibujo I da una serie regular decreciente de nueve rectángulos. Seriación efectiva: busca el más grande 1 y pone 2, después 6 al lado de 2 y se pone a explorar los extremos teniendo cuidado de verificar las bases. Llega a 1, 2, 3, 6, 10, 4, después intercala 4 entre 3 y 6, etc. Explora nuevamente los extremos con una mano sosteniendo el todo con la otra sobre la misma base. Sólo le faltan 3, 5, 7; llega a intercalar dos de ellos, dejando de lado el tercero. Hace un segundo dibujo con buena seriación de diez elementos y un undécimo aparte aún no intercalado. No obstante, se pasa a la seriación visual, en la que también procede por tanteos.

El progreso sistemático que permite así el éxito de la seriación táctil mediante tanteos tiende, como se ve, al doble control de los extremos superiores y de las bases, lo que permite los cambios e intercalaciones sucesivos. Como muestra el cuadro XXV, este método es suficiente para el niño durante mucho tiempo porque es más práctico que el método operatorio en una situación en que los elementos no son perceptibles simultáneamente. Más precisamente, este método de Tom y Cha consiste en un esfuerzo para hacer simultánea la percepción táctil de conjunto, y esto es lo que explica su éxito duradero.

Sin embargo, a los 7 y 8 años se inicia un tercer estadio, caracterizado por el método operatorio, que consiste en buscar primeramente el mayor de todos (o el menor), después el mayor de todos los restantes, etc.:

Eli (8; 2) explora poco antes de hacer su dibujo anticipador, después dibuja diez rectángulos en orden decreciente muy regular. Para la seriación efectiva reúne nuevamente los palillos y busca el más grande 1 colocándolo. Ajusta los demás sobre una misma base y busca nuevamente el más grande: después de una vacilación respecto de 3 encuentra 2 y lo pone al lado de 1. Después vuelve a buscar el más grande, etc. hasta llegar a la seriación totalmente correcta.

Han (9; 3) explora un momento y dice: "*Hay más chicos y más grandes*", y dibuja once rectángulos de alturas decrecientes. Seriación efectiva: toma 3, 4 y 1, los explora y los deja, luego el 2 y nuevamente el 1. —¿Qué buscas? —*El grande.* Continúa poniendo a los demás parados sobre la mesa y explorando las extremidades para encontrar el más grande, así llega a la seriación justa. —¿Estás de acuerdo con tu dibujo? —*No.* —¿Quieres hacer otro? —*Sí, uno más grande* (dibuja 17 rectángulos en serie decreciente muy regular). —¿Por qué hiciste tantos bastones? —*Yo sé que hay diez, pero hice más en el dibujo, tengo que hacer más todavía.*

Comparado con el método de simple exploración de la línea de cimas con base común y correción por tanteos dentro de este conjunto (nivel II B), el método operatorio, que comienza de la misma manera, presenta desde el punto de vista táctilo-kinestésico el inconveniente de renunciar a la casi simultaneidad perceptiva para volver a la sucesión (en el momento en que cada "más grande de los que quedan" es colocado aparte a continuación de los precedentes). Esto es, sin duda, lo que explica la poca generalidad de este método en edades en que se hace casi exclusivo en el dominio de la seriación visual.

En total, la comparación de las seriaciones táctiles y visuales y sobre todo de las anticipaciones gráficas que preceden a esas dos clases de seriaciones, permite decidir netamente en favor de la segunda de las dos hipótesis que discutimos hacia el final del parágrafo 2 respecto de las relaciones entre la seriación, la anticipación y la percepción. En efecto, por una parte se comprueba que el adelanto de la anticipación sobre la seriación efectiva permanece tan neta (aunque ambas son un poco tardías) en la prueba táctil como en la visual y, por otra parte, que el retraso en los éxitos táctiles sobre los visuales se debe exclusivamente al carácter no sucesivo sino simultáneo de las percepciones táctiles, permaneciendo iguales los procedi-

mientos preoperatorios (correcciones por tanteo) y operatorios. Con respecto a esto, la comparación de las series de 10 y de 5 elementos es muy instructiva: en efecto, basta con reducir a la mitad la extensión de la serie, acentuando las diferencias en comprehensión, para que los resultados de la anticipación y de la seriación misma sean mejores a los 4 y 5 años, no sólo los de la serie táctil de 10 elementos, sino también los de la serie visual de 10 elementos. Es inútil citar nuevos elementos para ilustrar estos resultados con cinco elementos, pues son cualitativamente idénticos a los que acabamos de comentar. Su única diferencia sistemática reside en que ya no se puede distinguir la seriación lograda por tanteos de la seriación operatoria, precisamente porque en este caso se facilita la percepción casi simultánea:

Bad (5; 8) explora los extremos después de haber reunido los cinco elementos y dibuja una serie regular de cinco rectángulos. Para la seriación efectiva los toma todos juntos y muestra el 1 poniéndolo a un lado, luego el 2, luego el 4, que retoma inmediatamente para sustituirlo por el 3 y finalmente coloca 4 y 5.

Resumiendo, las estructuras seriales, tanto anticipadas bajo la forma de configuraciones gráficas como construídas por acciones efectivas, no son abstraídas de formas perceptivas que estarían dadas independientemente de la acción: se deben a una organización progresiva de las acciones, que va estructurando a las percepciones mismas usándolas de manera más o menos cómoda según las posibilidades que se ofrezcan en la traducción de las comparaciones sucesivas en figuras simultáneas.

Capítulo X

LA MULTIPLICACION DE LAS RELACIONES ASIMETRICAS TRANSITIVAS[1]

La comparación de las evoluciones respectivas de las estructuras de clases y de las relaciones asimétricas transitivas pone en evidencia la situación paradojal siguiente. Por un lado, parece que la seriación (o encadenamiento aditivo de las relaciones asimétricas transitivas) fuera más intuitiva, ya que corresponde a una configuración perceptiva mucho más simple que le da una serie de encajes aditivos de clases. Pero, por otro lado, la multiplicación de las clases (tablas de *n* entradas o matrices) parece corresponder a una configuración perceptiva relativamente simple, hasta el punto de que las pruebas de matrices pueden ser resueltas independientemente de todo mecanismo operatorio, mientras que la multiplicación de las relaciones asimétricas transitivas (tabla de doble entrada compuesta por un conjunto de seriaciones en los dos sentidos, horizontal y vertical) parece a primera vista presentar una mayor complejidad, en razón de la doble simetría así determinada. Por el contrario, sabemos[2] que una correspondencia serial (una seriación $A_1 < B_1 < C_1 \ldots$ puesta en correspondencia con una segunda seriación $A_2 < B_2 < C_2 \ldots$ y con una tercera $A_3 < B_3 < C_3 \ldots$, pero de tal manera que la relación de correspondencia entre esas series sea simétrica sin doble asimetría, como en el caso precedente) es una operación tan fácil de efectuar como la seriación misma. Es pues interesante tratar de reflejar el desarrollo de la multiplicación de las relaciones asimétricas transitivas, y compararlo al de la seriación aditiva y al de la multiplicación de las clases. Eso es lo que hicimos con 52 sujetos.

1 Con la colaboración de A. Morf.

2 Piaget y Szeminska, *La genèse du nombre chez l'enfant*, Delachaux, 1941, cap. V.

§ 1. TECNICA Y MATERIAL

Primeramente se presentan al niño 49 dibujos de hojas de árbol recortadas en cartón, que pueden ser ordenadas simultáneamente según su tamaño creciente (siete tamaños distintos, que numeraremos de I a VII) y según sus matices cada vez más intensos, que se escalonan desde el verde limón hasta el verde oscuro (siete matices que numeraremos de 1 a 7). Cada tamaño distinto corresponde a los siete matices (I 1, I 2, ... I 7; II 1, ... II 7, etc.) y cada matiz distinto a los 7 tamaños posibles (I,1, II 1, ... VII 1; II 2, ... VII 2, etc.). Además, se pueden entregar 98 hojas para ver la reacción ante los elementos idénticos (48 pares de idénticos). Finalmente, para los más pequeños, nos hemos servido de una colección reducida de 4 x 4 hojas (con elementos idénticos, o sea 32 en total), pero con una diferencia más sensible entre los tamaños y entre los matices.
Se pide al sujeto que ordene esos elementos como lo crea más conveniente. En caso de fracaso total, el experimentador puede seriar una de las hileras según una de las 2 dimensiones, o seriar dos según las dos dimensiones (ver cuadro) dejando así al sujeto el cuidado de llenar el

I 1	I 2	I 3	I 4	I 5	I 6	I 7
II 1	.	.	.	.	.	.
III 1	.	.	.	.	.	.
IV 1	.	.	.	.	.	.
V 1	.	.	.	.	.	.
VI 1	.	.	.	.	.	.
VII 1	.	.	.	.	.	.

marco así trazado. Una vez construido el cuadro, ya sea espontáneamente, ya sea por completamiento del marco sugerido, se pide al sujeto que encuentre un elemento según los dos criterios a la vez: ocurre, en efecto, que algunos sujetos, a pesar de que han construido ellos mismos el cuadro completo, no comprenden sin embargo la significación multiplicativa íntegra. Distinguiremos tres estadios, que corresponden a los tres umbrales habituales. Durante el estadio I, no hay aún seriaciones propiamente dichas, sino conductas intermediarias entre la clasificación y la seriación, y que proceden en general por colecciones figurales (alineamientos, etc.). Durante el estadio II hay seriación de acuerdo a uno de los criterios solamente, o pasaje de esta seriación a la otra, pero sin la síntesis multiplicativa de las dos. Durante el estadio III, finalmente (hacia los 7-8 años), la agrupación multiplicativa es alcanzada por doble seriación del conjunto de los elementos.

§ 2. EL ESTADIO I: AUSENCIA DE SERIACION PROPIAMENTE DICHA

Proporcionemos primero ejemplos:

Hen (5; 5). Pequeño conjunto (32 elementos): comienza por un alineamiento general de las 32 hojas, con las idénticas frente a frente; las 8 mayores reunidas, las demás dispersas irregularmente. —¿Puedes hacerlo todavía mejor? (Hen las ordena de nuevo, y obtiene cuatro clases de tamaños, pero sin seriarlos y sin ocuparse de los colores). —¿Puedes ponerlos juntos, como para que se encuentren fácilmente los oscuros, los menos oscuros, los claros y los más claros? (Ensayo de seriación aproximativa, trabada por los tamaños). —Trata ahora de ordenarlos para que los grandes estén juntos y los pequeños también, pero también con los mismos colores. (Construye un gran círculo, reuniendo las hojas según sus colores, y subdividiendo las clases de colores según los tamaños). Damos finalmente el marco de la tabla multiplicativa de 16 casilleros, construyendo una hilera a lo alto y una columna a la izquierda, y pedimos a Hen que sitúe dos o tres hojas (sucesivamente): lo logra después de tanteos: "*porque es el mismo color y el mismo tamaño*".

Ver (5; 7), 32 elementos: los clasifica en cuatro colecciones (no seriadas) de acuerdo con los tamaños. —¿Se te ocurre otra idea? (Hace dos montones, grandes y pequeños). —¿Y de otra manera? —*No sé.* —¿Se podrían poner los oscuros juntos y los claros juntos? —*No; no queda bien, hay los grandes y los pequeños.* —Hazlo lo mismo. (Hace tres montones, claros, medianos y oscuros). —Y aquí (último montón) hay unos muy oscuros y otros menos oscuros. (Subdivide el montón, quedan pues 4 montones). —¿Se los podría ordenar como para encontrar enseguida por ejemplo los grandes? (Ver construye 4 clases por tamaños, sin ocuparse de los colores). —¿Y para encontrar a la vez el tamaño y el color? (Hace un solo montón, que subdivide en claros, pequeños, etc., pero sin ningún sistema multiplicativo). Construimos finalmente el cuadro con una hilera a lo alto y una columna a la izquierda: lo completa después de tanteos.

Bur (5; 9) reparte el conjunto de 49 elementos en colecciones fundadas a veces sobre el tamaño, a veces sobre el color. Le mostramos la posibilidad de seriar según los tamaños, y lo hace, sin ocuparse de los colores. 32 elementos: hace una colección con los grandes oscuros, otra con los grandes claros, y una tercera con los pequeños claros y oscuros, y alinea las tres colecciones en hileras superpuestas, pero sin seriación ni multiplicación.

Vus (6; 0) procede por alineamientos verticales de igual color, pero las columnas no están seriadas entre sí, y cada una incluye tamaños mezclados al azar (salvo algunas seriaciones de tres elementos). —¿Podrías hacerlo de otro modo, para encontrar pronto los tamaños? (Vus procede igual, por alineamientos verticales de tamaño, pero con colores mezclados). Trata luego de apilar las hojas de los mismos tamaños, pero sin seriaciones ni consideración de colores.

El carácter general de esas reacciones es el de proceder por colecciones figurales (alineamientos, círculos, pilas, etc.) bajo una forma susceptible de evolucionar tanto en la dirección de la clase como de la seriación. Pero

cuando no son incitados a ello por el experimentador, esos sujetos no construyen ninguna seriación propiamente dicha, aunque sean capaces de ello por un método de tanteos empíricos (ver Hen). Por otra parte, sus clasificaciones figurales no se refieren espontáneamente sino a una sola de las cualidades en juego, tamaño o color, o bien con el propósito de componerlas multiplicativamente. Cuando el experimentador insiste sobre la cualidad olvidada, logran diferenciar las colecciones anteriormente construidas y construir así sub-colecciones que tienen en cuenta el segundo carácter, pero no hay todavía ninguna multiplicación propiamente dicha. Sin embargo, a pesar de esta ausencia de seriación espontánea y de intención multiplicadora, esos sujetos logran —después de tanteos— utilizar el marco de la matriz de multiplicación de las relaciones (Hen y Ver) apenas se construye delante de ellos la hilera superior y la columna de la izquierda; pero no se trata aún, naturalmente, sino de una solución figural y no todavía operatoria.

§ 3. EL ESTADIO II: SERIACION ESPONTANEA SEGUN UNA DE LAS CUALIDADES, PERO FRACASO EN LA SINTESIS MULTIPLICATIVA

He aquí algunos ejemplos:

San (6; 0) construye espontáneamente, con 32 elementos, un cuadro cuadrado de 16 casilleros (los idénticos van superpuestos) cuyas hileras horizontales están respectivamente formadas por los cuatro colores distintos y van seriadas desde la más clara a la más oscura. Los tamaños, por el contrario, están distribuidos al azar. —¿Cómo has hecho? (San muestra las cuatro hileras de arriba a abajo). —*Las claras, las menos claras, las oscuras, las más oscuras.* —¿Y dónde están las grandes y las pequeñas? (San las muestra). —¿Puedes colocarlas de modo que se las encuentre más rápido? (San construye una nueva tabla en hileras horizontales escogidas de acuerdo con los tamaños, y seriadas de la superior a la inferior en orden decreciente de tamaños. Los colores, por el contrario, están mezclados). —*Pero ahora ¡ya no se encuentran más los colores!* (San toma las hojas claras y las ordena verticalmente de las más grandes a las más pequeñas). —¿Puedes hacer lo mismo para las oscuras? (La niña lo hace, y luego intercala cada dos elementos los colores intermediarios, igualmente seriados por orden de tamaño). San ha logrado así, aunque luego de sugestiones y preguntas del experimentador, una configuración que es figuralmente isomórfica de una tabla de doble entrada de multiplicación de relaciones. Sólo que, al no haber logrado

espontáneamente este resultado, San no llega a captar su sentido: cuando se le da el marco de la matriz de 49 elementos (proporcionando la hilera superior de 7 hojas y la columna de la izquierda de 7 hojas), pidiéndole que busque ubicación para las hojas que se le presentan, ya no encuentra el rango solicitado sino para el color, y fracasa para el tamaño si el lugar buscado no es vecino al de una hoja ya colocada.

Stec (6; 3) construye también, con 32 elementos, un cuadro cuadrado cuyas cuatro columnas corresponden a los cuatro colores y están seriadas en orden decreciente de izquierda a derecha. Pero en el interior de cada columna, los tamaños siguen mezclados. —Está muy disperso. ¿Podrías ordenarlo de manera que se encontraran más rápido los tamaños? Stec emprende entonces una seriación aproximada de los tamaños en el interior de cada columna. Luego hace cuatro pilas, de las cuales cada una constituye una seriación según el tamaño (hoja grande en la base, hoja pequeña en la cúspide), y que están ellas mismas seriadas de acuerdo a los matices. Finalmente, acomoda espontáneamente en series verticales los elementos apilados, y logra así un cuadro cuadrado que de hecho constituye una tabla de doble entrada completa y correcta. Pero, al igual que San, Stec no comprende todo su significado, y cuando se le presenta el marco de una tabla de 49 elementos, encuentra correctamente el sitio de las hojas por su tamaño, pero no logra ubicarlas por colores, salvo para el caso de elementos vecinos.

Cat (6; 2) seria de acuerdo con los tamaños en orden decreciente, pero circular, las hojas más oscuras de los 32 elementos: la más pequeña toca entonces a la más grande. Luego construye un segundo círculo con las menos oscuras, seriando igualmente los tamaños en orden decreciente en forma de círculo. Luego construye un tercero con las hojas claras y un cuarto con las más claras. Los cuatro círculos de 8 elementos (los idénticos están superpuestos, lo que da un total de 4 eslabones para cada círculo) están, por otra parte, situados uno al lado del otro en orden lineal por orden decreciente de matices. Esta configuración de conjunto de cuatro círculos seriados entre sí, y cada uno seriado a su vez interiormente, constituye pues un sistema multiplicativo completo y correcto, al que falta, desde el punto de vista de las correspondencias, un conjunto de enlaces cómodos para hacer corresponder uno de los elementos de uno de los círculos al elemento correspondiente de los demás círculos. Cat prueba entonces con otro sistema: transforma uno de los círculos en una columna vertical, con superposición parcial de las hojas, como si se tratara de tejas; hace lo mismo con los otros tres círculos, lo cual da una matriz casi cuadrada de 16 casilleros. Luego reemplaza esas hileras por pilas, con la hoja más grande en la base y la más pequeña en la cúspide. Finalmente retoca todo el conjunto, y dispone las hojas más grandes (I) en una hilera horizontal seriada por matices decrecientes. Debajo de esta hilera coloca una segunda, integrada por las hojas del tamaño inmediatamente inferior (II), igualmente seriadas por matices decrecientes; pero en lugar de hacer corresponder los matices de la hilera II a los de la hilera I, hace una hilera más corta que la I, lo que convierte a las líneas de correspondencias en oblicuas en vez de verticales. Construye igualmente una hilera III (tamaño siguiente) por matices decrecientes, pero la hace aun más corta que la II. Igualmente para la hilera IV. El resultado es pues una tabla de doble entrada, pero sin forma cuadrada: sólo los elementos I 1, II 1, III 1 y IV 1 están superpuestos verticalmente, mientras que las columnas I 2 a IV 2, I 3 a IV 3 y I 4 a IV 4 están cada vez más inclinadas.

Asc (6; 4) clasifica los 32 elementos según los cuatro colores, luego toma la colección más clara y la seria según los tamaños. Hace lo mismo con las colecciones más oscuras. Llega así a un sistema multiplicativo completo, pero al no superponer exactamente las colecciones seriadas, no toma conciencia de las correspondencias término por término entre los tamaños de las hojas comprendidas en las diferentes clases de colores: dicho de otro modo, comprende bien la seriación de las cuatro colecciones de colores, así como la seriación interna de cada una de ellas desde el punto de vista de los tamaños, pero no logra las correspondencias elemento por elemento de una colección con la otra.

Este estadio proporciona pues una serie progresiva de reacciones que terminan por alcanzar la frontera de las tablas multiplicativas completas. Se puede caracterizar así este progreso: los sujetos menos desarrollados (San, por ejemplo) se limitan a seriar de acuerdo a una de las cualidades en juego, desdeñando la otra hasta que el experimentador les recuerda su existencia; luego efectúa una seriación de acuerdo con la otra cualidad, pero olvidando la primera, y finalmente tratan de conciliar ambas seriaciones, pero sin lograr la conciencia de la multiplicación íntegra. A un nivel más elevado (Stec), el sujeto comienza igualmente por una sola seriación, luego, cuando se le recuerda la segunda cualidad, introduce una seriación, desde ese segundo punto de vista, en el interior de las colecciones construidas y seriadas entre sí desde el primer punto de vista; pero aquí, inclusive, y a pesar de que el niño ha logrado una configuración isomórfica con respecto a la de la matriz multiplicativa, no comprende todavía todo su significado. Se ha alcanzado un nivel algo superior cuando el sujeto comienza por sí mismo una doble seriación: Cat, por ejemplo, agrupa las hojas por sus colores en figuras circulares seriadas unas con respecto a las otras desde el matiz más claro al más oscuro, introduciendo además en el interior de cada círculo un orden circular que permite seriar los tamaños. Pero si la intención de la multiplicación se hace así clara, ya que el sujeto persigue las dos seriaciones "a la vez", no siempre el resultado es completo, ya que esas dos seriaciones no están situadas en el mismo plano: una es externa a las colecciones que sirven de punto de partida (círculos, columnas, pilas, etc.) y las ordena a unas en relación con las demás, mientras que la otra seriación es interior a cada colección, pero sin instrumento de correspondencia que permita ligar término por término los miembros de una de las colecciones a los de la otra. El sujeto Cat está a punto de lograr esta correspondencia gracias a una figura de conjunto cuadrilátera, pero el hecho mismo de que no alcance a conseguir una forma cuadrada que dé a la tabla su sentido multiplicativo completo (doble correspondencia entre columnas y entre hileras) muestra que no trata de superar el nivel de las seriaciones heterogéneas, unas externas y otras internas. Lo mismo ocurre con el sujeto Asc, que logra de entrada el resultado final de Cat, y alcanza así el umbral del método operatorio.

Destaquemos finalmente que la reacción de los sujetos ante el marco de la tabla de 49 elementos (cuando se proporcionan al sujeto la hilera superior y la columna de la izquierda de esta tabla, pidiéndole que sitúe las

hojas (ordenadas sucesivamente) confirma el hecho de que, a ese nivel II, los dos tipos de seriaciones que deben ser multiplicadas entre sí no son aún homogéneas: es notable constatar que si bien el niño logra de entrada encontrar una serie de jalones que le permiten ubicar los elementos desde el punto de vista de una de las cualidades, fracasa cuando se trata de atender también al segundo punto de vista, salvo que pueda proceder por cercanías sucesivas. Y bien; parece claro que esta dificultad no es de orden perceptivo: el problema delicado para el niño lo constituye aquí la exigencia de seguir las seriaciones "a la vez", o sea la exigencia multiplicativa como tal. Por eso es que, aun cuando logra —en su ordenamiento de los 32 elementos— tener en cuenta las dos seriaciones, no logra sin embargo, a pesar de este éxito parcial, homogeneizarlas totalmente, como así será el caso durante el estadio III.

§ 4. EL ESTADIO III: LOGRO DE LA MULTIPLICACION

Comenzaremos por citar tres casos intermediarios entre los estadios II y III antes de pasar a los casos típicos del III:

Kro (6; 6) ordena de entrada los 32 elementos de acuerdo con el tamaño y el color: logra así de a poco 4 columnas verticales seriadas de izquierda a derecha según matices decrecientes. Comprende que siguiendo una misma hilera o una misma columna varía sólo una de las cualidades a la vez, y cuando se le pide que muestre un elemento a la vez más pequeño y más claro que otro, sigue las diagonales o sus paralelas.
Para la colección de 2 x 49 elementos, no logra, por el contrario, más que éxitos parciales. Cuando le proporcionamos el marco constituido por la hilera superior y la columna de la izquierda, completa sin embargo todo el cuadro, con sólo algunos tanteos espontáneamente corregidos.

Jun (7; 6) comienza, para los 32 elementos, por hacer 8 series horizontales de tamaños decrecientes (colores mezclados) que coloca de a cuatro unas encima de otras en dos cuadros yuxtapuestos, luego ordena los colores en el interior de cada serie. Se tienen así dos tablas de doble entrada yuxtapuestas, formadas por elementos idénticos, pero la segunda presenta, con relación a la primera, una inversión sistemática del sentido de seriación de los colores, mientras los colores están seriados del mismo modo en las dos.

Sut (7; 2) comienza igualmente por seriar los tamaños, con colores mezclados, luego ordena los colores en orden decreciente, lo cual da una tabla de doble entrada correcta, con dos ejemplares de cada elemento.

Para el conjunto 2 x 49, emprende desde un primer momento la tabla de doble entrada de acuerdo con el método encontrado antes, y la logra, aparte de algunos pequeños errores de color (en los matices poco diferenciados).

Mar (7; 4): —¿Qué ves? *—Hay unas más oscuras y también más pequeñas que las demás.* —¿Podrías ponerlas en orden? (Toma las más oscuras y las va seriando por tamaños). *—Puse primero las más oscuras. ¿No importa?* (Va superponiendo las hojas para cerciorarse de su tamaño, y luego continúa con las menos oscuras, etc., hasta lograr completa la tabla de doble entrada). —Pero ¿cómo has conseguido hacerlo tan bien? *—Me fui fijando siempre en las más pequeñas y las más claras.*

Wes (7; 5) hace primero filas de 3-4 elementos de tamaños y colores simultáneamente decrecientes, lo que significa que piensa poder evitar las series con igualdad de una cualidad y orden creciente la otra. Pero comprueba que no todos los elementos se dejan seriar así. —¿Se puede seriar de otra manera? —le sugerimos— (construye entonces columnas del mismo tamaño y matices decrecientes, e hileras del mismo color y tamaños decrecientes).

Dub (7; 11) seria las hojas grandes (32 elementos) por matices decrecientes, luego las menos grandes, etc., pero alinea sus series en una larga hilera única. —¿Y si quisieras encontrar rápidamente las más claras o las más oscuras? *—¡Ah! Sí...* (superpone las hileras, lo cual determina un cuadro de dos dimensiones. 49 elementos: aplica el mismo método, superponiendo de entrada las hileras.

Guy (8; 3) seria, por el contrario, las hojas oscuras por tamaños decrecientes, etc., y las deja igualmente yuxtapuestas. —¿Podrías hacer algo para encontrar enseguida todo a la vez? *—¡Claro que sí!* (superpone las 4 clases de colores y logra así la tabla de doble entrada).

Par (8; 6) comienza como Wes por una hilera de colores y tamaños simultáneamente decrecientes (lo cual corresponde a I 1, II 2, III 3 y IV 4, o sea a la diagonal), luego construye una columna de tamaños iguales y colores decrecientes (I 1, I 2, I 3, I 4). Por supuesto, no logra construir su tabla tomando la primera serie como hilera superior y la segunda como columna de la izquierda: continúa entonces con el segundo sistema.

Con relación al estadio precedente, pues, éste presenta dos novedades, que se reducen sin duda a dos aspectos complementarios de una misma nueva reacción.

La primera consiste en que, desde la inspección inicial de la colección, el sujeto anticipa la necesidad de una doble seriación de acuerdo a las dos cualidades variables. Como lo dice por ejemplo Mar (el primero de los casos típicos citados anteriormente), "hay unas más oscuras y también más pequeñas que las demás". Se ve así que de entrada el niño concibe el propósito de seriar los dos tipos de cualidades, aun si comienza por una sola de las dos.

La segunda novedad consiste en que, aun si el sujeto ha comenzado por una de las dos seriaciones, no subordina la segunda a la primera, como en el caso del estadio II, sino que las considera homogéneas o de pareja importancia. Ya no hay pues clases de colores seriadas de modo externo unas en relación con las otras con, además, una seriación interna de los tamaños,

o de las clases de tamaños seriadas de modo externo con, además, seriación interna de los colores. En adelante, hay una *y* otra de esas disposiciones, cualquiera sea la que ha precedido a la otra. O sea que cuando un sujeto como Dub construye clases de tamaños decrecientes con seriación interna de los colores en cada clase, establece mentalmente una correspondencia entre los colores comprendidos en una clase de tamaños y los colores de las demás clases de tamaños (lo que no ocurría en el estadio II): es por eso que, a pesar de haber alineado sus clases de tamaños en una hilera única, basta que le preguntemos qué haría si quisiera encontrar rápido ambas cualidades para que superponga inmediatamente sus clases de colores, y logre así la configuración de tabla de doble entrada, en la que las seriaciones externas e internas se funden en un solo sistema. Guy comienza en cambio por las clases de colores, seriadas interiormente según los tamaños, pero reacciona igualmente a la pregunta "qué harías para encontrar pronto...", etc., y construye su tabla de doble entrada.

Pero el esquema anticipador se limita a este proyecto de doble seriación y de dos seriaciones homogéneas. Se refiere pues a lo esencial, que es la intención multiplicadora, pero sin que el sujeto vea siempre previamente la disposición espacial que dará a esta doble seriación, mientras que en el caso de la multiplicación de las clases tenemos la impresión de que en la mayoría de los sujetos del estadio correspondiente la anticipación se refiere también a la disposición espacial (sobre la matriz misma). Por otra parte, acabamos de ver en el capítulo VI que la seriación única da lugar a una semi-anticipación de la figura espacial ya desde el estadio II... Hay pues allí un doble problema, como ya lo anticipábamos en la introducción del presente capítulo.

Ahora bien, una seriación es una "buena forma", primero porque supone siempre una diferencia de la misma naturaleza cualitativa que se repite entre elementos sucesivos, y segundo, en la medida en que las diferencias así repetidas son cuantitativamente iguales (lo que no ocurre necesariamente). Recordemos además que esas relaciones de diferencia son directamente perceptibles, lo que tampoco ocurre en el caso de las clases.

Una clasificación, por el contrario, no es una "buena forma", porque en la inclusión de las clases sucesivas *A* en *B*, *B* en *C*, etc. (según la operación ($A + A' = B$; $B + B' = C$; etc.) intervienen: 1) relaciones de equivalencia *a* entre los individuos que pertenecen a *A*; *b* entre los individuos que pertenecen a *B*, etc. (relaciones que son perceptibles, mientras que las clases, consideradas como reuniones, no lo son, salvo bajo formas figurales arbitrarias; 2) relaciones de diferencia o "alteridades" entre las *A* y las *A'*, entre las *B* y las *B'*, etc.: pues bien, estas relaciones no son las mismas en el caso *AA'* que en el caso *BB'* o *CC'*, etc. y no son por lo tanto seriables en el caso general. Es esta mezcla de equivalencias y alteridades lo que opone la configuración clasificatoria a la configuración serial y confiere a ésta una complejidad que no tiene aquélla y le impide constituir una forma tan "buena", ya que carece de simplicidad y de regularidad.

En el caso de las matrices de multiplicación de clases tenemos, para nueve elementos (ver cuadro), que considerar las diferencias o alteridades entre A_1 y A'_1, entre $(A_1 + A'_1)$ y B_1, entre A_2 y A'_2 y entre $(A_2 + A'_2)$ y B_2, lo que significa la misma dificultad que para las clasificaciones simples. Pero la dificultad, en lugar de aumentar con el sistema multiplicativo, está por el contrario atenuada por el hecho de las simetrías: en efecto, a lo largo de las mismas hileras (horizontales) o de las mismas columnas (verticales) se encuentran los mismos caracteres, de acuerdo con un principio de doble simetría. De ahí que el juego de las equivalencias domine sobre el punto de vista figural, aunque haya tantas relaciones de diferencias como equivalencias: por eso la matriz de multiplicación de las clases es una forma figuralmente mejor que la de la clasificación simple, de donde las paradojas evolutivas vistas en el capítulo V.

A_1A_2	$A_1A'_2$	$A_1B'_2$
A'_1A_2	$A'_1A'_2$	$A'_1B'_2$
B'_1A_2	$B'_1A'_2$	$B'_1B'_2$

En cuanto a la multiplicación de las relaciones asimétricas transitivas o de las seriaciones (ver cuadro), ocurre aparentemente lo mismo, salvo en que las alteridades son reemplazadas por diferencias seriables: pues bien, al constituir la seriación una forma "mejor" que la clasificación, sería de esperar que la multiplicación de las seriaciones fuera igualmente más simple que la de las clases no seriables. Pero la dificultad específica de la multiplicación serial proviene paradojalmente del mismo factor que facilita la construcción de las matrices de multiplicación de las clases, o sea el papel de las equivalencias. En efecto, cuando el sujeto está orientado hacia la clasificación, busca sistemáticamente equivalencias, ya que una clase es una reunión de elementos equivalentes: las diferencias o alteridades constituyen entonces un obstáculo o una complicación de la clasificación, y es esta complicación, precisamente, lo atenuado por el juego de las simetrías en una matriz multiplicativa; de ahí la vuelta al primado de la equivalencia. Cuando, por el contrario, el sujeto tiende a seriar, busca las diferencias, ya que una seriación es un encadenamiento de diferencias asimétricas transitivas; y cuando comprueba, observando la colección que se le presenta, que hay dos sistemas de diferencias seriables, *a fortiori* se ve orientado hacia las diferencias mismas. Ahora bien, resulta imposible construir un cuadro multiplicativo de dos sistemas de diferencias seriables sin introducir un juego de equivalencias, sin el cual no se obtienen sino las diagonales o las líneas oblicuas de la tabla. Dicho de otro modo, si para dos relaciones I... y 1... podemos tener las combinaciones $< <$, $> >$, $> <$ y $< >$, debemos prever también las combinaciones $< =$, $> =$, $= <$, $= >$ y $\neq =$, estén o no realizadas. Es pues esta intervención de las equivalencias parciales en la tabla multiplicativa de n seriaciones lo que constituye un obstáculo para una facilidad figural como la de la seriación simple, donde esta

I 1 → I 2 → I 3
↓ ↓ ↓
II 1 → II 2 → II 3
↓ ↓ ↓
III 1 → III 2 → III 3

dificultad no interviene. Y es lo que explica la paradoja de que la matriz multiplicativa de las clases comporte una configuración mejor que la clasificación, mientras que la de las relaciones no comporta sino una configuración menos "buena" que la seriación.

En este aspecto, es interesante comprobar que varios sujetos (ver Wes y Par) comienzan por querer constituir una doble seriación ordenando directamente los elementos según las dos relaciones $< <$ o $> >$ (más grandes y más oscuros, etc.) es decir que construyen al principio lo que de hecho constituirá la diagonal de su tabla, pero creyendo lograr la tabla misma, o una de sus hileras o columnas. Ahora bien, ésta es la actitud más natural, una vez que se ha comprendido que son necesarias dos seriaciones: por eso no encontramos esa reacción ni en el estadio I, en el que el niño se limita a clasificar por colecciones figurales, ni en el estadio II, en el que no piensa sino en una seriación a la vez, o bien hace primar una de las dos con respecto a la otra.

Resulta por eso aún más notable que, a pesar de esas dificultades figurales debidas al carácter mixto de las tablas de doble seriación, los sujetos lleguen espontáneamente, ya sea a clases ordenadas en largas hileras, como Dub y Guy (I 1-4; II 1-4; etc.), lo cual constituye en efecto una tabla multiplicativa pero de figuración bidimensional, ya sea a tablas de dos dimensiones.

En conclusión, podemos pues responder como sigue al problema planteado al comienzo de este capítulo: 1) el niño llega casi en el mismo nivel (7-8 años) a los esquemas operatorios de la multiplicación de las clases y a los de las relaciones asimétricas transitivas (multiplicación serial); 2) pero el último esquema, que descansa a la vez sobre las diferencias seriables como sobre las equivalencias, plantea un problema especial, no de estructura sino de simbolismo espacial. Desde los 7-8 años, por término medio, los sujetos comprenden, ya de entrada, ya comenzando por dobles desigualdades ($> >$ o $< <$, es decir las diagonales de la tabla o sus paralelas), la necesidad de esta combinación de las diferencias seriables o de las equivalencias (ya que, en nuestro dispositivo, construyen a la vez clases de colores con tamaños seriados y clases de tamaños con colores seriados), pero no todos eligen —o al menos no de entrada— el simbolismo bidimensional: algunos proceden por sucesión circular unidimensional (I 1-4; II 1-4; etc.), mientras que otros llegan espontáneamente a la tabla de doble entrada.

En total, resulta bastante notable, desde el punto de vista de los mecanismos operatorios, constatar que a pesar de las diferencias asaz considerables que hemos observado (primero desde el punto de vista de las facilidades o dificultades del simbolismo espacial) entre la clasificación, la seriación simple y los sistemas multiplicativos de clases o de seriaciones, esas cuatro grandes estructuras corresponden a las cuatro principales "agrupaciones" de la lógica de las clases y de las relaciones, y se constituyen, o mejor dicho culminan más o menos en el mismo nivel de desarrollo, si dejamos de lado los posibles desniveles debidos a la resistencia más o menos grande de los contenidos intuitivos.

CONCLUSIONES

Ya han sido publicados numerosos trabajos sobre el desarrollo de las clasificaciones, y algunos sobre el de las seriaciones. Todos sabemos, especialmente, de qué brillante manera analizaron K. Goldstein[1] y sus colaboradores —principalmente M. Scheerer— las conductas de "categorización" desde el punto de vista de la abstracción y la movilidad (shifting) o de la rigidez. El "sorting-test" de Goldstein y Schreerer consiste en clasificar 33 objetos cotidianos de acuerdo con todas las combinaciones, y en definir las clases construidas por el experimentador. Reichard, Schneider y Rapaport,[2] así como Thompson[3] analizaron estas conductas en el niño. Hanfmann y Kasanin,[4] inspirados por Ach (técnica modificada por Sacharov y Vigotsky) habían elaborado igualmente desde 1937 una prueba de clasificación referida a 22 blocks (5 colores, 6 formas, 2 alturas y una diferencia de ancho), preguntando de qué manera podrían ser repartidos en cuatro grupos (de ahí las reacciones de flexibilidad y de persistencia, necesarias a la solución, y de fluidez o rigidez, que impiden la solución). Sabemos de qué modo las ideas de Goldstein inspiraron a H. Wallon su noción de un nivel "precategorial" del pensamiento en el niño, caso particular del nivel preoperatorio en general. Nuestra antigua colaboradora G. Ascoli prosiguió en este aspecto un estudio sobre las clasificaciones infantiles,[5] bajo la dirección de H. Wallon. Las hipótesis gestaltistas inspiraron por otra parte a R. Meili un trabajo sobre las estructuras clasificadoras.[6]

Uno de los problemas más estudiados fue, naturalmente, el de las relaciones entre la clasificación y el lenguaje, problema que ocupó especialmente a

[1] K. GOLDSTEIN y M. SCHEERER, *Abstract and concrete behavior, an experimental study with special tests*, Psychol. Monogr., 53, 151 p. (1941). M. M. BOLLS y K. GOLDSTEIN, *A study of the impairment of "abstract behavior" in schizophrenic patients*, Psychiatr. Quart., 12, 42-65 (1938).

[2] S. REICHARD, M. SCHNEIDER, D. RAPAPORT, *The development of concept formation in children*, Am. J. Orthopsychiatr., 14, 156-161 (1944).

[3] J. THOMPSON, *The ability of children of different grade levels to generalize on sorting tests*, 11, 119-126 (1941).

[4] E. HANFMANN, J. KASANIN, *A method for the study of concept-formation*, J. Psychol., 3, 521-540 (1937) y *Conceptual thinking in schizofrenia*, New Ment. Dis. Monogr., Nº 67, 115 p. (New York, 1942).

[5] G. ASCOLI, *Comment l'enfant sait classer les objets*, Enfance, 1950 (Nº 3).

[6] R. MEILI, *Experimentelle Untersuchungen über das Ordnen von Gegenständen*, Psychol. Forsch. (1926), Bd. 7.

P. Oléron[7] y M. Vincent,[8] a propósito de los sordomudos. Un notable estudio de T. Slama-Cazacu[9] sobre el pensamiento y el lenguaje en el niño normal contiene una nueva prueba de clasificación, que merece ser señalada por la manera en que se entrelaza al máximo con las situaciones concretas cotidianas: se trata de un "juego del ropero" en que los objetos deben ser ordenados en un ropero real, de modo que la clasificación asume un valor funcional.

En cuanto a las clasificaciones multiplicativas, todos conocemos las "progressive matrices" de Raven.[10] No hemos encontrado trabajos sistemáticos sobre el problema de la seriación, pero se lo menciona muchas veces a propósito de las estructuras perceptivas.

La riqueza y la excelencia de esos trabajos nos prohiben decidir si los resultados consignados en nuestro estudio presentan novedades efectivas. Por el contrario, nos gustaría señalar en qué difieren de los de nuestros predecesores los problemas y puntos de vista en que nos hemos colocado personalmente.

Las clasificaciones y las seriaciones constituyen conductas analizables por el psicólogo, pero también estructuras cuyas leyes son formulables por el lógico y el matemático, y las estructuras lógico-matemáticas, son las mismas a las cuales tienden a conformarse poco a poco las conductas del sujeto y su desarrollo. Pues bien, fuera de los "gestaltistas" (Goldstein, Meili, etc.), que tratan de reducir las estructuras a las formas sumamente generales de la Gestalt (lo que desemboca, creemos, en un desdén por ciertos aspectos específicos de las estructuras operatorias), los problemas que se han venido planteando los psicólogos acerca de las clasificaciones y las seriaciones son sobre todo de naturaleza funcional: explicar por qué tal grupo de individuos carece de la movilidad necesaria (shifting) para modificar sus criterios de clasificación, o de qué manera facilita el lenguaje de la construcción de ciertas clases más bien que la de otras, etc.

Nuestro problema principal, inspirado por las preocupaciones de la epistemología genética, es por el contrario el de comprender por qué la organización de las conductas de clasificación y seriación asume tales o cuales formas, y por qué esas formas sucesivas tienden hacia las estructuras lógico-matemáticas (no porque la lógica o las matemáticas hayan impuesto *a priori* sus modelos, sino porque el sujeto, sin conocer estos modelos, tiende por sí mismo a construir formas que les son progresivamente isomórficas). Una de las cuestiones centrales sobre las que hemos insistido es, por ejemplo,

7 P. OLERON, *Etude sur les capacités intellectuelles des sourds-muets,* Année psychol. 1949 (47-48), 136-155, y *Pensée conceptuelle et langage,* ibid., 1951 (51), 89-120. *Recherches sur le développement mental des sourds-muets,* Paris, (C.N.R.S.) 1956.

8 M. BORELLI-VINCENT, *La naissance des opérations logiques chez les sords-muets,* Enfance, 1951 (4), 222-238. Ver también Enfance, 1956, 1-20. M. VINCENT, *Sur le role du langage a un niveau élementaire de pensée abstraite,* Enfance, 1951 (Nº 4), 443-464.

9 T. SLAMA-CAZACU, *Relatiile dintre gîndire si limbaj în ontogeneza* (Les rapports entre la pensée et le langage dans l'ontogenese, enfants de 3 a 7 ans, resumé français), Original de Acad. Rep. popul. Romîna, 1957, 508 p.

10 C. RAVEN, *Progressive Matrices,* London (Lewys), 1938.

la de establecer de qué modo se construye gradualmente la estructura de inclusión, que de ningún modo está dada (ni en forma hereditaria, ni en forma de Gestalt, etc.) sino que se forma laboriosamente; más laboriosamente de lo que pueda imaginarse si se parte de los modelos lingüísticos adultos.

Pues bien, esas cuestiones de génesis de las estructuras han preocupado poco, de hecho, a la mayoría de los psicólogos, ya que, al no interesarse éstos por la lógica, se ven llevados, casi siempre sin tomar conciencia de ello, a considerar como "dado" lo que juzgan ellos mismos lógicamente necesario, en lugar de ver en ello un problema, y en lugar de preguntarse precisamente por qué vías han llegado a admitir (como niños o como adolescentes) o a construir tales "necesidades" o necesariedades. El punto de vista en que nos hemos colocado en el presente estudio completa así de un modo natural a los precedentes. Persuadidos, por todas nuestras investigaciones anteriores, de la naturaleza esencialmente operatoria de las clasificaciones y de las seriaciones, nos hemos propuesto ante todo describir la génesis de esas operaciones y hacer notar los enlaces que pueden presentar esas estructuras con los mecanismos sensomotrices o perceptivos correspondientes.

1. El primer resultado que conviene señalar es la estrecha solidaridad que hemos comprobado entre el desarrollo de las operaciones lógicas o de las acciones prelógicas (las dos referidas a elementos reunidos en un todo espacial o continuo). Las "colecciones figurales" del estadio I (cap. I) se caracterizan por la indiferenciación entre esos dos tipos de reacciones, mientras que en los estadios II y III (ver cap. I, § 4 y cap. II, § 3) se diferencian parcialmente, y luego totalmente, evolucionando así en forma paralela. Pues bien; este primer hecho es decisivo en cuanto al significado de las operaciones de clasificación y de seriación, e indica de entrada que las raíces de estas operaciones deben ser buscadas no en los conceptos y enunciados manejados por el solo lenguaje, sino en las acciones generales de reunión y ordenación, aplicadas a los objetos unitarios (continuos) o a los conjuntos discontinuos.

2. Pero por el hecho mismo de que las reuniones y subdivisiones clasificadoras tienen así un origen activo, común al de las reuniones y particiones infralógicas, hay un camino tanto más largo que recorrer entre estos primeros agregados prácticos y mal diferenciados y los conceptos en extensión (clases) y en comprehensión (propiedades comunes) designados por el lenguaje y manejados en pensamiento gracias a él. Mientras la "comprehensión" fundada sobre las semejanzas está asegurada ya desde las asimilaciones sensomotrices por la percepción de las cualidades comunes y la abstracción elemental ligada a las finalidades prácticas, la extensión de los conceptos no es accesible al sujeto sino por el intermediario de un simbolismo preciso, y con la condición de subordinar los signos verbales a un sistema de cuantificación bien reglado.

Es por eso que el fenómeno tan interesante de las colecciones figurales (estadio I) nos parece que no puede ser explicado sino por las dificultades

iniciales para establecer una coordinación entre la extensión y la comprehensión. Para interpretar esta reacción, tan general en el nivel elemental, no basta atribuirla a una indiferenciación entre las conductas lógicas o prelógicas (lo discontinuo) y las conductas infralógicas (lo continuo). Esta indiferenciación da cuenta de esa mezcla de enlaces por semejantes y meras contigüidades sin semejanzas que se observa en los alineamientos o en los objetos complejos, y en especial de la mezcla de las semejanzas y las "conveniencias empíricas", ya que una totalidad infralógica no reúne sus elementos en función de la mera semejanza. Pero el verdadero problema consiste en comprender por qué son tan duraderas esas indiferenciaciones, y por qué, al tratar de clasificar, los pequeños siguen durante tanto tiempo construyendo conjuntos espaciales y figurales. Pues bien, la razón estriba en que si la "comprehensión" de las cualidades comunes está asegurada desde un primer momento por los poderes de la asimilación sensomotriz, los sujetos de ese nivel no cuentan con ninguna forma de "extensión", salvo la extensión figural y espacial de los conjuntos perceptivos, que basta para la construcción de totalidades infralógicas, pero que permanece aún muy alejada de la extensión propia a las clases lógicas de elementos discontinuos, es decir de una extensión independiente de toda disposición espacial.

3. El problema central del desarrollo de las clasificaciones se nos presenta así como siendo el de la coordinación progresiva de la extensión y de la comprehensión. Nos hemos pues propuesto explicar esta coordinación gradual partiendo de las acciones y operaciones del sujeto, es decir reconociendo el hecho de que no le basta, para dominar la cuestión, con tomar conciencia de las comprehensiones y de las extensiones de algún modo inscriptas de antemano en el sistema de conceptos verbales propios del lenguaje ambiente: de hecho, los resultados del cap. III y del cap. IV ("todos" y "algunos" y cuantificación de la inclusión) nos han mostrado con bastante claridad que el niño no domina las extensiones de los conceptos verbales (y aun de los conjuntos perceptivos) sino reestructurándolos lógicamente. Pues bien, desde este punto de vista, las relaciones de la extensión y de la comprehensión son paradojales y parecen encerrarse en un círculo que sólo el análisis genético permite evitar que sea un círculo vicioso.

Por un lado, en efecto, para determinar las cualidades comunes a un conjunto de elementos (comprehensión), no basta buscar estas semejanzas elemento por elemento, a riesgo de olvidar o de no alcanzar las propiedades efectivamente "comunes"; es preciso también confrontarlas a "todas" y por consiguiente apoyar la construcción de la "comprehensión" sobre un control del "todos" y el "algunos", o sea sobre una elaboración previa o simultánea de la extensión, es indispensable calificar los elementos a agrupar, es decir que la determinación del "todos" y el "algunos" (extensión) es necesariamente relativa a la de las cualidades comunes, o sea a la de la comprehensión. En una palabra, la comprehensión supone la extensión, y recíprocamente, de tal modo que el pasaje de una situación

como la del estadio I, en el que ambas permanecen totalmente incoordinadas, a la situación propia del estadio III, en el que por el contrario esos dos aspectos indisociables de todo concepto y de toda clasificación perfectamente coordinados y solidarizados mutuamente, está rodeado de un cierto misterio.

4. En este aspecto, los hechos nos han mostrado que este pasaje consiste primeramente en una diferenciación y no directamente en una coordinación gradual, o, para decirlo mejor, que esta última comporta en primer lugar una diferenciación progresiva entre una comprehensión mal determinada y una extensión igualmente mal determinada, aunque ambas estén con todo relativamente indiferenciadas la una de la otra. En efecto, hemos constatado que no sólo en el nivel de las colecciones figurales sino también en el de las colecciones no-figurales (en el que la colección ya no presenta una configuración definida, sino que consiste en un agregado determinado en el espacio, por oposición a la "clase" propiamente dicha) la extensión, y en especial el "todos" y el "algunos", no constituyen siempre puras cantidades sino que en cierto sentido siguen siendo cualidades del objeto total o de la colección considerada como conjunto, es decir de las realidades intermediarias entre la pura extensión y la comprehensión (cf. cap. III, conclusión). Como por otra parte en todos los niveles existe una "comprehensión", proporcionada por las relaciones percibidas y por la esquematización a la que llevan ya desde los umbrales sensomotrices, y como por otra parte existe igualmente a todos los niveles una "extensión", aun cuando esté dominada por los enlaces topológicos o espaciales en general, el verdadero problema consiste no en saber de qué modo se generan la comprehensión y la extensión, *ex nihilo* o la una a partir de la otra, sino de qué modo se diferencian y se coordinan.

5. En este aspecto, las cuestiones se precisan y se localizan en los dos puntos esenciales que son el pasaje desde el estadio I al estadio II, y en el pasaje desde ese estadio al nivel de equilibrio III. En primer lugar, ¿cómo explicar que después de haber construido conjuntos no determinados por las solas semejanzas y diferencias en comprehensión (colecciones figurales) el niño pase a clasificaciones fundadas sobre esos solos criterios (colecciones no figurales del estadio II)? Y en segundo lugar, ¿cómo explicar que pase, de esas colecciones yuxtapuestas o simplemente diferenciadas, a sistemas jerárquicos de inclusiones (estadio III)?
Pues bien, sobre esos dos puntos, los problemas no se plantean en términos de mera emergencia o creación *ex nihilo*, sino de nuevo en términos de diferenciación y de coordinación. En efecto, las semejanzas que dominan la clasificación desde el estadio II no están del todo ausentes durante el estadio I, pero están dadas ya desde las asimilaciones sensomotrices elementales, y se manifiestan continuamente en el detalle de las colecciones figurales (por parejas o pequeñas series en el interior de los alineamientos o de los objetos complejos, etc.); el predominio que adquieren en el estadio II consiste pues menos en una novedad absoluta que en una liberación con respecto a los factores figurales y en una diferenciación

más neta con respecto a la extensión. En cuanto a la formación de las inclusiones jerárquicas, está ya preparada, como lo hemos venido constatando repetidas veces, por las diferenciaciones y subdivisiones de las colecciones no figurales, hasta el punto de que en las pruebas del cap. III y las del IV dan la impresión de clasificaciones propiamente inclusivas.

6. El pasaje desde el estadio I al estadio II nos parece que se explica, por otra parte, por las primeras intervenciones de los procesos retroactivos y anticipadores, cuyos desarrollos ulteriores desembocarán en la constitución de las estructuras operatorias reversibles propias del estadio III.

En efecto, desde el punto de vista del funcionamiento mismo de las acciones y del pensamiento, el carácter más general de las reacciones del estadio I consiste en que el sujeto procede elemento por elemento, olvidando lo que acaba de hacer y sin prever la continuación: alinea, por ejemplo, el conjunto de los elementos dados, cambiando a cada instante el criterio que determina sus acercamientos sucesivos de elementos, o bien construye un objeto colectivo o complejo yuxtaponiendo los elementos sin plan ni consistencia (y cuando anuncia por el camino algún plan, como "voy a hacer una casa", etc. olvida su intención inicial de clasificar y emprende el camino del juego o de la ornamentación). Por el contrario, hemos constatado (en el cap. VII, § 3) de qué modo los comienzos de la abstracción de una cualidad común están caracterizados por el abandono de este método de las asimilaciones sucesivas y por la intervención de los procesos retroactivos que consisten en recordar los comienzos de la construcción de las colecciones, para introducir una coherencia entre el comienzo y la continuación, o aun para retomar o retocar esos comienzos en función de lo que sigue. Al hacerse retroactivo, el esquema de asimilación termina necesariamente por presentar un aspecto anticipador, ya que la consistencia con lo que precede conduce a la elección y a la intención con respecto a lo que va a seguir: semi-anticipación tan sólo, es decir que no prevé el conjunto de los pasos ulteriores y que no surge sino después de muchos tanteos, pero semi-anticipación suficiente como para engendrar un comienzo de método, muy superior al procedimiento elemento por elemento. El control esencial en que se ha constituido para nosotros el examen de las clasificaciones referentes a elementos percibidos por vía exclusivamente táctico-kinestésica nos permitió ver qué papel efectivo desempeñaban las primeras retroacciones y semi-anticipaciones en la constitución de las colecciones no figurales, o sea en el pasaje desde el estadio I al estadio II.

Por supuesto, queda por precisar que ni la retroacción ni la anticipación crean nada por sí mismas. Nuestra explicación no se reduce pues a un círculo o a una tautología que significaría que si el niño se hace capaz, en un momento dado, de descubrir la cualidad común a un conjunto de elementos y de reunirlos a todos en una colección de acuerdo con ese criterio, es porque ya es capaz de retocar sus ensayos y anticipar esta cualidad común... De hecho, hay cualidad común entre dos elementos

cuando éstos son aproximados por medio de la acción, y el único problema es el de comprender de qué modo el esquema de asimilación inherente a una acción que procede elemento por elemento puede convertirse en un instrumento de pensamiento o de representación, aplicable no ya a dos o a tres elementos sucesivamente percibidos (y luego olvidados), sino a *n* elementos reunidos por una acción interiorizadora duradera. El interés de las nociones de retroacción y de anticipación consiste pues en precisar las condiciones de esta interiorización, de esta permanencia y de esta coherencia nacientes, mostrando que no resultan sin más de un esclarecimiento por parte de la conciencia (esclarecimiento que aparecería de improviso, y cuya casualidad no resultaría comprensible), sino de una coordinación entre las acciones sucesivas, quebrando el sentido unitario de esta sucesión en provecho de un vaivén que provendría de las situaciones anteriores e iría hacia las ulteriores: esta especie de juego pendular, concebido como necesario para la comparación de conjunto, nos permite entonces comprender el destino final de estas regulaciones, anunciando la reversibilidad que caracterizará a las operaciones propias al estadio III.

7. Llevado de este modo por las retroacciones y anticipaciones nacientes hacia la construcción de las primeras colecciones no figurales, el sujeto se encuentra entonces abocado a dos tipos de construcciones, caracterizadas por dos métodos orientados en sentido opuesto: o bien procede por pequeñas colecciones, teniendo como criterio cualidades comunes limitadas, y las reúne inmediatamente en colecciones más grandes (método ascendente), o bien comienza por grandes conjuntos, teniendo como criterio cualidades comunes más generales, y los subdivide luego en pequeñas colecciones (método descendente, por subdivisiones cualesquiera o por dicotomías). Nos hemos preguntado continuamente si era posible determinar un orden cronológico permanente en la sucesión de esos dos métodos, o sea si el niño se sentía espontáneamente llevado a comenzar por el método ascendente para no adoptar sino luego el método descendente, o a la inversa. Así planteado el problema, no pudimos darle solución general, no sólo porque es imposible separar la forma de una clasificación de su contenido (este contenido puede consistir en diferencias de color, de tamaño, de forma geométrica, etc., más o menos notables según el material empleado, y variable de acuerdo con el número absoluto o relativo de los elementos), sino sobre todo por la siguiente razón: En líneas generales, se puede sostener que en la medida que el niño comienza por manipulaciones elemento por elemento sigue el método ascendente, mientras que las primeras anticipaciones (y, cosa interesante, las primeras "clasificaciones táctiles" del estadio II) lo orientan preferentemente hacia el método descendente. Si es así, se producirá entonces una gran variedad de reacciones de acuerdo con los sujetos individuales (y muchas veces por razones caracteriales tanto como cognitivas): mientras un niño se sentirá inclinado a la manipulación inmediata, para no precisar sus proyectos sino después de los primeros tanteos, otro dudará antes de actuar, y anticipará antes de empezar a manipular (lo cual no significa entonces que anticipe me-

jor, sino tal vez que actúa menos rápidamente), etc. De ahí resultan todas las combinaciones posibles en la prioridad de los métodos ascendente o descendente y en sus combinaciones.

Por el contrario, nos parece más importante que la del orden cronológico esta segunda cuestión: la de la coordinación o incoordinación entre esos procesos ascendentes y descendentes. Si bien no se puede distinguir el estadio 1 ni ninguno de sus eventuales sub-estadios por el uso exclusivo del método ascendente o del método descendente, es preciso, por el contrario, atribuirle el carácter esencial de que los sujetos de ese nivel no logran jamás una coordinación total entre esos dos métodos. Esto equivale a decir que, cuando usan uno de los dos, no anticipan *ipso facto* el otro o sus resultados. Por ejemplo, una vez que han subdividido una colección *B* en dos sub-colecciones *A* y *A'*, no comprenden sino por un nuevo acto de pensamiento (no siempre exitoso) que siguen formando siempre parte de *B*. En una palabra: la anticipación no se refiere aún sino a los resultados estáticos de las manipulaciones y no todavía a las transformaciones; de ahí la incomprensión de la inclusión y de las operaciones como tales.

Por eso mismo se comprende por qué en el estadio II la extensión y la comprehensión, aunque mucho más diferenciadas y coordinadas que en el estadio I, no lo están aún del todo, ya que el control del "todos" y el "algunos" supone el esquema de la inclusión, y éste implica precisamente la coordinación en una misma totalidad del proceso ascendente $A + A' = B$ y del proceso descendente (que constituye la operación inversa de éste) $B - A' = A$.

8. El pasaje del estadio II al estadio III se explica entonces, en la línea de esta interpretación por los progresos de los mecanismos retroactivos y anticipadores. Es normal que éstos comiencen por no ser sino parciales (cf. las "semi-anticipaciones" del cap. VIII), y sobre todo por no referirse, según la regla general, sino al resultado estadístico de las transformaciones posibles y no a las transformaciones como tales. Pero también resulta muy natural que, una vez esbozado, el juego pendular de las retroacciones y de las anticipaciones tienda a una forma de equilibrio: pues bien, este equilibrio, necesariamente "móvil", será logrado cuando, en presencia de un determinado material para clasificar, el sujeto pueda anticipar las etapas de una clasificación completa, y anticipar igualmente el desrrollo de esas etapas en sentido inverso, o dicho de otro modo, cuando pueda anticipar simultáneamente las reuniones y las disociaciones posibles. El punto de equilibrio estará pues logrado desde el momento en que los métodos ascendente y descendente no constituyan ya sino un solo sistema de transformaciones, y desde que éstas sean anticipadas como tales (por oposición a su solo resultado), y el sistema reuna en un solo conjunto las anticipaciones y las retroacciones, promovidas al rango de operaciones directas e inversas.

Comprobamos que el criterio más ajustado para medir esta culminación era el proporcionado por la cuantificación de la inclusión (cap. IV). Sin

duda hay que tener en cuenta, en lo que concierne a esta prueba —cuyo éxito parece a veces un poco más tardío que la construcción de las clasificaciones jerárquicas—, la actitud inicial del niño con respecto a la pregunta formulada: ocurre, en efecto, que a la pregunta "¿Hay más *A* o más *B* (si $B = A + A'$)?", el niño comienza por sustituirle la comparación del número de los *A* y los *A'*, antes de haber comprendido con exactitud lo que se espera de él. Pero un interrogatorio algo más sutil permite superar el malentendido verbal y la real incomprensión. En caso de que haya comprensión, nos encontraremos en presencia de una de esas situaciones en que las dos operaciones, directa ($A + A' = B$) e inversa ($A = B - A'$), son anticipadas simultáneamente, lo que permite entonces la comprensión de la relación de inclusión.

9. En el marco de semejante sistema de interpretación, el cambio de criterio o "shifting" no constituye entonces sino una de las expresiones de esta movilidad operatoria o reversible que marca la culminación de las estructuras clasificadoras. Es preciso comprender, en efecto, que el cambio de criterio que lleva de una clasificación *C* a una clasificación *C'* o *C"*, no consiste meramente en sustituir una clasificación posible a otra, sin relación con la primera: el "shifting" es en sí mismo un nuevo conjunto de operaciones, que podría ser analizado en un sistema de "vicariancias" de tipo $A_1 + A'_1 = A_2$ ($= A'_1$ o una parte de A'_1) $+ A'_2$ ($= A_1$ o una parte de A_1). Pues bien, las vicariancias constituyen una "agrupación" operatoria como cualquier otra, cuyo papel consiste precisamente en proporcionar la clave que permita traducir una clasificación en otra (el modelo más simple estaría constituido por ejemplo por la equivalencia: "los suizos y los extranjeros en Suiza = los turcos y los extranjeros en Turquía"). Es pues natural que la movilidad propia a los cambios de criterio se afirme en el mismo nivel que la movilidad operatoria en general.

10. Recordemos, por otra parte, que a pesar de sus diferencias desde el punto de vista de las configuraciones perceptivas, hemos encontrado un estrecho paralelismo entre el desarrollo de las clasificaciones aditivas y el de las clasificaciones multiplicativas. Estas últimas no derivan pues de un modo de evolución especial que se debería a los privilegios de su disposición figural. Tampoco resultan de una generalización de las estructuras aditivas, en el sentido de que éstas se constituirían previamente, para provocar luego la supuesta generalización. Por el contrario, el sujeto aprende, solidaria y sincrónicamente, a clasificar de acuerdo con un solo criterio, construyendo poco a poco un sistema de encajes jerárquicos, y por otra parte, aprende también a clasificar de acuerdo con dos o tres criterios a la vez, construyendo poco a poco sus tablas de dos o tres entradas.

11. Pero el paralelismo más notable, y en cierto modo el más inesperado, que hemos tenido ocasión de verificar, es el del desarrollo de las operaciones de clasificaciones (aditivas y multiplicativas, como acabamos de recordarlo) y el de la evolución de las operaciones de seriación (igualmente aditivas o multiplicativas). Estamos aquí frente a un resultado que hay

que subrayar especialmente, ya que hubieran sido de esperar numerosas divergencias, partiendo de esta doble constatación de que la clasificación resulta más favorecida por el lenguaje que la seriación, y que ésta última resulta más favorecida por la percepción: en efecto, la seriación corresponde a una buena forma perceptiva, cosa que no se cumple para las clasificaciones aditivas, mientras que la estructura sintáctica de la lengua refuerza las estructuras clasificatorias.

Pues bien; aparte de esos cambios de criterio, que quedan excluidos por la naturaleza misma de la seriación, encontramos en la constitución progresiva de esta última las mismas peripecias y casi en las mismas edades que en el desarrollo de las clasificaciones. Volvemos a encontrar un estadio I con su método de enlace elemento por elemento, un estadio II de logro preoperatorio, y un estadio III con coordinación de los métodos ascendente y descendente. Por otra parte, volvemos a encontrar la distinción esencial entre las anticipaciones de configuraciones y las anticipaciones de transformación. Las primeras (simplemente reforzadas con relación a las anticipaciones preoperatorias de clasificación, debido a la importancia del factor perceptivo en las configuraciones seriales) se presentan desde los 5-6 años, como para las clasificaciones, y no bastan para asegurar de entrada una ejecución sistemática y operatoria. Las segundas en cambio, no se afirman sino con el método operatorio propio al nivel de los 7-8 años.

Este paralelismo genético entre la clasificación y la seriación (que volvemos a encontrar entre las multiplicaciones de clases y las multiplicaciones seriales) presenta un gran interés teórico: mejor que cualquier otro argumento, pone en evidencia la autonomía del desarrollo operatorio con respecto a los factores perceptivos o lingüísticos, cuyo papel coadyuvante no puede por supuesto ser negado, pero con la condición de que no se lo considere como primordial y ni siquiera central.

12. Antes de retomar el problema de la autonomía de ese desarrollo operatorio, recordemos aún que casi todas las estructuras estudiadas en esta obra quedan ya constituidas en el nivel de las operaciones concretas, y no derivan, por consiguiente, sino de la estructura de las "agrupaciones" elementales de clases y de relaciones: esto significa pues que no abarcan de ningún modo toda la lógica de las clases y de las relaciones, y que en particular ignoran la de las estructuras de clases que son isomórficas de las estructuras proposicionales (como las diferentes formulaciones de la "ley de dualidad"). Por el contrario, se puede estudiar el descubrimiento que realiza el niño de ciertas transformaciones que desbordan los límites de las "agrupaciones": fue lo que intentamos con respecto a la transformación $(A < B) \rightarrow (\text{no-}A) > (\text{no-}B)$. Verificamos entonces (ver cap. V, § 5) que esta transformación no resultaba efectivamente comprendida sino en el nivel de las operaciones proposicionales o "formales", ya que al combinar entre sí negaciones (o complementaridades) y reciprocidades, se remiten, por ello, al grupo de las cuatro transformaciones INCR.

13. Si nos ocupamos ahora de la autonomía del desarrollo operatorio, que los datos contenidos en esta obra contribuyen a comprobar, es preciso aclarar en primer lugar que esta constatación de ningún modo significa que las operaciones lógicas constituyan, en el seno de la vida mental, algo así como un "Estado dentro del Estado". Por el contrario, precisamente porque las operaciones prolongan acciones, y porque constituyen los coordinadores más generales de la acción, y porque se las encuentra, esbozadas o plenas, en las formas más diferentes de conductas, precisamente por eso, repetimos, derivan o dependen (a causa de su generalidad misma, y no, como a veces se piensa erróneamente, a causa del carácter delimitado de su ámbito) de leyes de evolución no subordinadas a determinado factor particular de percepción, de aprendizaje o de lenguaje.
Una vez más, en efecto, hemos podido constatar que las operaciones lógicas (al menos las clasificaciones y seriaciones, aditivas o multiplicativas) están enlazadas, por una evolución sorprendentemente continua, con cierto número de acciones elementales (amontonar, disociar, alinear, etc.) y luego con las regulaciones cada vez más complejas que preparan o aseguran su interiorización y su generalización. Los procesos retroactivos y anticipadores sobre los que nos hemos visto obligados a insistir, constituyen los principales elementos de esas regulaciones, y hemos tenido ocasión de seguir —por así decirlo paso a paso— el modo en que se esboza el primero y luego se realiza paulatinamente esta reversibilidad que representa el carácter más general de las operaciones. Volvemos a encontrar así, aunque con una nitidez tal vez aún más acusada en este ámbito que en otros, el cuadro evolutivo al que nos ha acostumbrado el examen de los datos genéticos de orden lógico-matemático, partiendo de las acciones materiales coordinadas entre sí y yendo a parar a las regulaciones que permiten su interiorización y a las operaciones que transforman esas regulaciones en otras tantas estructuras móviles y reversibles.

14. Si podemos hablar de la autonomía de este desarrollo, es en el sentido bien definido de que su interpretación no requiere ninguna disociación previa de las partes que deben ser reservadas a los factores de maduración, de aprendizaje o de educación social (lenguaje, etc.), sino que remite a un esquema explicativo que los supera englobándolos, y que es el esquema del equilibrio. Si insistimos en él una vez más, no es (o no es sólo) por preocupaciones de sistema o por fidelidad a ciertas hipótesis: es porque los resultados obtenidos en nuestras distintas investigaciones no pueden sino llevarnos a esta conclusión.
En el ámbito de las clasificaciones, en efecto, durante todo el estadio II, en el què el niño se va acercando cada vez más a las soluciones operatorias, vemos de qué modo oscilan esos procesos entre los métodos ascendente y descendente, pero sin alcanzar la síntesis que, al estabilizarlos, llevaría a la comprensión de los encajes jerárquicos. Pues bien, ¿cómo se opera esta estabilización que caracteriza al estadio III? Por un juego de compensaciones estructurado de modo tal que a cada transformación en el sentido ascendente el sujeto hace corresponder una transformación posible

en el sentido descendente, y recíprocamente. Al marcar así la culminación de esta evolución, la estructura operatoria está pues equilibrada (recordemos que esta culminación ha sido preparada por todas las regulaciones retroactivas y anticipadoras de los niveles anteriores), en el doble sentido de que se ha vuelto estable y en el de que esta estabilidad descansa en un mecanismo de compensaciones (= la reversibilidad misma de esas operaciones).

En el ámbito de las seriaciones, el equilibrio resulta igualmente logrado cuando el sujeto consigue desarrollar la serie simultáneamente en los dos sentidos, y especialmente a partir de los comienzos de su construcción, cuando consigue comparar cualquier elemento E a la vez a los que le preceden ($E < D$, C, etc.) y a los que le seguirán ($E < F$, G, etc.) También aquí, pues, la estabilidad corre pareja con un juego de compensación de las operaciones, que se confunde con su reversibilidad (relaciones $>$ y $<$).

La explicación de semejantes procesos evolutivos, en la medida en que son así reductibles a las fases de un equilibrio progresivo, adquirirá por consiguiente un valor tanto más intrínseco cuanto que ya no saldrá del ámbito mismo del equilibrio, dado el estrecho parentesco que existe entre las compensaciones que definen el equilibrio y la reversibilidad que caracteriza las operaciones. Bastará entonces —como lo ha intentado uno de nosotros en otra parte[11]— con traducir esta sucesión de fases a un lenguaje probabilista para comprender su por qué: al convertirse cada fase en la más probable, una vez que se han logrado los resultados de la precedente, la marcha del equilibrio queda entonces determinada, no de antemano, como lo sería en un mecanismo preformado, sino por un proceso secuencial en el que cada fase está caracterizada por una probabilidad creciente, a medida que va culminando la fase precedente, y en función precisamente de este acabamiento mismo.

Por supuesto que nos queda por explicar de qué modo o por qué mecanismos psicológicos resultan posibles las coordinaciones de acciones, las regulaciones retroactivas y anticipadoras, así como las operaciones propiamente dichas. Pero una cosa es explicar de qué modo se vuelven posibles, y otra dar cuenta del detalle de las formas que asumen en sus realizaciones sucesivas: nuestro esfuerzo se ha centrado en ese segundo aspecto.

15. Podemos pues retomar los problemas planteados en nuestra Introducción. En primer lugar, en lo tocante al papel del lenguaje, se comprende ahora por qué, aun admitiendo que su intervención constituye un factor necesario para la culminación de las estructuras de clasificación y seriación, en la medida en que esas estructuras implican un manejo simbólico y representativo de los objetos que están fuera del alcance del manipuleo efectivo, esta intervención no podría ser considerada suficiente: en efecto, en la medida en que la comprensión del lenguaje (del "todos" y el "algu-

[11] Cf. *Logique et équilibre* (Etudes d'Epistemologie génétique, Paris, P.U.F., 1957, T. II), p. 27-113.

nos", de los enlaces de inclusión, de la transitividad de las relaciones asimétricas propias a las seriaciones, etc.) está subordinada a un desarrollo operatorio cuya autonomía relativa remite a leyes intrínsecas de equilibrio, el lenguaje no podría constituir la razón necesaria y suficiente de semejantes estructuraciones.

En cuanto a la maduración, podemos siempre admitir, como lo hemos visto ya, que es indispensable para posibilitar, en un momento dado de la evolución mental, tal o cual coordinación nueva: pero si bien la actualización o la realización efectiva de esta coordinación comporta, por otra parte, un equilibrio subordinado a un proceso probabilista de naturaleza secuencial, la maduración no constituye tampoco un factor suficiente, ya que no engloba la determinación de las formas de equilibrio y está ella misma subordinada a leyes de equilibrio en sus interacciones con los factores de experiencia adquirida, física y social.

Los factores perceptivos y sensomotrices, descriptos en nuestra Introducción desde el doble punto de vista de sus aportes positivos y de sus limitaciones, nos han sido por el contrario constantemente útiles en la interpretación de los estadios elementales de la clasificación y de la seriación. En particular, hemos constatado de qué modo el estadio elemental de las colecciones figurales (cap. I) no podría ser explicado sin recurrir a las asimilaciones sucesivas (origen de las semejanzas en "comprehensión") propias de la esquematización sensomotriz, así como a las formas espaciales de extensión propias a las pre-infra-clases de naturaleza perceptiva: esos aportes positivos de los procesos sensomotrices y perceptivos, pero también sus limitaciones (carácter de sucesión temporal de las asimilaciones y de disposición espacial de la extensión), son los que dan pues cuenta de esta síntesis original que constituye a la "colección figural". Del mismo modo, los comienzos de la seriación, hasta esas anticipaciones globales tan precoces de la forma de conjunto de las series que hemos notado en el capítulo IX, no podrían ser interpretadas sin recurrir a las configuraciones seriales perceptivas, así como a los esbozos sensomotrices del ordenamiento.

También en muchos otros aspectos de las clasificaciones y de las seriaciones (cf. especialmente la constitución de las matrices, cap. VI) nos hemos visto obligados a tener en cuenta los factores perceptivos. Pero aun en todos esos casos, en los que los datos perceptivos constituyen un coadyuvante o un obstáculo para el desarrollo operatorio, este último nos ha parecido trascender sin cesar las estructuras de la percepción. Salidas de las actividades sensomotrices, cuyas estructuras perceptivas mismas no representan jamás sino niveles sucesivos de sedimentación o de cristalización, las actividades operatorias de clasificación y de seriación (como por otra parte todas las demás) culminan siempre, al fin y al cabo, subordinando las configuraciones a un juego de transformaciones que implica sus propias estructuras de conjunto ("agrupaciones elementales" de operaciones, antes de constituirse en los "grupos" más complejos del nivel formal) y sus leyes propias de equilibrio.

16. Pero al llegar al término de este estudio, somos los primeros en notar sus lagunas. La principal es sin duda la que se refiere a las relaciones entre el aspecto figurativo y el aspecto activo del pensamiento, ya que si el segundo, que toca a los mecanismos operatorios mismos, comienza a sernos conocido, el primero no se reduce de ningún modo a referencias a las configuraciones perceptivas. A partir de la constitución de la función simbólica, las actividades preoperatorias y operatorias se acompañan siempre de un juego de imágenes mentales o de representaciones en forma de imágenes. Pues bien, la imagen obedece a leyes que no son ni las de la percepción ni las de las operaciones, y el conocimiento de esas leyes sería indispensable para completar lo que hemos esbozado en esos capítulos (especialmente en los cap. VII a IX) sobre el mecanismo de las anticipaciones, tan íntimamente relacionado con el de las operaciones. Nos hemos abocado pues al estudio del desarrollo de las imágenes y de las representaciones imaginativas, y esperamos completar así, en un futuro aún indeterminado, los esbozos contenidos en esta obra en cuanto a la formación de las anticipaciones.

